



**Universidad de las Américas**

**Facultad de Educación**

**“Estrategia ARPA de ingeniería didáctica para el aprendizaje de las fracciones a través de talleres complementarios en estudiantes de sexto básico del colegio Génesis 2005”.**

**Profesor guía: Jesús Marolla Gajardo**

**Autor**

Rodrigo Antonio Verdugo Díaz

Noviembre de 2020

## **Agradecimientos**

Primero agradezco a Dios, y no necesito explicar las razones de esto. En segunda instancia agradezco, primero, a mis padres, pero también agradezco a mis profesores y a todas las personas que me han rodeado y ayudado en cada aspecto de la vida. También, agradezco a quienes me van a seguir ayudando en este proceso hasta el día de mi titulación, ya que podríamos decir, que este es, apenas, el penúltimo paso antes de volar del nido de esta casa de estudios que tanto quiero.

Agradezco mucho a quienes me han hecho bien y me han acompañado, pero también agradezco a quienes me han hecho mal, y me han abandonado, incluso en aquellos peores momentos, ya que, si no hubieran existido, yo no me habría fortalecido tanto.

Ahora ya es momento de seguir mejorando en este camino, para poder entregar mi aporte, como profesor, en la vida de miles de niños que serán formados por mí.

Muchas gracias por todo.

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>5</b>
<b>CAPÍTULO PRIMERO: ASPECTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>7</b>
<b>Antecedentes.....</b>	<b>8</b>
<b>Planteamiento del problema.....</b>	<b>10</b>
<b>Justificación del problema.....</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO SEGUNDO: MARCO TEÓRICO, PARTE DISCIPLINARIA, CURRICULAR, PEDAGÓGICA</b>	<b>Y</b>
<b>DIDÁCTICA.....</b>	<b>15</b>
<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>16</b>
<b>Curriculum Nacional y resolución de problemas.....</b>	<b>16</b>
<b>Niveles de comprensión lectora.....</b>	<b>19</b>
<b>Ingeniería didáctica.....</b>	<b>21</b>
<b>Resolución de problemas y metodología ARPA.....</b>	<b>23</b>
<b>Etapas de la clase en el sistema ARPA.....</b>	<b>29</b>
<b>MARCO METODOLÓGICO.....</b>	<b>31</b>
<b>Contexto del establecimiento educativo.....</b>	<b>31</b>
<b>Marco filosófico curricular.....</b>	<b>32</b>
<b>Antecedentes curriculares y pedagógicos.....</b>	<b>33</b>
<b>Antecedentes del centro de estudio.....</b>	<b>32</b>

<b>Tipo de estudio.....</b>	<b>34</b>
<b>Diseño del estudio.....</b>	<b>36</b>
<b>CAPÍTULO TERCERO: ANÁLISIS DEL MATERIAL</b>	
<b>VIGENTE.....</b>	<b>39</b>
<b>Instrumentos de análisis.....</b>	<b>40</b>
<b>Criterios éticos de la investigación.....</b>	<b>41</b>
<b>CAPÍTULO CUARTO: PROPUESTA DIDÁCTICA.....</b>	<b>43</b>
<b>OBJETIVOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA.....</b>	<b>44</b>
<b>Objetivo general.....</b>	<b>44</b>
<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>44</b>
<b>Planificaciones de la propuesta didáctica.....</b>	<b>45</b>
<b>Resumen clase 1.....</b>	<b>46</b>
<b>Planificación clase 1.....</b>	<b>47</b>
<b>Resumen clase 2.....</b>	<b>50</b>
<b>Planificación clase 2.....</b>	<b>51</b>
<b>Resumen clase 3.....</b>	<b>54</b>
<b>Planificación clase 3.....</b>	<b>55</b>
<b>Resumen clase 4.....</b>	<b>58</b>
<b>Planificación clase 4.....</b>	<b>59</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>62</b>

Conclusiones sobre los objetivos.....	62
Conclusiones sobre la propuesta.....	64
Conclusiones sobre las mejoras de las prácticas.....	65
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>68</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>74</b>
Hoja de problemas n°1.....	74
Hoja de problemas n°2.....	75
Hoja de problemas n°3.....	76
Hoja de problemas n°4.....	77
Cámara filmadora usada para grabar clases.....	78

## INTRODUCCIÓN

La Educación en Chile ha venido presentando problemas tanto en lo referente a comprensión de lectura como en matemáticas, y ambas áreas pueden ser trabajadas mediante el desarrollo de la habilidad matemática de “resolución de problemas”. Paralelamente, por diferentes razones, dicha habilidad no se trabaja mayormente en los colegios, lo cual tiene relación en que los estudiantes sigan presentando problemas en ambas áreas, ya que es un aspecto que sigue sin trabajarse. No obstante, existen estrategias de estudio y enseñanza de las matemáticas basadas en esta habilidad, y que pueden ser muy beneficiosas para nuestros alumnos, una de las cuales se presenta en esta tesis, y se llama “estrategia ARPA”, acrónimo que viene de la “Activación de resolución de Problemas en las Aulas”, y que presenta todo un protocolo de trabajo en torno a este eje de las matemáticas, que es tan importante entre los matemáticos, pero que se trabaja bastante poco en los colegios, cuando podría ser muy bien aprovechado, ya que se puede trabajar de manera transversal con la asignatura de lenguaje.

Esta metodología de trabajo presenta un procedimiento muy bien definido que involucra, en parte, aspectos de la ingeniería didáctica, ya que busca ir adelantándose en algunas cosas a posibles acontecimientos que se pudieran generar en la sala de clases, y es por esta razón, que el diseño utilizado aquí es el de estudio de casos, el cual se ajusta muy adecuadamente a un contexto tipo, pero que permite que se pueda adaptar también, esta estrategia, a otros contextos de enseñanza-aprendizaje, sacando provecho de la habilidad de resolución de problemas.

Es importante tener en cuenta que la estrategia ARPA no se puede trabajar sola, ya que para que exista un avance en los estudiantes es importante que desarrollen también otras habilidades, tales como la modelación y la representación matemáticas. También se debe recalcar que los docentes que pongan en ejecución esta metodología, deben tener las competencias necesarias para

trabajarla, ya que, de otro modo, los resultados generados no serán los esperados, debido a que los docentes tienen que regirse bajo un protocolo muy puntual y exigente que se va mejorando de manera continua y rigurosa con el fin de poder sacar el mayor potencial en el alumnado que asiste a sesiones basadas en esta estrategia de trabajo.

## **CAPÍTULO PRIMERO: ASPECTOS METODOLÓGICOS**

## Antecedentes

De acuerdo a los resultados obtenidos por nuestros estudiantes en las distintas pruebas internacionales, según la agencia de calidad, tales como PISA, TIMSS y ERCE; en las que se mide el nivel que estos tienen en matemáticas, en comparación con el resto de los países de la OCDE, podemos ver que nuestros resultados están bajo la media, aunque nos encontremos mejor posicionados que los demás países de Sudamérica; de hecho, Chile presenta una puntuación media de 452 puntos en lectura y de 417 en matemáticas en la prueba PISA del año 2018, lo cual se encuentra aproximadamente en la mitad de la tabla (PISA results 2018 s/p). A esto se suma el poco gusto, o, mejor dicho, el disgusto generalizado que existe entre nuestros niños con respecto a las matemáticas debido a que la enseñanza les parece aburrida y poco atractiva, además de que no les encuentran un sentido práctico, ya que sienten que no las usan y que no les sirve para la vida lo que les enseñan en el colegio (Caballero, Jimenez & Reina, 2016).

Como ya hemos visto, es muy importante saber matemáticas, porque estas se pueden aplicar a, prácticamente, todos los aspectos de nuestras vidas (Maz, Machado & Rico, 2013), lo que ha quedado demostrado con las aplicaciones que estas tienen en física y química, que explican todo por medio de modelos matemáticos; pero la base de nuestros estudiantes en dicho tema, es bastante pobre debido a, como se enseñó anteriormente, problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje. Olvidan fácilmente lo que aprenden en el colegio y se les enseña recetas que no tienen nada que ver con ningún fundamento matemático, como, por ejemplo, la regla de la mariposa para sumar fracciones, o la receta típica para realizar las cuatro operaciones con los números enteros, en que “más por más da más, menos por menos da más, y más por menos da menos” las cuales no deberían ser enseñadas, pues sólo sirven para que los niños se confundan, y no tienen utilidad al momento de sumar más de dos fracciones o no se relacionan con ningún

fundamento matemático en el caso de la receta para números enteros, ya que ninguna tiene nada que ver con el saber sabio de las matemáticas, es decir, no pasan por ninguna especie de transposición didáctica al respecto, en otras palabras, no se corresponden con “la transformación de un saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber” (Chevallard Y, 1985). Dichas recetas, a fin de cuentas, sólo sirven para que los estudiantes dejen de razonar y se dediquen a aplicar dicha receta sin siquiera preocuparse por leer o por tratar de entender lo que realmente tienen que hacer, lo que a su vez, resulta, en que, además, lo hacen mal (Díaz y López, 2016).

Aunque pueda parecer redundante, lo anterior tiene mucho que ver con la manera en que se enseñan las matemáticas, o lo que es lo mismo, con la didáctica de estas en el aula (Ruiz, 2008), que debido a que existen pocos(as) especialistas en didáctica de las matemáticas en aula, se genera que en Chile sea bastante pobre el conocimiento y rendimiento de los alumnos en esta área (SIMCE, 2018). Para que esto pueda tener alguna solución es necesario fortalecer otras áreas, generando así una educación que sea más integral, y eso puede lograrse por medio de un programa basado en la resolución de problemas que en nuestro país es aún muy débil debido a que los profesores especialistas en matemáticas no cuentan con las competencias para gestionar la resolución de problemas en el aula, ya que que no han sido formados ni perfeccionados en eso (Simonsen & Castro, 2017) y lo mismo puede decirse sobre la pobreza que existe en la enseñanza del lenguaje, ya que al ser tan pobre la comprensión lectora de los estudiantes, estos no comprenden los problemas matemáticos (Federación de Enseñanza de CC.OO. de Andalucía, 2012).

## **Planteamiento del problema**

La investigación busca plantear una estrategia basada en la resolución de problemas que esté relacionada con la ingeniería didáctica. Esto, además de acercar de manera más concreta y tangible las matemáticas a los niños, ayuda a que, además de que le encuentren un sentido práctico o concreto a estas, desarrollen y ejerciten su comprensión lectora, la cual, si bien no es el tema central de esta propuesta didáctica, es un componente base de dicha propuesta, ya que es importante de manera directa para la resolución de problemas, e indirecta para la habilidad de argumentar y comunicar (Bases Curriculares 2012 p219), debido a que todas estas habilidades requieren del lenguaje para que puedan darse (Vargas, 2012). El origen de esto se encuentra en que todas estas se generan en la corteza prefrontal izquierda de nuestro cerebro, que es la zona encargada del razonamiento lógico (Edward, 1979). Todas las habilidades matemáticas, el Ministerio de Educación busca desarrollarlas a través del curriculum nacional (MINEDUC, 2018 s/p), el cual, en el caso particular de las matemáticas, corresponde a un curriculum en espiral, es decir, que trabaja el mismo contenido, en diferentes niveles y con diferentes grados de complejidad, y se encuentra inspirado en el método Singapur, que en nuestro país es más conocido por la población criolla como “COPISI”. El método Singapur ha sido exportado a diferentes países por haber demostrado una alta eficiencia en el aprendizaje de las matemáticas. También, el curriculum de matemáticas nuestro, se basa en el enfoque CPA (concreto- pictórico- abstracto) (INE Singapur, 1965), que a su vez viene de autores como Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp, todos constructivistas (Araya, Alfaro & Andonegui, 2007); y que se puede apreciar por medio de la progresión existente en el documento de progresión de objetivos (Progresión de objetivos de aprendizaje, 2020 s/p). El problema es que, a pesar de ser teorías constructivistas que permiten que los niños aprendan por medio de la construcción de su aprendizaje, debido a que se ajustan

perfectamente a la teoría cognitivista de Jean Piaget y que se basan en lo que le ocurre al cerebro del ser humano a medida que se va desarrollando, y que dichas teorías transitan desde lo más concreto cuando los niños son más pequeños hacia lo simbólico o enactivo (Bruner, 2016). Cuando los niños ya han asimilado el aprendizaje desde lo concreto, pasan a algo más simbólico o abstracto, basado en ideas (Piaget, 1926), pero, en el sistema educacional chileno, siguen siendo deficientes en lo que se refiere al aprendizaje en sí mismo, ya que, al no haber un desafío superable para los estudiantes, estos se aburren y simplemente no aprenden, perdiendo el interés en construir su aprendizaje, debido, en parte, a que nunca se les dijo que tuvieran que hacerlo, es decir, no se les da una responsabilidad sobre los que tienen que hacer ni se les motiva para esto (CPEIP, 2018).

Tenemos, con respecto a todo lo anterior, dos preguntas importantes: ¿Por qué es importante que nuestros niños sepan matemáticas?, y ¿por qué es malo que no les gusten o que tengan una mala base en matemáticas?; y es que estas son importantes, no solo para poder tomar mejores decisiones en nuestra vida diaria, sino también para acostumbrarnos a analizar algo antes de hacerlo (Alsina, 2020). También, por medio del desarrollo de las distintas habilidades matemáticas que se encuentran propuestas en el curriculum nacional, estas tienen una aplicación directa en nuestra vida diaria y, además, son necesarias cuando se quiere tener una Educación de calidad, tema que ha inspirado tantas marchas estudiantiles (Smink, 2011), pero que a quienes las organizan, poco les interesa en realidad, lo cual ha quedado demostrado en que lo que realmente les importa es cambiar la sociedad a un nivel estructural (Peña & Sembler, 2019).

Finalmente, podemos concordar en que las preguntas anteriores se relacionan con que los niños no le ven nada práctico a las matemáticas que se enseñan en el colegio, aunque de manera casi automática estén acostumbrados a responder que les sirven “para todo” o “para nada” (Devlin, 1997), y eso es un problema cultural que se origina en que no se profundiza en los colegios en el

área relacionada con la habilidad curricular de “resolución de problemas”. Esta es la que, finalmente, le dará sentido práctico a los niños en lo que tiene que ver con su aprendizaje de las matemáticas (Barbarán,2011), ya que aquí es dónde se pueden asociar los contenidos aprendidos en el colegio, con su entorno, con su contexto, con su diario vivir (Álvarez & Peña, 2011), el cual en el colegio se enseña normalmente sin hacer esta relación, ya que lo que más interesa y preocupa a los profesores no es tanto que sus alumnos aprendan, ya que muchas veces tienen bajas expectativas para con ellos, sino que es “alcanzar a pasar todas las unidades que corresponden a cada nivel”.

### **Justificación del problema**

Es muy importante, tanto porque es un deber por parte del Estado (Constitución chilena, art 10), como una necesidad humana (Maslow, 1943), que se entregue una Educación de calidad para nuestros alumnos, y eso, en lo que respecta a las matemáticas, en que ha ido aumentando el porcentaje del nivel de aprendizaje insuficiente a nivel general, siendo siempre mejores los resultados en el nivel socioeconómico alto (Agencia de Calidad, 2018, s/p); tiene mucho que ver con la base que se está dando en los colegios municipales, debido a que en estos, históricamente, además de tener una mayor tasa en el sector socioeconómico vulnerable, ha primado una educación de menor calidad que en los colegios privados (Álvarez & Peña, 2011), lo cual ha llevado al Estado a legislar y a crear instituciones que se preocupen de manera específica en la calidad, como por ejemplo, la Agencia de Calidad de la Educación (Bellei, 2018). Si las estrategias didácticas en estos establecimientos son deficientes, nuestros niños no podrán aprender matemáticas correctamente, es decir, con un fundamento basado en el saber erudito de estas (Chevallard, 1985). El problema es, también, que el Estado chileno nunca ha administrado correctamente los recursos

(Flores, 2019), y eso ha quedado más que demostrado gracias al sistema neoliberal que se estableció en algún momento y que, a pesar de que ya no tenemos desde los años 90 (Bresser, 2009), se ha convertido en un sistema mixto que ha permitido que los privados puedan entregar una educación de mejor calidad que la que entrega el Estado (Saavedra, 2014).

Sin embargo, existen propuestas en las que sin mayores recursos el Estado puede entregar una Educación de mejor calidad, las cuales se basan en el constructivismo, el uso de las TIC (Hernández, 1999), y más específicamente, en hacer hincapié en la resolución de problemas (Riverón y Martín, 1999).

Lo anterior queda respaldado cuando enseñamos las matemáticas con un enfoque basado en la teoría de las situaciones didácticas, que busca una continua evaluación y retroalimentación para los docentes con respecto a sus clases (Sadovsky, 2005), y en la transposición didáctica de Artigue, que se preocupa de que lo que se enseñe en las aulas tenga relación con los saberes sabios, es decir, con lo que hacen los matemáticos diariamente, que tiene mucho que ver con la resolución de problemas, ya que estos se dedican a esta actividad la mayor parte del tiempo (Trejo & Trejo, 2013). Si esto lo focalizamos en el enfoque enactivo de Bruner, que trabaja desde lo más concreto hasta lo simbólico, en un proceso en el que año a año va aumentando la dificultad de lo que se enseña, pero manteniendo el contenido, obtenemos una estrategia más interactiva, interesante e integral para la enseñanza de las matemáticas (Guilar, 2009). Lo anterior ya se viene investigando desde el año 2012 por el Centro de Educación Avanzada en Educación (CIAE) y el Centro de Modelamiento Matemático (CMM) de la Universidad de Chile, en lo que llamaron iniciativa ARPA (Activando la Resolución de Problemas en las Aulas), la cual se basa, principalmente, en la resolución de problemas, pero también en la construcción del propio conocimiento (ARPA, 2018), ya que es un sistema en que los docentes ayudan a sus alumnos a llegar a las respuestas por

medio de preguntas (Perdomo & Felmer, 2015), lo cual se asemeja bastante con el método socrático, también conocido como “mayéutica”, que trataba de buscar la verdad por medio de preguntas (Becerra, 2016). Por las razones anteriores, sistema ARPA también tiene mucho de la teoría sociocultural de Vigotsky, ya que implica que cada docente sea un andamiaje en el aprendizaje de sus estudiantes (Vargas & Hederich, 2010).

**CAPÍTULO SEGUNDO: MARCO TEÓRICO, PARTE DISCIPLINARIA, CURRICULAR,  
PEDAGÓGICA Y DIDÁCTICA.**

## MARCO TEÓRICO

### **Curriculum Nacional y resolución de problemas.**

En relación con el curriculum nacional, como se dijo antes, el nuestro está basado en el método Singapur (BCN, 2011) y bajo las ideas de diferentes investigadores, uno de los cuales es Jerome Bruner (1980), el cual plantea el enfoque C- P- A, que propone que el aprendizaje debe darse a partir de lo concreto, desde lo cual se pasa a lo pictórico para terminar, finalmente con lo enactivo, que en el sistema educacional chileno llamamos “simbólico”. En nuestro país esto se conoce como COPISI (concreto- pictórico- simbólico), y en Educación Básica tiene una directa relación con las etapas de desarrollo de la teoría cognitiva (Piaget, 1926), pero, a pesar de todo, el sistema de enseñanza prusiano que tenemos desde los años 1640 (Labarca, 1939) es un gran obstáculo para que la motivación pueda ser parte del aprendizaje de los alumnos, ya que busca producir un tipo de trabajador obediente, respetuoso de la autoridad, que cumpla horarios, etc., algo muy diferente de lo que necesita nuestro sistema económico actual (Chambers, 2016), y esto se ve acentuado aún más en escuelas de entorno vulnerable, dónde muchas veces los profesores evitan utilizar el material concreto por un miedo irracional (Ursúa, 2012) a que los niños terminen tirándose los unos a otros. Sin embargo, según Bruner (1981), lo concreto no necesariamente va a significar que los niños utilicen material tangible para aprender, sino que este puede ser representado por dibujos que sean tal cual son los objetos reales que se supone que los estudiantes van a utilizar, por ejemplo, autos dibujados en lugar de usar vehículos reales. Esto se contrapone con lo que propone Tanca (2000), que sugiere que sólo puede consistir en elementos concretos y manipulables que entreguen algún mensaje educativo que permita desarrollar un plan o estrategia educativo mediante el estímulo de los sentidos en los niños.

Otra de las características por las que se destaca el currículum de matemáticas chileno, es que trabaja en forma de espiral, es decir, presenta una progresión en la que se van repitiendo los mismos objetivos de aprendizaje que exigen las bases curriculares, de un año a otro, pero a medida que se va avanzando en cada nivel, la dificultad de estos objetivos también va en aumento (Mineduc, 2018s/p). Lo anterior también es parte del enfoque C- P- A- de Jerome Bruner y se encuentra implementado en el sistema educacional de Singapur, sin embargo, al igual que casi todo lo que se ha implementado en Chile en Educación, ha sido hecho de manera incorrecta (Labarca, 1939), y este enfoque no es la excepción, ya que en las aulas chilenas muchas veces se tiende a olvidar el proceso de diagnóstico y análisis de resultados (Ministry of Education, Singapore, 2009), que hace caso a algo que tampoco se hace bien en nuestro país, que es el proceso de evaluación, ya que aquí lo que importan son sólo las notas para la promoción de curso, olvidando que la evaluación es un proceso sistemático en el que se recopilan datos (las notas o calificaciones) que se usan para ser analizados y tomar decisiones (Lukas J.F y K., 2009). Lo que más preocupa en los colegios es recoger evidencias para poner calificaciones debido a la evaluación docente, lo cual genera que los profesores estén más pendientes de un portafolio (ley 18.956, 1996) que les será evaluado, en lugar de pensar en las dificultades de los niños para aprender, con el fin de ayudarlos de mejor manera en su proceso de aprendizaje. En el caso particular de la asignatura de matemáticas, la atención está más centrada en tratar de alcanzar a pasar durante el año las asignaturas impuestas por el Ministerio de Educación (mineduc, 2018 s/f), que por que los niños logren comprender los objetos matemáticos a enseñar (Chevallard, 1985).

Con respecto a lo hablado sobre el tipo de enfoque en que se basa nuestro currículum, podemos agregar que es eso lo que más se relaciona con lo que tanto conocemos sobre el desarrollo de las distintas habilidades, que en matemáticas corresponden a resolver problemas, argumentar y

comunicar, modelar y representar; y todas se encuentran altamente interrelacionadas entre sí, buscando la adquisición de destrezas y algunas ideas para aplicar distintos conocimientos mediante la resolución de problemas (Mineduc, 2018 s/f), que es la finalidad más práctica en la enseñanza de las matemáticas, ya que resolver problemas es el corazón de las matemáticas (Halmos, 1980).

Sin embargo, la resolución de problemas también puede ser un medio para la enseñanza de las matemáticas, ya que los conceptos de estas se inician cuando se intenta resolver problemas (Kleiner, 1986). La resolución de problemas también ha sido una de las grandes motivaciones para los matemáticos, más que la simple teoría (Hilbert, 1900).

Todo lo anterior demuestra que se ha desperdiciado esta gran herramienta que implica resolver problemas para el aprendizaje de las matemáticas cuando se deja para el final del programa el desarrollo de esta importante habilidad (Hernández, 2016). En lo que respecta a este último punto, y que profundizaremos más adelante, es importante que se presenten problemas que se relacionen con la realidad de los niños, que sean concretos para ellos, que ojalá se utilice material que pueda ser manipulado por los niños (Cuicas, 1999). Los problemas deben ser conocidos por nuestros alumnos y, en la medida de lo posible, deben poder usar material concreto para resolverlos. Los problemas deben estar en un contexto conocido y significativo para nuestros estudiantes, ya que de este modo las matemáticas serán cercanas a ellos; y también es importante que los profesores se preocupen de los conocimientos previos de sus niños (Skemp, 1976).

### **Niveles de comprensión lectora.**

Para nuestra área, la comprensión lectora no es una transacción relativa, el significado de un texto matemático no es relativo (Rosenblatt, 1978). En lo que se refiere a la resolución de problemas, es muy importante la comprensión lectora, pero ésta también viene muy relacionada con saber escuchar, ya que hacerlo implica una preparación para la comprensión, un intercambio de roles entre emisor y receptor y requiere de un feedback que nos ayudará aún más para la comprensión de lo que necesitamos entender (Cassani, 1994). Por eso es importante, al momento de comenzar con la resolución de problemas, leerle los problemas a los niños para que los puedan resolver, pues así también se los prepara actitudinalmente para lo que será el desarrollo de, primero, la comprensión de lectura, y después la resolución de problemas, ya que la primera implica obligatoriamente a la segunda (Mineduc, 2018 s/f).

La comprensión lectora es cada vez más importante a medida que aumenta la dificultad de los problemas, recordando que un problema matemático es aquel que los niños deben solucionar con sus propios recursos, ya sean estos sus conocimientos previos, lógica propia, material concreto, etc. (Simonsen & Castro, 2017).

Es así como en principio tenemos cinco niveles de comprensión lectora (Pérez Zorrilla, 2005), que relacionándolos con la habilidad matemática que más se trabaja en nuestra activación de resolución de problemas en las aulas, son, el nivel literal, que corresponde a la comprensión textual de un fragmento, y en nuestro caso, de los problemas a resolver (Canales, 2018), el nivel inferencial, que consiste en tomar la información textual del problema a resolver, en nuestro caso, e interpretarla de acuerdo a nuestras experiencias personales y percepciones para realizar conjeturas acerca de qué estrategias o pasos podríamos seguir para la resolución de nuestro problema (Freudenthal, 1983), y posteriormente tenemos otros niveles, que son el crítico, mediante el cual se emiten

juicios, en nuestro caso, acerca de qué estrategia sería la más acertada para la resolución de nuestro problema, dentro del abanico de posibilidades que definimos en el nivel anterior; el nivel apreciativo, que en lenguaje representaría una respuesta emocional frente a la lectura, pero que en el caso de la resolución de problemas podemos decir que corresponde a la estrategia que de alguna manera nos convenció más; y el nivel creativo, que en nuestra área en particular se puede relacionar con la creación o combinación de estrategias para llegar a la resolución de nuestro problema matemático (Pinzás, 2001).

Lo anterior, aún podemos seguir reduciéndolo más, y hablar de que primero existe una comprensión textual de nuestro problema, después de la cual se pasa a un nivel de reorganización de ese contenido, en el que se define el problema y las posibles estrategias, para después seguir con un nivel inferencial, en el cual se evaluarán las posibilidades que tenemos para poder resolver nuestra problemática (Pérez Zorrilla, 2005).

De acuerdo a lo que hemos mencionado en este punto, tenemos que la resolución de problemas implica, fácilmente, todos los niveles de comprensión de lectura, además de las habilidades matemáticas que se requieren para llegar a la solución final, lo que nos demuestra que es la actividad escolar más completa de todas las que podemos realizar en nuestro sistema educativo y la que más ayudará a los niños en su desarrollo, tanto intelectual como personal (D'Zurrilla, 1986).

Lo importante de la comprensión lectora es que permite resolver problemas, y esto último “juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones, tanto en la enseñanza como en la vida diaria” (Cuicas, 1999, p.21). Además, los estudiantes vienen con “conocimientos matemáticos informales” que les permitirán asimilar de mejor manera las matemáticas que aprenderán en el colegio (Baroody, 1994).

Por otra parte, han surgido diversas estrategias de enseñanza basadas en la resolución de problemas de matemáticas, como, por ejemplo, la metodología Problem- Based Learning (PBL), la ingeniería didáctica y la misma estrategia ARPA.

### **Ingeniería didáctica.**

La ingeniería didáctica puede entenderse como una metodología, tanto de enseñanza, como investigativa, que, en el caso de ser una metodología de enseñanza, tiene como resultado un producto, que puede ser la planificación de una clase o una enseñanza, y que en el caso de ser vista como una investigación, su resultado es un proceso. La ingeniería didáctica, mirada como una metodología de enseñanza, trabaja en base a una teoría didáctica cualquiera, que en su origen particular fue la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brusseau, pero que, en definitiva, puede ser cualquier teoría constructivista, ya que la ingeniería didáctica es una metodología basada en el paradigma constructivista (Brousseau, 1998). Esta se relaciona directamente con la resolución problemas, y define el problema matemático como algo que el alumno puede abordar con sus propios recursos, es decir, el problema de matemáticas no es algo que se pueda decir cómo debe resolverse, deben ver los niños cómo resolverlo con sus propios recursos, y cuando no es así, hablamos de que es, simplemente, un ejercicio. Con respecto a lo anterior, los problemas matemáticos deben generar que se logre un aprendizaje de algo a lo anterior, lo cual complejiza un poco más la construcción de los problemas (Skemp, 1975). A continuación, se muestra un ejemplo de problema matemático:

“Un granjero quiere delimitar una zona de forma rectangular, que tenga la mayor área posible, pues la utilizará para los cultivos. Dispone de un alambrado de 40 metros. Su terreno limita con un único vecino que tiene construida su medianera de más de 40 metros de largo. Sobre dicha medianera se apoyará uno de los bordes que delimitan la zona de

cultivos. Todo el recinto será bordeado por el alambrado, incluso el lado que está contra la medianera. Como el dueño de la medianera es el vecino, el granjero deberá solicitarle autorización para hacer uso de la misma, indicándole qué parte de ella será ocupada”

¿Cómo diseñarías el área de cultivo y qué le informarías al vecino? Justificar las respuestas.  
(Rodríguez, 2018).

La ingeniería didáctica se puede basar en cualquier teoría cuando se trabaja como metodología de enseñanza (Artigue, 1998). En el caso que se mostró recién, dicha teoría es la de las situaciones didácticas, las cuales trabajan con la resolución de problemas que cumplen con ciertos requisitos que vamos a indicar a continuación:

Primero debe haber una situación a- didáctica, que es aquella en la que, por medio de un juego o problema, los estudiantes deben llegar, como conclusión, al aprendizaje esperado, por medio de diversos análisis. En el ejemplo que se mostró anteriormente, los niños, por medio del planteamiento hecho, llegarán al cálculo del área y del perímetro (Artigue, 1998).

De acuerdo a lo anterior, no sería un problema el siguiente: “Rosa tiene 3 lapiceros azules y 2 lapiceros rojos. Si Sara tiene la misma cantidad de lapiceros azules que Rosa, ¿Cuántos lapiceros azules tienen Rosa y Sara juntas?” (Mineduc Perú, 2013).

En la situación a- didáctica hay una parte en que los estudiantes trabajan de manera individual y grupal, pero independientemente de lo anterior, siempre debe terminar existiendo una participación grupal en la que todos puedan opinar sobre sus resultados y contrastar sus respuestas con las de otros. Por eso es que existe una etapa llamada “fase o situación acción”, que es la que corresponde al trabajo individual, en la que el niño pone a prueba sus conocimientos previos para llegar a la solución del problema, desarrollando así las habilidades y adquiriendo los conocimientos que

correspondan a la unidad trabajada (Marroquín, 2016). También existe una “fase o situación formulación”, que es la etapa en que, de manera individual o grupal, se debe dar la oportunidad de que los estudiantes puedan generar afirmaciones que tengan la posibilidad de ser respondidas por otros.

Esta es la parte en que los alumnos se comunican, intercambian respuestas, debaten y enfrentan el problema de manera grupal. La clase puede presentar una o ambas fases, pero siempre debe generarse el diálogo entre los compañeros (Díaz & Felmer, 2015).

Independientemente de las fases a las que nos refiramos en la situación a- didáctica, todas terminan en el debate de resultados entre los niños del curso, ya sea entre individuos o entre grupos que demuestran la manera en que llegaron a la respuesta del problema planteado (Artigue, 1998).

Luego tenemos la situación didáctica, que corresponde a cuando el profesor proporciona a sus alumnos el medio didáctico, con los recursos y herramientas necesarias para que estos, de manera constructivista, puedan ir construyendo su aprendizaje. Esto se parece a un modelamiento, en que los estudiantes refuerzan los conocimientos adquiridos y las habilidades desarrolladas en la situación a- didáctica o, en caso de no haberlos adquirido por enfrentarse a un problema que no pudieron solucionar, debido a algún error en la planificación de la clase, los aprenden con ayuda de este andamiaje, que es su docente (Pochulu, 2020).

En la situación didáctica el maestro institucionaliza lo aprendido por sus niños, es decir, cuando se le da una validez curricular, cuando se ajusta con lo que exige el Estado en sus bases y programas nacionales (Artigue, 1998).

Lo anterior correspondía a la teoría de las situaciones didácticas, pero la ingeniería didáctica, que puede usar cualquier teoría del aprendizaje, es una metodología aún más profunda, que se basa en

tres puntos principales que también pueden adaptarse en el sistema ARPA (Activación de la Resolución de Problemas en el Aula). Estos puntos son los siguientes:

Primero debe existir un análisis preliminar, en el que se revisa el contexto de enseñanza aprendizaje, es decir, las características del grupo curso, con sus debilidades y fortalezas, y, por otra parte, los estudios epistemológicos correspondientes acerca del objeto matemático a estudiar, la base teórica del contenido a enseñar y los efectos que han tenido las estrategias de enseñanza usadas hasta el momento en los niños del curso (Azcorra, 2018).

La segunda fase consiste en el análisis a priori, es decir, desde el punto de vista de la metodología de enseñanza, el/la docente decide sobre lo que va a hacer en las diferentes situaciones que cree que se darán durante la clase, o lo que es lo mismo, imagina las posibles respuestas de sus alumnos y define qué hará o qué responderá en cada uno de los diferentes casos que se le puedan presentar. El análisis a priori corresponde a planear qué hacer en los distintos casos que puedan darse durante la clase. En muchos casos, esta etapa implica, incluso, tener planificado desde antes lo que se va a decir en cada situación. Aquí existe una planificación de la clase, independientemente de la teoría didáctica que se trabaje, por ejemplo, si estamos realizando nuestra clase bajo la teoría de las situaciones didácticas, definimos lo que vamos a hacer y/o decir dependiendo de cualquiera de las distintas respuestas que nos den nuestros estudiantes (Azcorra, 2018).

La tercera fase es la que corresponde a la experimentación, que es cuando estamos en la clase y observamos todo aquello que planificamos y ejecutamos las respuestas que definimos en la etapa anterior, para cada caso o situación que ocurra en el aula. Aquí también recabamos datos para futuras planificaciones. Aquí es dónde ocurre el contrato didáctico, que son relaciones que se dan entre lo que espera el profesor de sus alumnos, y estos, de su profesor, y que definen o regulan el proceso de lo que va a ocurrir en una determinada clase (Azcorra, 2018).

La cuarta y última fase es la que corresponde al análisis a posteriori o validación, que consiste en analizar y reflexionar sobre lo ocurrido en la clase, después de que esta ya ha terminado, y tomamos decisiones acerca de cómo podríamos o deberíamos proceder en el futuro. Aquí nos retroalimentamos de lo ocurrido durante nuestra sesión en el aula con nuestro curso. Aquí comparamos todo lo que hicimos durante nuestro análisis a priori con la información recogida en la experimentación. Finalmente validamos esos resultados en esta etapa, con el fin de tomar una decisión para las clases futuras, es decir, realizamos una evaluación, ya que seguimos un proceso en el que se realizaron pruebas, se tomaron resultados y, en la validación, se decidieron cosas a partir de dichos resultados (Azcorra, 2018).

La ingeniería didáctica así mostrada, se revela como una aplicación del método científico para la realización de nuestras clases, ya que durante nuestro análisis preliminar comenzamos con una hipótesis, realizamos una experimentación en la etapa que lleva el mismo nombre, y finalmente tomamos resultados con los que definimos la validez de lo planteado al principio de este proceso.

### **Resolución de problemas y metodología ARPA.**

“En los sueños, todo es diferente al colegio o a la ciencia. Cuando Robert y el diablo de los números hablan, se expresan a veces de forma bastante extraña. Tampoco esto es sorprendente, pues El diablo de los números es precisamente una extraña historia. ¡Pero no creáis que todo el mundo entiende las palabras que ambos utilizan! Vuestro profesor de Matemáticas, por ejemplo, o vuestros padres. Si les decís saltar o rábano, no entenderán qué quiere decir. Entre los adultos se habla de otra forma: en vez de saltar se dice elevar al cuadrado o elevar a la potencia y en lugar de rábano escriben raíz en la pizarra. Los números de primera se llaman

en la clase de Matemáticas números primos, y vuestro profesor jamás dirá ¡Cinco pum!, porque para eso tiene una expresión extranjera que es facultad de cinco. En los sueños no existen estas expresiones especializadas. Nadie sueña con palabras extranjeras. Así que cuando el diablo de los números habla en imágenes y hace saltar los números en vez de elevarlos a potencias, no es sólo cosa de niños: en sueños, todos hacemos lo que queremos.” (Enzerberger, 1997).

El fragmento anterior, del libro “El Diablo de los Números”, nos explica perfectamente la esencia de los problemas de matemáticas, es decir, “un problema matemático supone un desafío, no tiene un procedimiento ni fórmula preestablecida para su solución, es alcanzable y puede o no estar planteado en un contexto matemático, de lenguaje o ciencia y estar ligado o no a una situación cotidiana” (Simonsen y Castro, 2017).

“Se habla de resolver problemas, en lugar de simples ejercicios, cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir” (CIAE s/f, 2018).

Un ejemplo real de cómo es exactamente un problema, además del que se mostró en el título que habla sobre la ingeniería didáctica, es el que se presenta a continuación:

“En el curso hay 36 estudiantes. La profesora les pide que hagan equipos con la misma cantidad de integrantes para que todos participen en las competencias de aniversario. ¿De cuántas maneras distintas se pueden formar los equipos con la misma cantidad de estudiantes?”

(Elaboración propia).

Como se puede ver, esto es realmente un problema matemático, ya que no se explica de qué manera debe solucionarse ni qué pasos deben seguir los niños para resolverlo. Además, de acuerdo con la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, los estudiantes, mediante su resolución, deberán llegar a adquirir los aprendizajes esperados, que en este caso tiene mucho que ver, por ejemplo, con el cálculo del máximo común divisor, o con las combinaciones numéricas, entre otros contenidos. También dará lugar a una serie de intercambio de opiniones entre los compañeros del curso, lo que generará una mayor participación que es lo que también se busca, tanto en la ya nombrada teoría de las situaciones didácticas como en la ingeniería didáctica (Ramírez, 2008).

En relación a lo anterior, tenemos que la metodología ARPA, que nació como una iniciativa de investigación y desarrollo profesional de la Universidad de Chile, del Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) y del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile (CMM), y que actualmente trabaja con la red de colegios SIP, se concentra en un conjunto de estrategias que miran hacia el desarrollo de la habilidad de la resolución de problemas.

En la metodología ARPA, es importante saber realizar preguntas para poder llegar a la solución del problema que se nos ha presentado. Las preguntas son tan importantes, que pueden hacernos llegar a la respuesta, y saber preguntar también es una ciencia, ya que en algunos casos debe ser analizada la manera en que se va a preguntar, al igual que la pregunta misma, pareciéndose mucho este modo de preguntar, a la mayéutica, que era la estrategia que usaba Sócrates para encontrar la verdad y para debatir. Es importante darles tiempo a los niños para que puedan encontrar las respuestas. Otra cosa importante es que, en matemáticas, hay distintas vías por las que se puede encontrar una solución, por lo que hay que permitirle esta flexibilidad de acciones a nuestros estudiantes. La metodología ARPA estimula, tanto el modo de hacerse las preguntas para encontrar

una respuesta, como el trabajo individual y en equipo y la oportunidad de llegar a la solución de un problema por distintos medios (Ruiz, 2020).

Debido a que el sistema ARPA es una estrategia constructivista, se puede trabajar perfectamente con la ingeniería didáctica, y, de hecho, es lo más conveniente, dado que esta última permitiría que el docente pueda, por medio de un análisis a priori, adelantarse a las distintas situaciones que podrían generarse en el aula, y usar esta misma información para futuras clases, después de haber hecho la posterior retroalimentación y validación durante el análisis a posteriori. Lo anterior también permite que se facilite el proceso de evaluación para tomar mejores decisiones con respecto a las futuras clases (Simonsen & Castro, 2017).

La metodología ARPA busca que los docentes adquieran las habilidades para desarrollar en sus estudiantes las competencias para desarrollar problemas, en el caso de ARPA matemáticas, ya que existen también ARPA escritura y ARPA ciencias. Sin embargo, para desarrollar lo que necesitan los niños para la resolución de problemas, es necesario que sus docentes puedan realizar una correcta gestión de aula y de grupo curso, de modo que los niños puedan obtener el mayor beneficio de estas clases. Sin embargo, a pesar de que actualmente se está generando la tendencia en diferentes países, de incorporar la resolución de problemas en el curriculum de matemáticas, no se hacen los perfeccionamientos pertinentes a los docentes para asegurarse de que puedan planificar clases en base a esta habilidad. En este caso, la estrategia ARPA viene a ser una ayuda con respecto al desarrollo de la resolución de problemas en la sala de clases (Ruiz, 2020).

### **Etapas de la clase en el sistema ARPA.**

Como pudimos ver en el punto anterior, la metodología ARPA tiene muchas cosas en común con la mayéutica ya que se basa principalmente en dos cosas: problemas matemáticos y preguntas que ayuden a encontrar la solución de los problemas. Estas características tienen un gran parecido con las preguntas retóricas de la mayéutica, que más que tener como finalidad el ganar un debate, tienen como finalidad de gran importancia encontrar la verdad acerca de algún tema en particular (Díaz & Felmer, 2015).

Así es como para planificar con la metodología ARPA, debemos contemplar, principalmente, cuatro etapas de la clase en el sistema ARPA, que son las siguientes (Perdomo-Díaz & Felmer, 2017):

1. - Entrega: en esta primera etapa se forman, al azar, grupos de cuatro personas, después el docente a cargo realiza una motivación para todo el curso, después de la cual, a cada grupo se le entrega un problema escrito. Es importante tener en cuenta que no se realiza una lectura grupal, y si algún grupo no ha comprendido un problema, llaman a su docente, quién por medio de preguntas, tal como en la mayéutica, les ayuda a comprender qué es lo que se pide para la resolución del problema (Perdomo-Díaz & Felmer, 2017).
2. Activación: Una vez que comienzan los grupos a trabajar en el problema propuesto, si tienen alguna duda y llaman a su docente, este sólo puede ayudarles por medio de preguntas que orienten al grupo en cuestión para que puedan llegar a la solución del problema. Del mismo modo, si la profesora a cargo nota que el grupo está muy alejado de encontrar la solución, también debe ser capaz, por medio de preguntas,

de ayudarles a encontrar el mejor camino para poder solucionar el problema (Perdomo-Díaz & Felmer, 2017).

3. Consolidación: Si un grupo termina o encuentra la solución de su problema, llama a su profesor, quién, por medio de preguntas, podrá comprobar que todo el grupo comprendió el tema y para darle un trabajo de extensión en caso de que hayan terminado muy rápido (Perdomo-Díaz & Felmer, 2017).
4. Discusión: En esta última etapa se discuten las estrategias usadas por el curso para encontrar las diversas soluciones. El profesor nombra a los grupos que van a mostrar su estrategia utilizada, y cuando la presentan, les hace acotaciones que tienen que ver con el contenido relacionado con el problema en cuestión. Lo importante de las preguntas que haga el docente cuando explican cómo solucionaron el problema, es que también generen, de alguna manera, debate en el curso. (Díaz & Felmer, 2017).

Como podemos ver, la metodología ARPA tiene muchas cosas en común con la teoría de las situaciones didácticas y con la mayéutica, y debido a que, además, se realizan presentaciones plenarias entre monitores y docentes, se cumple con un proceso de evaluación que se puede ajustar de muy buena manera con la ingeniería didáctica.

Esto, junto con la cantidad de competencias que sabemos que abarca la resolución de problemas matemáticos; hacen que, aunque sea como taller, la implementación de la metodología ARPA, sea muy necesaria para lograr un desarrollo más integral en nuestros estudiantes. (Ruiz, 2020).

## **MARCO METODOLÓGICO**

El presente marco metodológico consta de una serie de títulos que facilitan la comprensión del contexto de estudio y del tipo de estudio y documentación que se utiliza en esta investigación.

### **Contexto del establecimiento educativo**

La investigación se realizará en el colegio GÉNESIS 2005, ubicado en Avenida Las Torres 5833, Peñalolén.

Los niveles que atiende son educación parvularia, básica, básica para adultos sin oficios, educación especial para discapacidad intelectual leve, y trastornos específicos de lenguaje y además tiene educación media H-C adultos. Cuenta con jornada escolar completa.

El establecimiento, antes del cambio de la Ley General de Educación era una escuela especial particular subvencionada, con lo que la mayoría de sus estudiantes tiene algún problema cognitivo o dificultad para aprender; aquí la diversidad se aprecia en que los niños que no presentan dificultades de aprendizaje son la minoría, en cambio que los que sí presentan alguna, son la norma. Es debido a esta razón, que la experiencia haciendo clases en esta escuela es tan enriquecedora, ya que aquí se da la fortuna de que, a pesar de que rinden SIMCE, no se preparan para rendirlo, y esto permite que la educación que se imparte en este colegio sea mucho más integral y completa, ya que aquí no se dejan de lado materias como artes visuales o tecnología para preparar a los estudiantes para el SIMCE.

· **Visión:** La visión del establecimiento educativo es que se trata de un colegio inclusivo, que está centrado en la persona, con un proyecto, donde se aprende a ser íntegro, donde se convive, comunica, respeta y valora la diversidad.

Es Un Colegio donde se estimula la autonomía, el aprender a aprender, el desarrollar la creatividad, la adquisición de estrategias innovadoras para explorar, descubrir, resolver problemas y el tener un sentido de pertenencia al Colegio (proyecto educativo génesis 2018).

· **Misión:** La misión del colegio es entregar y proveer a los estudiantes, las condiciones para desarrollar sus potencialidades y aprender de las oportunidades que brinda el colegio, para ser personas seguras de sí mismas, que confían en sus capacidades y crean relaciones de pertenencia y afectivas que motiven su interés por el estudio, el respeto de las personas y el ambiente. Para lograrlo debemos trabajar armónica y colaborativamente entre todos los Docentes, Asistentes de la Educación, Administrativos, Equipo Directivo y todos quienes conforman la Comunidad Educativa Génesis 2005 (proyecto educativo génesis 2018).

### **Marco filosófico curricular**

Entre los valores más importantes para la escuela están el respeto y tolerancia, se expresa a través de la inclusión de todos sus estudiantes, sin importar sus diferencias personales y NEE, sino más bien poniendo énfasis en fortalecer su formación académica y valórica para que se puedan insertar en la sociedad actual (Verdugo, 2018).

También son importantes la inclusión y la diversidad, al ser una escuela inclusiva que busca atender a la diversidad. Esto lo vemos reflejado a través de la misión, al proponer educar a cada estudiante sin excluir o discriminar.

Entre los objetivos del colegio está el dar a sus estudiantes oportunidades educativas que les permitan desarrollar sus potencialidades intelectuales, afectivas, sociales, físicas y valóricas, procurando respetar sus intereses y desafíos personales, considerando, además el desarrollo personal y social de cada uno de ellos.

### **Antecedentes curriculares y pedagógicos**

El colegio se basa curricularmente en un ajuste de las bases curriculares al Diseño Universal de Aprendizaje DUA, con lo que de este último depende el tipo de planificación que se realiza de las clases. El método de enseñanza de la lectoescritura en el que se basa el establecimiento es el método Matte, que es una metodología fonético- analítica también conocido como “silabario del ojo” con el cual se asegura que los niños aprendan de una manera rápida y estructurada a leer y escribir (proyecto educativo génesis 2018).

### **Antecedentes del centro de estudio**

El colegio se encuentra en un sector que presenta como principales amenazas, la falta de seguridad vial, un ambiente socio cultural bajo, considerado vulnerable en relación a drogas, maltrato, agresiones y delincuencia, robos en el establecimiento, baja autoestima de los apoderados y alta cantidad de estudiantes con protección judicial, entre otras cosas (Verdugo, 2018).

Cuenta con centros cercanos de atención primaria, como SAPU, Hospital Cordillera y consultorios.

La Junta de Vecinos facilita canchas para actividades extra programáticas.

También tiene con Reten Móvil cercano con Plan Cuadrante.

Además, presenta un programa de Alimentación Sana (Minuta), talleres extraescolares de apoyo a las asignaturas de mayor cobertura e intereses de los estudiantes y horas JEC de libre disposición.

A todo lo anterior se suma que el colegio entrega textos escolares por parte de MINEDUC.

Actualmente el colegio tiene 320 alumnos matriculados, con un promedio de 22 alumnos por curso y un recurso humano de 39 funcionarios en total.

La infraestructura del establecimiento son edificios de concreto y de madera, salas de básica y pre básica, sala de computación y biblioteca (proyecto educativo génesis 2018).

### **Tipo de estudio**

En lo que se refiere a los tipos de estudios educacionales, nos encontramos con dos paradigmas fundamentales, que representan, ambos, las dos caras de una misma moneda. La moneda es la manera o enfoque en que espera obtenerse el conocimiento, es decir, es el paradigma de acuerdo al cuál se realizará el estudio de caso.

Este paradigma puede ser más científico o cuantitativo, también llamado “positivista”, lo que quiere decir que su búsqueda de la verdad se basa principalmente en el método científico, es decir, en estudios basados en pruebas y mediciones, siguiendo un proceso sistemático en el cual hay una hipótesis y una experimentación a partir de las cuales se llegará a una conclusión que podrá avalar o refutar la o las hipótesis hechas al principio (Bisquerra, 2009). Aquí, la realidad se reduce a simples resultados que buscan predecir cosas. El paradigma que se encuentra en la otra cara de la

moneda, es el cualitativo, también conocido como interpretativo o naturalista, que está más basado en la observación, entrevistas y en una mayor socialización, si lo pudiéramos decir, entre el sujeto que estudia o analiza, con el o los sujetos estudiados o analizados. Aquí, el sujeto que estudia, se encuentra mucho más involucrado con los sujetos estudiados y con su realidad (Jurgenson, 2003). Este es un estudio mucho más emocional o subjetivo, si lo pudiéramos decir de alguna manera; y aunque es el tipo de estudio que más se ha masificado en cuanto al área o segmento educacional (Bisquerra, 2009), sus procedimientos son poco científicos, presentan diversos tipos de problemas de preguntas de investigación y de diseño (Lankshear & Knobel, 2000), y difícilmente nos podrá entregar resultados confiables, ya que se basa mucho, quizás en demasía, en el criterio de quién está realizando dicho estudio, lo cual nos da un problema de validez (Lincoln, 1990).

Sin embargo, y a pesar de todas las problemáticas que presenta este paradigma (Velásquez, 2013), es este en el que se basará nuestro estudio, ya que la otra opción, que es mucho más exacta y fiable, tanto en la entrega de resultados, como a los resultados obtenidos entre diferentes investigadores (Kirk & Miller, 1986) en el contexto social presenta demasiadas objeciones, ya que también los sujetos que realizan el estudio, han demostrado ineficiencia al realizarlo, pues se concentran únicamente en resultados relacionados con el área que están analizando, mientras dejan de lado otros parámetros significativos que deberían ser medidos para poder presentar conclusiones más cercanas a la realidad, lo que se conoce como “reduccionismo” (Bisquerra, 2009). Un ejemplo muy común es el de comparar los resultados de género, en pruebas estandarizadas de nivel nacional, como, por ejemplo, el SIMCE (resultados SIMCE, 2017) o la PSU pero cuando lo hacen, en primer lugar, los miden como si intelectualmente existiera alguna diferencia entre hombres y mujeres (Garaigordobil, 2010), dejan de lado la medición de horas de estudio de cada estudiante, cantidad de personas presentes en el lugar de estudio (distracciones) en el hogar al momento en

que estos alumnos estudian (Morin, 1006), etc., lo cual sería engorroso, pero no nos entregaría resultados viciados como ocurre siempre (Bisquerra, 2009). Por esta razón es que se ha criticado tanto que el estudio cuantitativo es reduccionista, es decir, mide muy pocas variables significativas para el tipo de observación en cuestión (Jurgenson, 2003).

Debido a lo anterior, y a otras razones que se nombrarán en este párrafo, para la presente tesis se ha optado por realizar un estudio cualitativo debido a tres razones, principalmente, que son:

- 1) Por razones formales, debido a que ya se definió desde el principio que sería este el tipo de método de estudio.
- 2) El contexto hace que sea mucho más fácil realizar un estudio cualitativo basado en la observación.
- 3) No se cuenta con los recursos para realizar un estudio cuantitativo serio, que contemple la cantidad de parámetros a medir, lo cual no se ha hecho en Educación.

### **Diseño del estudio**

Debido a la naturaleza del estudio, lo más competente, que es el diseño que finalmente se realizará, es el estudio de casos. Entre sus características principales, cuenta con varias ventajas importantes para realizar cualquier análisis en Educación, ya que, por su naturaleza inductiva, se permite la realización de hipótesis basadas en un razonamiento inductivo (Jurgenson, 2003). Ahora bien, el estudio de casos ha demostrado ser lo que mejor se ajusta a la investigación educativa, ya que, al estudiar diferentes tipos de situaciones, se puede analizar de mejor manera los distintos contextos que un docente se puede encontrar en la sala de clases (Jurgenson, 2003). Entre las principales críticas que se han hecho frente al estudio de casos, tenemos la de que no permite generar hipótesis

generales, ya que se dedica a todo lo contrario, que es el análisis de particularidades que un docente puede encontrar en un aula (Jurguenson, 2003).

Esto tiene una directa relación con que este tipo de diseño no permite la creación de teorías que permitan entender de mejor manera todas las situaciones que pudieran ocurrir en una sociedad, sino solo casos “particulares (Bisquerra, 2009). Sin embargo, se puede decir que, si bien no lo hace de la manera masiva que desearían algunos, si lo hace de forma específica para distintos grupos de situaciones que se dan en nuestro sistema social. Esto tiene una directa semejanza con la teoría del habitus, de Pierre Bourdieu (1979), ya que es la relación entre los distintos actores, que al relacionarse entre sí, se genera una situación en que cada uno adopta un rol particular que va generando diferentes tipos de casos a estudiar según la diversidad de situaciones sociales con que nos podemos encontrar (Jurguenson, 2003). Es como la relación que tienen entre sí las piezas en un juego de ajedrez, o de go, según la teoría de la revolución disipada de Guattari (2017), en que, al producirse un contexto específico, surgen distintos agentes sociales que al relacionarse entre sí generan una situación o caso que al ser estudiada permite que se pueda encontrar la solución a otras situaciones particulares que, a su vez, se asemejan a la anterior (Guattari, 2017), o para que se comprenda mejor, es como la película Matrix, cuando aparecen los distintos agentes del sistema adoptando automáticamente el rol para el que fueron creados al darse esa situación particular para que aparezcan (Wachowski, 1999), pero al mismo tiempo, esa situación particular se ha dado tantas veces, que se convierte en un “caso tipo” o situación general que se puede estudiar y analizar soluciones que permitan que, por medio de su estudio, se pueda llegar a encontrar la solución de muchos casos particulares que comparten, entre sí (Jurguenson, 2003), los mismos tipos de personas que representan siempre los mismos tipos de roles (Bourdieu, 1979). Lo anterior inhabilita la principal crítica que tiene el positivismo frente al estudio de casos, que se refiere a

que estos no pueden generar una solución general para todos los casos (Verdugo, 2020); sin embargo, el habitus de Bourdieu, demuestra que siempre las personas, en determinados contextos, adoptarán su rol correspondiente, el que dependerá, claramente, de cada situación particular (Bourdieu, 1979).

Con respecto a todo lo anterior hay que hacer un breve paréntesis, y es que el estudio de casos no es antagónico con un estudio cuantitativo, ya que ambos pertenecen a esferas diferentes, lo que permite que, dependiendo del contexto, se puedan relacionar y realizar un estudio cuantitativo con un diseño de estudio de casos (Velásquez, 2013). Esto produciría datos que puedan ayudar a la comprensión y estudio de “relaciones de actores” que se van a seguir repitiendo, pero con leves variaciones en una diversidad de contextos (Bourdieu, 1979) que podrían medirse y permitirían la predicción de resultados; sin embargo, para que esto pueda ocurrir, se requiere un estudio y una investigación exhaustiva que no deje de lado la gran cantidad de factores que han dejado de lado, hasta el momento los estudios cuantitativos (Jurgenson, 2003). El punto que se quiere especificar en este paréntesis, es que hasta el momento, los estudios cuantitativos miden sólo un par de factores (Bisquerra, 2009) que no son determinantes en los resultados y sólo se han convertido en alguna especie de estudio observacional de resultados deseados/no deseados (resultados *simce*, 2017), en lugar de hacer aquello para lo que realmente fueron intencionadamente ideados, que es predecir situaciones y generar recetas para cada caso (Jurgenson, 2003).

## **CAPÍTULO TERCERO: ANÁLISIS DEL MATERIAL VIGENTE**

## **Instrumentos de análisis**

El presente estudio se basa en un trabajo realizado, tanto en base al análisis documental de investigaciones realizadas sobre las bases curriculares, como de investigaciones referentes a la metodología ARPA, como a relatos del docente sobre respuestas entregadas por los estudiantes en clases, referentes a la resolución de problemas de fracciones.

Las bases curriculares tienen relación a la referencia que hacen con respecto al eje de resolución de problemas y modelación, ya que ambas habilidades son utilizadas para la temática de interés del presente trabajo. Las razones tienen que ver con que, para resolver problemas, la habilidad que se relaciona de manera directa es la de resolución de problemas (Mineduc, 2012), y para poder esquematizar una situación que se pueda solucionar por medio del conocimiento matemático, es necesario ser capaz de modelar dicha situación (Mineduc, 2012). Modelar consiste en poder esquematizar cosas concretas de una situación o problema matemático (Mineduc, 2012), por ejemplo, si yo me he demorado dos horas en recorrer tres kilómetros, la habilidad me permitirá comprender que la velocidad a la que recorro el segmento comprendido en el problema es de un kilómetro y medio por hora, ya que por cada hora que ha pasado, he sido capaz de recorrer un kilómetro y medio. La habilidad de modelar, me permitirá comprender la relación algebraica que existe entre las dos proporciones mencionadas (tiempo y distancia), y, además, me permitirá entender que esa relación se puede representar en forma de fracción (Mineduc, 2012).

Por otra parte, además de toda la investigación referente a la metodología ARPA, tenemos los relatos docentes acerca de la experiencia de enseñar en base a la resolución de problemas, a pesar de lo que obliga el actual sistema educacional, que presiona de manera continua en lo referente a la obtención de resultados con respecto al hecho de pasar la materia relacionada con las fracciones

en un tiempo reducido, sin que necesariamente exista un aseguramiento de que esta área de las matemáticas haya sido aprendida de manera significativa (Mineduc, 2012).

### **Criterios éticos de la investigación**

El presente estudio se preocupa de diversos aspectos relacionados con el cuidado de la imagen de quienes participan en este, ya sea como sujetos de observación o de quienes pudieran facilitar cierta información para poder llevar a cabo esta tesis de la manera más documentada posible y tampoco se pasa a llevar ninguna ley.

Lo mismo es con respecto a las instituciones a las que se les pidió información y documentos o evidencias sobre la metodología que se estudia en este documento, y que se espera que puedan ser usadas en el futuro para la enseñanza de las matemáticas, potenciando así el desarrollo de la habilidad de la resolución de problemas en los niños.

Todo lo anterior, además implica que se ha seguido una serie de pasos y que se ha tenido ciertas consideraciones referentes a la manera en que se muestra la información aquí (Bisquerra, 2009), con el propósito ético de que pueda ser usada en futuras investigaciones y por otros tesisistas o investigadores que deseen profundizar con respecto a la enseñanza de las matemáticas por medio de la resolución de problemas y de la ingeniería didáctica.

Para la realización de este documento se ha seguido una serie de códigos que tienen que ver con las consideraciones antes mencionadas, como, por ejemplo, el resguardo de la identidad de los sujetos de observación, y en las situaciones pertinentes, de informarles acerca del estudio en cuestión y del uso y potencial difusión que tendrán los resultados del mismo. Sin embargo, lo que más se protege en este estudio es la confidencialidad de dichas personas y el cuidado y respeto por

la imagen de las instituciones que participaron como facilitadores de información (Bisquerra, 2009).

## **CAPÍTULO CUARTO: PROPUESTA DIDÁCTICA**

## **OBJETIVOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

### **Objetivo general**

Enseñar la unidad de fracciones mediante la estrategia ARPA de resolución de problemas en las aulas, con ingeniería didáctica, a través de talleres complementarios en estudiantes de sexto básico del colegio Génesis 2005, comuna de Peñalolén.

### **Objetivos específicos**

- Potenciar en estudiantes de sexto básico el desarrollo de la habilidad matemática de resolución de problemas por medio de la estrategia ARPA.
- Proponer una estrategia inclusiva de enseñanza de las matemáticas basada en la ingeniería didáctica.
- Enseñar las matemáticas mediante una estrategia innovadora basada en la resolución de problemas matemáticos prácticos.

## **Planificaciones de la propuesta didáctica**

Las planificaciones de la propuesta didáctica están adaptadas a lo que es la metodología ARPA y ARP Paula, con las etapas que esta contempla. Es por esta razón, que dichas planificaciones no se ajustan a lo que podríamos llamar “planificaciones tradicionales”, con sus tres etapas respectivas, es decir, el inicio, desarrollo y cierre, que son tan comunes a lo que conocemos como docentes. Estas planificaciones se basan en etapas distintas de lo que podríamos llamar “la clase”, que en nuestro caso pasaría a ser “el taller”.

Nuestro taller, basado en la resolución de problemas matemáticos, consta de cuatro partes principales, las cuales implican que tenga que existir un análisis de los problemas trabajados en clases y discusiones de distinto tipo, ya que, primero existe una discusión grupal que ocurre en las etapas de entrega, activación y consolidación (se está debatiendo soluciones y estrategias de manera constante); que posteriormente pasará a ser un debate entre grupos acerca de las estrategias utilizadas para la resolución de los distintos problemas en la etapa de discusión.

A continuación, presentamos cuatro planificaciones referentes a las primeras sesiones del taller, que evolucionan de manera ascendente en lo que se refiere a la dificultad de la comprensión de cada problema presentado. Se recomienda que cada problema sea siempre antecedido de alguna actividad, como, por ejemplo, la visualización de un video, que permita la contextualización de los problemas a trabajar en clases. Sin embargo, no es necesario que los videos o actividades tengan que introducir al problema, sino solo contextualizar. Contemplar esto es importante, ya que marcará la diferencia psicológica entre lo que será resolver los problemas desarrollando de mejor manera lo es el resto de las habilidades matemáticas y el pensamiento lateral, que es tan necesario para esta habilidad matemática, que es tan importante para nuestros talleres.

## Resumen clase 1

Como ocurre con todas las clases de la metodología ARPA, el objetivo consiste en desarrollar la habilidad de resolución de problemas. El modo en que se aplica la metodología en todas las clases se da del mismo modo; con algunos ejercicios o actividades de motivación, que en nuestro caso consistirán en mostrar videos que contextualicen, por lo menos, el primer problema a resolver, pero que no tengan ninguna relación con las matemáticas, ya que lo que se busca es únicamente, que los estudiantes se relacionen con la temática de los problemas. Es por eso que en el video de esta clase se habla acerca del miedo que sienten los ladrones ante la presencia de estatuas de duendes en los jardines de las casas. La dificultad de los problemas permite que se cumpla con los 45 minutos de la clase cuando se siguen las cuatro etapas del taller; e irá aumentando en cada clase.

Esta metodología presenta varias ventajas, ya que abarca, incluso, el desarrollo de habilidades transversales con asignaturas como lenguaje e historia, especialmente en lo que se refiere a la expresión oral al momento de debatir las estrategias utilizadas para llegar a la resolución de problemas entre los distintos grupos.

El aporte que esto tiene para las prácticas se basa en la cantidad de habilidades que implica la metodología ARPA.

# Planificación de clase 1

Profesor Rodrigo Verdugo Díaz.

<b>Fecha</b>	Viernes 13 de noviembre del 2020	<b>Clase N°</b>	1
<b>Curso</b>	Sexto básico	<b>Tiempo</b>	45 minutos
<b>Objetivo de aprendizaje</b>	<p>OA05: Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos: identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con software educativo; representando estos números en la recta numérica.</p> <p>OA06: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.</p> <p>OA08: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>		
<b>Objetivo de la clase</b>	<p><b>Resolver problemas prácticos de fracciones, en grupo, de manera pictórica y simbólica, abordando de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</b></p>		
<b>Conceptos</b>	<b>Habilidades</b>	<b>Actitudes</b>	
Fracciones equivalentes, adición y sustracción de fracciones de fracciones.	Modelar Resolver problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.</li> <li>- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.</li> <li>- Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</li> </ul>	
<b>Momentos de la clase</b>	<b>Descripción de la actividad</b>	<b>Recursos</b>	<b>Evaluación (indicadores)</b>

<p><b>Entrega</b></p>	<p>Los estudiantes se organizan en grupos de cuatro integrantes elegidos al azar por su docente o guía, después de lo cual ven un video motivacional referente a la temática de los problemas que resolverán, sobre los gnomos de jardín que ahuyentan a los ladrones (<a href="https://www.youtube.com/watch?v=uHUVg6Kpnfw">https://www.youtube.com/watch?v=uHUVg6Kpnfw</a>). Después de esto, cada grupo recibe su problema en una hoja, el cual trata sobre un duende ladrón, que va robando cosas en fracciones que primero deben ser representadas, y que tiene como pregunta de extensión, resolver la operación de adición de fracciones que se da en la situación del problema (<b>hoja de problemas n°1</b>). Luego de esto, cada grupo comienza su lectura de manera independiente, es decir, cada grupo en forma particular. Si algún grupo tiene problemas en la comprensión del problema, llaman a su docente, quién, por medio de preguntas específicas, tales como, para el problema 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿de qué manera puedo dibujar el problema?,</li> <li>- ¿cómo se dibuja una docena de huevos?,</li> <li>- ¿cuántos huevos tiene una docena?,</li> <li>- ¿a cuántos huevos corresponde la fracción que me piden?</li> <li>- ¿cuántas bolsas de 1kg son 3 kg de porotos?</li> <li>- ¿cuántas bolsas serían la mitad de esas tres bolsas?</li> </ul> <p>Y para el problema 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿cómo se dibujan los chocolates antes de que me los robara el duende?</li> <li>- ¿cómo se dibujan los chocolates después de que me los robara el duende?</li> <li>- ¿se puede expresar como fracciones lo que me robó el duende?</li> <li>- ¿cómo se podría expresar en fracciones lo que me robó el duende?</li> </ul> <p>Con estas preguntas relacionadas con el enunciado, el docente les da pistas sobre cómo abordarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema escrito en papel.</li> <li>- Lápiz de mina.</li> <li>- Goma.</li> <li>- Sacapuntas.</li> <li>- Computador.</li> <li>- Proyector.</li> </ul>	<p>Resuelven problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>

<b>Activación</b>	<p>Los grupos trabajan en resolver el problema bajo la dinámica de que, si tienen alguna dificultad para entender el problema, llaman a su docente guía, quién, por medio de las preguntas específicas anteriores, ayudará a simplificarlo y así el grupo podrá desarrollar alguna estrategia para encontrar la solución, o para poder seguir en su desarrollo o para terminar la resolución del problema, según cada situación; pueda hacerlo.</p>		
<b>Consolidación</b>	<p>Cuando un grupo termina de resolver el problema, llama a su docente, quién, por medio de las mismas preguntas específicas del problema, comprobará que todos los integrantes del grupo lo comprenden. Después de esto, dependiendo del grupo y del tiempo que quede de clase, realizará las preguntas de extensión, que corresponden a la resolución de las adiciones de cada caso, es decir, ¿cuánto me robó el duende en total?</p>		
<b>Discusión</b>	<p>Los grupos a los que su docente guía les anunció, presentan y discuten las estrategias que utilizaron. Durante cada presentación, responden preguntas, del docente guía, tanto el grupo que se encuentra presentando, como los otros grupos, para realizar conexión entre ideas y conceptos.</p>		

## **Resumen clase 2**

Como ocurre con todas las clases de la metodología ARPA, el objetivo consiste en desarrollar la habilidad de resolución de problemas. El video motivacional de esta clase habla acerca de cómo se van formando fracciones con distintos tipos de frutas.

La dificultad de los problemas de esta clase es mayor que la de los de la clase anterior, y permiten que se cumpla con los 45 minutos de la clase cuando se siguen las cuatro etapas del taller; y seguirá aumentando en cada clase.

Por la manera en que se trabaja esta metodología, presenta varias ventajas, ya que abarca, incluso, el desarrollo de habilidades transversales con asignaturas como lenguaje e historia, especialmente en lo que se refiere a la expresión oral al momento de debatir las estrategias utilizadas para llegar a la resolución de problemas entre los distintos grupos.

El aporte que esto tiene para las prácticas se basa en la cantidad de habilidades que implica la metodología ARPA.

# Planificación de clase 2

Profesor Rodrigo Verdugo Díaz.

51

<b>Fecha</b>	Viernes 20 de noviembre del 2020	<b>Clase N°</b>	2
<b>Curso</b>	Sexto básico	<b>Tiempo</b>	45 minutos
<b>Objetivo de aprendizaje</b>	<p>OA05: Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos: identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con software educativo; representando estos números en la recta numérica.</p> <p>OA06: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.</p> <p>OA08: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>		
<b>Objetivo de la clase</b>	<p><b>Resolver problemas prácticos de fracciones, en grupo, de manera pictórica y simbólica, abordando de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</b></p>		
<b>Conceptos</b>	<b>Habilidades</b>	<b>Actitudes</b>	
Fracciones equivalentes, adición y sustracción de fracciones de fracciones.	Modelar Resolver problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.</li> <li>- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.</li> <li>- Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de</li> </ul>	

Momentos de la clase	Descripción de la actividad	Recursos	Evaluación (indicadores)
Entrega	<p>Los estudiantes se organizan en grupos de cuatro integrantes elegidos al azar por su docente o guía, después de lo cual ven un video motivacional referente a la temática de los problemas que resolverán, sobre fracciones con frutas (<a href="https://www.youtube.com/watch?v=7iCevWl9G5U">https://www.youtube.com/watch?v=7iCevWl9G5U</a>). Después de esto, cada grupo recibe su problema en una hoja, el cual trata sobre fracciones en dientes y cabezas de ajo, y sobre el robo de las docenas de huevos (<b>hoja de problemas n°2</b>). Luego de esto, cada grupo comienza su lectura de manera independiente, es decir, cada grupo en forma particular. Si algún grupo tiene problemas en la comprensión del problema, llaman a su docente, quién, por medio de preguntas específicas, tales como, para el problema 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿de qué manera puedo dibujar el problema?,</li> <li>- ¿cómo se dibuja una cabeza de ajo con sus 8 dientes?,</li> <li>- ¿a cuánto equivale cada fracción dibujada de la cabeza de ajo y de los dientes de ajo?,</li> </ul> <p>Y para el problema 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿cuántas docenas son <math>\frac{1}{6}</math> de 300?</li> <li>- ¿cuántas docenas son <math>\frac{1}{5}</math> de 300?, ¿y <math>\frac{2}{5}</math>?</li> <li>- ¿A cuánto equivaldrían los <math>\frac{1}{6}</math> y <math>\frac{2}{5}</math> que fueron robadas?</li> </ul> <p>Con estas preguntas relacionadas con el enunciado, el docente les da pistas sobre cómo abordarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema escrito en papel.</li> <li>- Lápiz de mina.</li> <li>- Goma.</li> <li>- Sacapuntas.</li> <li>- Computador.</li> <li>- Proyector.</li> </ul>	<p>Resuelve problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>
			soluciones a problemas.

<b>Activación</b>	<p>Los grupos trabajan en resolver el problema bajo la dinámica de que, si tienen alguna dificultad para entender el problema, llaman a su docente guía, quién, por medio de las preguntas específicas anteriores, ayudará a simplificarlo y así el grupo podrá desarrollar alguna estrategia para encontrar la solución, o para poder seguir en su desarrollo o para terminar la resolución del problema, según cada situación; pueda hacerlo.</p>		
<b>Consolidación</b>	<p>Cuando un grupo termina de resolver el problema, llama a su docente, quién, por medio de las mismas preguntas específicas del problema, comprobará que todos los integrantes del grupo lo comprenden.</p>		
<b>Discusión</b>	<p>Los grupos a los que su docente guía les anunció, presentan y discuten las estrategias que utilizaron. Durante cada presentación, responden preguntas, del docente guía, tanto el grupo que se encuentra presentando, como los otros grupos, para realizar conexión entre ideas y conceptos.</p>		

### **Resumen clase 3**

Como ocurre con todas las clases de la metodología ARPA, el objetivo consiste en desarrollar la habilidad de resolución de problemas. El video motivacional de esta clase tiene que ver con las fracciones de alimentos que usamos muchas veces en las recetas para preparar distintas cosas.

La dificultad de los problemas de esta clase es mayor que la de los de la clase anterior, y permite que se cumpla con los 45 minutos de la clase cuando se siguen las cuatro etapas del taller; y seguirá aumentando para la última clase planificada.

Por la manera en que se trabaja la clase bajo esta metodología, presenta varias ventajas, ya que implica el desarrollo de habilidades relacionadas con asignaturas como lenguaje e historia, especialmente en lo que se refiere a la expresión oral al momento de debatir las estrategias utilizadas para llegar a la resolución de problemas entre los distintos grupos.

El aporte que esto tiene para las prácticas se basa en la cantidad de habilidades que se trabajan y desarrollan bajo la metodología ARPA.

# Planificación de clase 3

Profesor Rodrigo Verdugo Díaz.

<b>Fecha</b>	Viernes 27 de noviembre del 2020	<b>Clase N°</b>	3
<b>Curso</b>	Sexto básico	<b>Tiempo</b>	45 minutos
<b>Objetivo de aprendizaje</b>	<p>OA05: Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos: identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con software educativo; representando estos números en la recta numérica.</p> <p>OA06: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.</p> <p>OA08: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>		
<b>Objetivo de la clase</b>	<p><b>Resolver problemas prácticos de fracciones, en grupo, de manera pictórica y simbólica, abordando de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</b></p>		
<b>Conceptos</b>	<b>Habilidades</b>	<b>Actitudes</b>	
Fracciones equivalentes, adición y sustracción de fracciones de fracciones.	<p>Modelar</p> <p>Resolver problemas</p>	<p>- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico</p> <p>- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.</p> <p>- Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a</p>	

Momentos de la clase	Descripción de la actividad	Recursos	Evaluación (indicadores)
<b>Entrega</b>	<p>Los estudiantes se organizan en grupos de cuatro integrantes elegidos al azar por su docente o guía, después de lo cual ven un video motivacional referente a la temática de los problemas que resolverán, sobre fracciones en una receta (<a href="https://www.youtube.com/watch?v=mo_IrP2dV8s">https://www.youtube.com/watch?v=mo_IrP2dV8s</a>). Después de esto, cada grupo recibe su problema en una hoja, el cual trata sobre fracciones en dientes y cabezas de ajo, y sobre el robo de las docenas de huevos (<b>hoja de problemas n°3</b>). Luego de esto, cada grupo comienza su lectura de manera independiente, es decir, cada grupo en forma particular. Si algún grupo tiene problemas en la comprensión del problema, llaman a su docente, quién, por medio de preguntas específicas, tales como, para el problema 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿cómo puedo dibujar lo que necesito?</li> <li>- ¿cómo puedo ponerle precio a lo que necesito?</li> <li>- ¿cuánto me cuesta lo que necesito?</li> </ul> <p>Y para el problema 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿cuántos minutos tiene una hora?</li> <li>- ¿cuántos minutos son <math>\frac{3}{4}</math> de hora?</li> <li>- ¿cuántos minutos dura en total un partido?</li> </ul> <p>Con estas preguntas relacionadas con el enunciado, el docente les da pistas sobre cómo abordarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema escrito en papel.</li> <li>- Lápiz de mina.</li> <li>- Goma.</li> <li>- Sacapuntas.</li> <li>- Computador.</li> <li>- Proyector.</li> </ul>	<p>problemas. Resuelve problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>
<b>Activación</b>	<p>Los grupos trabajan en resolver el problema bajo la dinámica de que, si tienen alguna</p>		

	<p>dificultad para entender el problema, llaman a su docente guía, quién, por medio de las preguntas específicas anteriores, ayudará a simplificarlo y así el grupo podrá desarrollar alguna estrategia para encontrar la solución, o para poder seguir en su desarrollo o para terminar la resolución del problema, según cada situación; pueda hacerlo.</p>		
<b>Consolidación</b>	<p>Cuando un grupo termina de resolver el problema, llama a su docente, quién, por medio de las mismas preguntas específicas del problema, comprobará que todos los integrantes del grupo lo comprenden.</p>		
<b>Discusión</b>	<p>Los grupos a los que su docente guía les anunció, presentan y discuten las estrategias que utilizaron. Durante cada presentación, responden preguntas, del docente guía, tanto el grupo que se encuentra presentando, como los otros grupos, para realizar conexión entre ideas y conceptos.</p>		

## **Resumen clase 4**

Tal como ocurrió con todas las clases anteriores que se encuentran planificadas bajo la metodología ARPA, el objetivo consiste en desarrollar la habilidad de resolución de problemas. El video motivacional de esta se refiere a la importancia de las matemáticas en el diario vivir y en los distintos trabajos que podemos realizar.

La dificultad de los problemas de esta clase es mayor que la de los de la clase anterior, siendo mucho más abstracta, requiriendo, en este caso, un poco más de las habilidades de modelar y representar, que en las clases anteriores. Además, permite que se cumpla con los 45 minutos de la clase cuando se siguen las cuatro etapas del taller.

Por la manera en que se trabaja la clase bajo esta metodología, presenta varias ventajas, ya que implica el desarrollo de habilidades relacionadas con asignaturas como lenguaje e historia, especialmente en lo que se refiere a la expresión oral al momento de debatir las estrategias utilizadas para llegar a la resolución de problemas entre los distintos grupos.

El aporte que esto tiene para las prácticas se basa en la cantidad de habilidades que se trabajan y desarrollan bajo la metodología ARPA.

# Planificación de clase 4

Profesor Rodrigo Verdugo Díaz.

Fecha	Viernes 4 de diciembre del 2020	Clase N°	4
Curso	Sexto básico	Tiempo	45 minutos
Objetivo de aprendizaje	<p>OA05: Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos: identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con software educativo; representando estos números en la recta numérica.</p> <p>OA06: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.</p> <p>OA08: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>		
Objetivo de la clase	<p><b>Resolver problemas prácticos de fracciones, en grupo, de manera pictórica y simbólica, abordando de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</b></p>		
Conceptos		Habilidades	Actitudes
Fracciones equivalentes, adición y sustracción de fracciones de fracciones.		<p>Modelar</p> <p>Representar</p> <p>Resolver problemas</p>	<p>- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.</p> <p>- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa</p> <p>- Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.</p>
Momentos de la clase	Descripción de la actividad	Recursos	Evaluación (indicadores)
Entrega	Los estudiantes se organizan en grupos de cuatro integrantes elegidos al azar por su docente o guía,	- Problema escrito en papel.	Resuelven problemas

	<p>después de lo cual ven un video motivacional referente a la temática de los problemas que resolverán, sobre matemáticas en la vega (<a href="https://www.youtube.com/watch?v=be4BUNjmSSI">https://www.youtube.com/watch?v=be4BUNjmSSI</a>) Después de esto, cada grupo recibe su problema en una hoja, el cual trata sobre la representación de operaciones combinadas de fracciones, y que tiene como pregunta de extensión, resolver el ejercicio de operaciones combinadas de fracciones que se da en la situación del problema (<b>hoja de problemas n°4</b>). Luego de esto, cada grupo comienza su lectura de manera independiente, es decir, cada grupo en forma particular. Si algún grupo tiene problemas en la comprensión del problema, llaman a su docente, quién, por medio de preguntas específicas, tales como, para el problema 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿de qué manera puedo dibujar el problema?,</li> <li>- ¿de qué manera puedo representar el problema?,</li> <li>- ¿hay multiplicaciones que tenga que hacer, según el enunciado?,</li> <li>- ¿hay operaciones que tenga que agrupar entre paréntesis?</li> </ul> <p>Y para el problema 2 son exactamente las mismas preguntas específicas, es decir:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿de qué manera puedo dibujar el problema?,</li> <li>- ¿de qué manera puedo representar el problema?,</li> <li>- ¿hay multiplicaciones que tenga que hacer, según el enunciado?,</li> <li>- ¿hay operaciones que tenga que agrupar entre paréntesis?</li> </ul> <p>Con estas preguntas relacionadas con el enunciado, el docente les da pistas sobre cómo abordarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lápiz de mina.</li> <li>- Goma.</li> <li>- Sacapuntas.</li> <li>- Computador.</li> <li>- Proyector.</li> </ul>	<p>rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.</p>
<p><b>Activación</b></p>	<p>Los grupos trabajan en resolver el problema bajo la dinámica de que, si tienen alguna dificultad para entender el problema, llaman a su docente guía, quién, por medio de las preguntas específicas anteriores, ayudará a simplificarlo y así el grupo</p>		

	podrá desarrollar alguna estrategia para encontrar la solución, o para poder seguir en su desarrollo o para terminar la resolución del problema, según cada situación; pueda hacerlo.		
<b>Consolidación</b>	<p>Cuando un grupo termina de resolver el problema, llama a su docente, quién, por medio de las mismas preguntas específicas del problema, comprobará que todos los integrantes del grupo lo comprenden.</p> <p>Después de esto, dependiendo del grupo y del tiempo que quede de clase, realizará las preguntas de extensión, que corresponden a la resolución de las adiciones de cada caso, es decir, ¿cuánto me robó el duende en total?</p>		
<b>Discusión</b>	<p>Los grupos a los que su docente guía les anunció, presentan y discuten las estrategias que utilizaron.</p> <p>Durante cada presentación, responden preguntas, del docente guía, tanto el grupo que se encuentra presentando, como los otros grupos, para realizar conexión entre ideas y conceptos.</p>		

## CONCLUSIONES

### Conclusiones sobre los objetivos

Debido a que la metodología ARPA se basa únicamente en resolución de problemas, y a que el objetivo de la presente propuesta didáctica tiene que ver con dicha habilidad matemática, podríamos decir que lo que más se trabajó y desarrolló fue este objetivo. Hay que tener presente, sin embargo, algunos puntos que son muy importantes, sin los cuales no es posible avanzar en el taller que se propone realizar, lo cual puede representar las principales debilidades de esta propuesta didáctica, debido a que, como seres integrales que somos, y a que las matemáticas son holísticas, no podemos dedicarnos a una sola cosa, es decir, no se puede depender de sólo una habilidad en la vida:

- 1) Son importantes las clases en las que se forme a nuestros estudiantes sobre los distintos contenidos a desarrollar mediante la resolución de problemas, ya que, sin estas herramientas, nuestros niños no podrán avanzar en la misma habilidad de la resolución de problemas.
- 2) Esto se debe a que, principalmente, han perdido el pensamiento lateral que les permitía, cuando eran más chicos, encontrar soluciones creativas a los problemas, como, por ejemplo, pensar en usar un alicate gigante para arreglar un problema puntual. Es, debido a esto, que es necesario entregarles herramientas y ejercitar de manera continua, incluso modelando maneras de resolver ciertos problemas para que lleguen a algunas soluciones, por último, a través de la imitación, ya que la resolución es algo que debe ir desarrollándose, no solo a través de la práctica, sino también por medio de la imitación,

especialmente en enseñanza básica, debido a que son edades a las que nuestros niños aún son muy concretos y por razones biológicas todavía no han desarrollado completamente su capacidad de abstracción para llegar a la resolución de problemas de manera óptima. Por eso es importante que, para que desarrollen su pensamiento lateral, imiten resoluciones de problemas en los que se ocupe este mismo pensamiento, para que, por medio de la imitación, puedan recuperar esta habilidad perdida, es decir, la habilidad de encontrar soluciones holísticas para la diversidad de problemas que se encontrarán, no sólo en las matemáticas, sino también en la vida.

- 3) Aunque pueda parecer obvio, también es importante que desarrollen otras habilidades, tales como la modelación y la representación. Esto también les permitirá encontrar soluciones parecidas a las que podrían alcanzar mediante el pensamiento lateral, sin embargo, no lo reemplazan. La representación y la modelación son habilidades que permitirán entregar el principio de un enfoque más abstracto en la resolución de problemas, que permitirá que encuentren soluciones más creativas en la resolución de problemas.
- 4) Es importante la modelación, (refiriéndonos a esta como la imitación de los niños en ciertas acciones) en el proceso de aprendizaje por medio de la resolución de problemas, ya que les dará pistas sobre cómo y cuando usar ciertas habilidades de resolución de problemas. Siempre hay que recordar que están en un rango de edad en que están pasando, recién, desde la etapa de las operaciones concretas a las operaciones formales, por lo que hay muchas cosas relacionadas con la abstracción de ideas que la gran mayoría de los niños no será capaz de realizar por razones biológicas. Incluso hay un gran porcentaje de adultos que no es capaz de solucionar problemas por medio de habilidades como la representación, debido a que en su desarrollo no lograron la etapa de las operaciones formales, que es la

que finalmente permite que podamos tener un pensamiento abstracto gracias al cual podamos relacionar cosas y contextos que en su naturaleza no tienen ningún tipo de relación.

Debido a los puntos recién tratados, no podemos basarnos en sólo la resolución de problemas para lograr un aprendizaje integral.

### **Conclusiones sobre la propuesta**

La propuesta, tal como se presenta, a modo de taller, es factible, pero si el docente a cargo no cumple con ciertas competencias, difícilmente se podrá llegar a buen puerto. Es importante que quién esté a cargo de este curso sea un profesional que haya desarrollado en el tiempo habilidades matemáticas tales como la representación y la modelación, además de la resolución de problemas. También es importante que sea un docente capaz de empatizar con lo que ocurre en la mente de sus alumnos en su estado de desarrollo biológico, que pueda saber y entender las razones de porqué estos le entregarán ciertas respuestas y de por qué pensarán de acuerdo a ciertas directrices. También es importante la capacidad del monitor a cargo, de conocer el tipo de preguntas mediante las cuales podrá ayudar a sus alumnos a encontrar las respuestas correctas o a encaminarse a estas por medio del pensamiento matemático, ayudándoles, a su vez, a desarrollar el resto de las habilidades que les permitirán a sus estudiantes complementarlas con el contenido entregado en clases.

Sin lo anterior, la propuesta didáctica que se presenta no podrá lograr su objetivo consistente en desarrollar un aprendizaje de las matemáticas mediante la resolución de problemas.

De acuerdo al contexto actual de pandemia, el proyecto es posible, pero con algunos cambios que es necesario hacer, debido a que las clases online no permiten o dificultan un contacto directo entre los alumnos, y la metodología ARPA requiere que pueda darse distintos niveles de discusión entre grupos y en cada grupo de manera privada; lo que requeriría que el docente sea capaz de separarlos de manera que cada grupo quede aislado del otro, dependiendo del programa computacional que se esté utilizando para realizar el curso. También hay que tener en cuenta que no todas las personas están/son aptas para debatir dentro de cada grupo, y es importante, por lo tanto, que exista una serie de ejercicios previos que permitan un debate sano basado en ideas cuando el docente se dé cuenta de que los grupos no están cumpliendo con habilidades esperadas tales como comunicar ideas de manera coherente y con respeto a los demás.

Todos estos puntos son importantes en la práctica en caso de llevar a cabo la presente propuesta de aprendizaje.

En general la propuesta tiene pocas limitantes, pero igualmente es dificultoso el control o aseguramiento por partes de los docentes, de que los estudiantes realmente estén realizando aquello para lo que ha sido creado cuando no está presente el profesor.

### **Conclusiones sobre las mejoras de las prácticas**

En la presente propuesta didáctica, cada proceso de llevarla a cabo es innovador, ya que promueve que se lleven a cabo los cambios que son necesarios en educación para el desarrollo de la habilidad particular de resolución de problemas. Ya es innovador llevar a la práctica la metodología ARPA en un contexto presencial de estudio, y lo es aún más cuando el contexto tiene las limitantes propias de la cuarentena, en que no es posible permitir el contacto directo entre los estudiantes.

Todo lo que se ha propuesto en esta tesis se da en condiciones presenciales ideales, pero puede ser adaptado a la pandemia con las distintas limitaciones que tenemos hasta ahora en que, dependiendo del curso y del nivel de exigencia, puede ser más o menos recomendable permitir los grupos online sin un control presencial del docente. Dependiendo del contexto, incluso puede ser más recomendable no realizar grupos de trabajo y ejercitar la resolución de problemas como grupo curso, haciendo preguntas de acuerdo al nivel de cada estudiante y que respondan preguntas directas mientras se muestra el problema mediante una presentación de powerpoint. Esto último ha sido lo más factible en la práctica y es lo más adecuado en niveles de educación general básica, en que los estudiantes aún son dependientes del control de su docente, y en que aún necesitan que se les diga que está bien o mal la respuesta que entregan. Es importante trabajar en los niños para que se acostumbren a no depender de una aprobación externa para saber si es correcto lo que están respondiendo. Se debe desarrollar su capacidad de comprobación de las soluciones de problemas, pero esto puede hacerse únicamente mediante la modelación de habilidades que les permitirá, de a poco, convertirse en seres autónomos.

Si bien es loable el trabajo en equipo, poder encontrar soluciones y no depender de un grupo para tener seguridad de que se están haciendo las cosas bien, es mil veces más digno de felicitaciones, ya que implica, además, valores como la honestidad, que no siempre se pueden dar en el trabajo en equipo.

Los problemas que implican la dificultad de desarrollar la habilidad de resolución de problemas en los niños, se ven completamente abarcados en esta propuesta didáctica, pero como ya se indicó anteriormente, es importante no dejar solos a nuestros estudiantes, y ayudarles por medio de preguntas en el caso de que tengan que encauzar correctamente su camino a alcanzar una solución o enfoque en particular.

Debido a lo anterior es que se trabaja en base a estudio de casos, lo cual permite que la propuesta didáctica sea adaptable a una diversidad de contextos, cada uno de los cuales entregará sus propios resultados, pero todos esos resultados estarán hechos en base a lo que se ha estado hablando aquí.

En los casos en que se adapte esta propuesta a otros contextos, es importante realizar las correspondientes adecuaciones curriculares con el fin de que esta se adapte a cada caso. Lo anterior tiene que ver con lo que se habló antes acerca de las recomendaciones existentes entre que se adapte a condiciones de presencialidad y lo que se ha hablado sobre el contexto de pandemia, en que la manera de trabajar online se debe adecuar a las características de cada curso, especialmente en lo que se refiere a debatir las mejores soluciones ante cada tipo de problema matemático. Aquí es dónde relacionamos y hacemos mayor énfasis en las limitaciones y debilidades de la presente propuesta didáctica, ya que las recomendaciones hechas anteriormente se basan en experiencias realizadas en clases que se basaron en el sistema ARPA de manera online, en un curso con características en particular, las cuales tenían que ver con una baja participación del alumnado al principio, la cual fue aumentando con el tiempo, pero que siempre tuvo un techo que se relacionaba con el contenido a pasar y con otras habilidades que faltaba desarrollar para poder potenciar aún más la resolución de problemas.

## BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, Gabriel; Peña, Juan Cristóbal Peña. (2011). *Las desigualdades sociales que desnudó el controvertido semáforo del mapa SIMCE*. Obtenido de <https://www.ciperchile.cl/2011/03/03/las-desigualdades-sociales-que-desnudo-el-controvertido-semaforo-del-mapa-simce/>

Álvarez- Gayou, Jurgenson, Juan Luis. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa*. Obtenido de <http://www.derechoshumanos.unlp.edu.ar/assets/files/documentos/como-hacer-investigacion-cualitativa.pdf>

Araya, Valeria; Alfaro, Manuela; Andonegui, Martín. (2007). *Constructivismo: orígenes y perspectivas*. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/761/76111485004.pdf>

Azcorra Chan, Jonathan (2018). *Fases de la ingeniería didáctica*. Recuperado de [https://prezi.com/p/h\\_dqppqeutja/fases-ingenieria-didactica/](https://prezi.com/p/h_dqppqeutja/fases-ingenieria-didactica/)

Bados, Arturo; García Grau, Eugeni. (2014). *Resolución de problemas*. Obtenido de <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/54764/1/Resoluci%C3%B3n%20problemas.pdf>

Bellei, Cristián. (2018). *Nueva Educación Pública*. Obtenido de <https://www.educacionpublica.cl/wp-content/uploads/2018/11/Nueva-Educaci%C3%B3n-P%C3%BAblica.-Contexto-contenidos-y-perspectivas-de-la-desmunicipalizaci%C3%B3n.pdf>

Bergen Figueroa, Allyson Nicole; Canales Carreño, Muriel Cristina; Fierro Suazo, Carlos Alberto; Hermosilla Silva, Alejandra Andrea; Muñoz Pantoja, Gabriela Beatriz; Parra Gálvez, Alejandra Muriel. (2017). *Influencia del uso de material concreto en el proceso de enseñanza aprendizaje en estudiantes de primer año básico, en la asignatura de matemática*. Obtenido de

[http://repositorio.unab.cl/xmlui/bitstream/handle/ria/6744/a122847\\_Bergen\\_A\\_Influencia\\_del\\_uso\\_de\\_material\\_2017\\_Tesis.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.unab.cl/xmlui/bitstream/handle/ria/6744/a122847_Bergen_A_Influencia_del_uso_de_material_2017_Tesis.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. (2011). *Conozca las características del “Método Singapur” de matemáticas que llegó a Chile*. Obtenido de <https://www.bcn.cl/observatorio/asiapacifico/noticias/metodo-singapur-de-matematicas-en-chile>

Bisquerra Alzina, Rafael. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Obtenido de [file:///C:/Users/enriq/Downloads/METODOLOGIA\\_DE\\_LA\\_INVESTIGACION\\_EDUCATIV.pdf](file:///C:/Users/enriq/Downloads/METODOLOGIA_DE_LA_INVESTIGACION_EDUCATIV.pdf)

Bresser Pereira, Luiz Carlos. (2009). *Neoliberalismo y teoría económica*. Obtenido de <https://nuso.org/articulo/neoliberalismo-y-teoria-economica/>

Caballero- Jimenez, Francisco; Espínola- Reyna, José Gabriel. (2016). *Rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el Barchillerato*. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/461/46146811009.pdf>

Canales Alfaro, Yolanda. (2018). *Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de un colegio privado de Lima*. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/304896898.pdf>

Cassani, Daniel. (2016). *Enseñar lengua*. Obtenido de [https://issuu.com/yetzicastro/docs/ense\\_ar\\_lengua\\_reporte\\_-daniel\\_c](https://issuu.com/yetzicastro/docs/ense_ar_lengua_reporte_-daniel_c)

Castillero Mimensa, Oscar. *La teoría cognitiva de Jerome Bruner*. Obtenido de <https://psicologiymente.com/psicologia/teoria-cognitiva-jerome-bruner>

Catalá, Claudí Alsina. (2018). *Las matemáticas imprescindibles para la vida*. Recuperado de [https://www.santillanalab.com/recursos/Las\\_matematicas\\_imprescindibles\\_para\\_la\\_vida.pdf](https://www.santillanalab.com/recursos/Las_matematicas_imprescindibles_para_la_vida.pdf)

Colegio Génesis 2005. *Proyecto educativo institucional Colegio Génesis 2005*. <http://wwwfs.mineduc.cl/Archivos/infoescuelas/documentos/26019/ProyectoEducativo26019.pdf>

Colin Lankshear & Michele Knobel. (2000). *Problemas asociados con la metodología de la investigación cualitativa*. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982000000100002](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982000000100002)

CPIP. (2018). *Textos para el apoyo pedagógico*. Recuperado de [https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2019/06/2019\\_PSP\\_Material-apoyo-pedag%C3%B3gico.pdf](https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2019/06/2019_PSP_Material-apoyo-pedag%C3%B3gico.pdf)

Currículo nacional base Guatemala. *Niveles de comprensión lectora*. (2018). Obtenido de [http://cnbguatemala.org/wiki/Ense%C3%B1anza\\_de\\_la\\_comprensi%C3%B3n\\_lectora/La\\_comprensi%C3%B3n\\_lectora/Niveles\\_de\\_comprensi%C3%B3n\\_lectora](http://cnbguatemala.org/wiki/Ense%C3%B1anza_de_la_comprensi%C3%B3n_lectora/La_comprensi%C3%B3n_lectora/Niveles_de_comprensi%C3%B3n_lectora)

*Dificultades de comprensión lectora*. (2012). Recuperado de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd9613.pdf>

Educrea. (1999). *El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje*. Obtenido de <https://educra.cl/el-modelo-constructivista-con-las-nuevas-tecnologias-aplicado-en-el-proceso-de-aprendizaje/>

Educrea. (1999). *Resolución de problemas: Una alternativa didáctica e el aprendizaje de las matemáticas*. Obtenido de <https://educra.cl/resolucion-de-problemas-una-alternativa-didactica-en-el-aprendizaje-de-las-matematicas/>

Ensenzberger, Hans Magnus. (2001). *“El Diablo de los Números”*. Obtenido de <http://www.librosmaravillosos.com/eldiablodelosnumeros/index.html>

Esparza Díaz, Marianela; Lobos López, Macarena. (2016). *Resolución de problemas matemáticos: ¿una dificultad permanente?* Recuperado de <http://bibliotecadigital.academia.cl/bitstream/handle/123456789/3617/TPEB%20869.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

González, Margarita. *Apuntes sobre los hemisferios cerebrales y su relación con la percepción y el dibujo.* Recuperado de [https://eprints.ucm.es/28911/1/APUNTES\\_SOBRE\\_LOS\\_HEMISFERIOS\\_CEREBRALES.pdf](https://eprints.ucm.es/28911/1/APUNTES_SOBRE_LOS_HEMISFERIOS_CEREBRALES.pdf)

Guilar, Moisés Esteban. (2009). *Las ideas de Bruner: “de la revolución cognitiva” a la “revolución cultural”*. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/356/35614571028.pdf>

Introducción a la filosofía [https://repositorio.cbachilleres.edu.mx/wp-content/material/cuader/in\\_filos\\_T2\\_B2.pdf](https://repositorio.cbachilleres.edu.mx/wp-content/material/cuader/in_filos_T2_B2.pdf)

José Manuel Ruiz Socarras. (2000). *La competencia del profesor de matemática.* Recuperado de <file:///C:/Users/enriq/Downloads/dcart.pdf>

Juan Jesús. *Resolver problemas para aprender matemáticas* Barbarán Sánchez. (2014). Obtenido de <file:///C:/Users/enriq/Downloads/Resolverproblemasparaaprendermatemticas.pdf>

López Vargas, Omar; Hederich Martínez Christian. (2010). *Efecto de un andamiaje para facilitar el aprendizaje autorregulado en ambientes hipermedia.* Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/4136/413635664002.pdf>

LUN economía. (2019). *SIN sobre Estado- empresa: “(El Estado) históricamente es un mal administrador de los recursos públicos”*. Obtenido de <https://gestion.pe/economia/sni-empresa-historicamente-mal-administrador-recursos-publicos-269019-noticia/>

María José Madrid, Alexander Maz- Machado, Carmen León- Mantero, Carmen López- Esteban. (2017). *Aplicaciones de las matemáticas a la vida diaria en los libros de aritmética españoles del siglo XVI*. Recuperado de <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n59/0103-636X-bolema-31-59-1082.pdf>

Peña & Sembler. (2019). *Movilizaciones estudiantiles y liderazgo directivo: un estudio exploratorio en tres liceos de la región metropolitana*. Recuperado de [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-45652019000200315#B29](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-45652019000200315#B29)

Perdomo Díaz, Josefa; Felmer, Patricio. (2017). *El Taller RPaula: activando la resolución de problemas en las aulas*. Obtenido de <file:///C:/Users/enriq/Downloads/59468-Texto%20del%20art%C3%ADculo-178657-1-10-20170728.pdf>

Pérez, Yenny; Ramírez, Raquel. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos*. Obtenido de <file:///C:/Users/enriq/Downloads/Dialnet-EstrategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810.pdf>

Pérez Zorrilla, María Jesús. (1999). *Evaluación de la comprensión lectora*. Obtenido de [file:///C:/Users/enriq/Downloads/evaluacion\\_comprension\\_lectora\\_perez\\_zorrilla.pdf](file:///C:/Users/enriq/Downloads/evaluacion_comprension_lectora_perez_zorrilla.pdf)

Prieto Ursúa, María. (2012). *Miedos comunes en los docentes*. Obtenido de <http://www.revista-critica.com/la-revista/monografico/enfoque/449-miedos-comunes-en-los-docentes>

Rodríguez Cinturón, Rosany. (2017). *El nivel de comprensión lectora y de representación mental en estudiantes de sexto grado*. Obtenido de <http://www.nperci.org/R.%20Rodriguez-Comprension%20lectora-V14N1.pdf>

Simonsen, Elizabeth; Castro, Matías. (2017). *U. de Chile lleva nuevas metodologías a colegios e institutos para la resolución de problemas matemáticos*. Obtenido de <https://www.uchile.cl/noticias/135455/u-de-chile-lleva-nuevas-metodologias-para-problemas-matematicos>

Smink, Verónica. (2011). *Las razones de las protestas estudiantiles en Chile*. Obtenido de [https://www.bbc.com/mundo/noticias/2011/08/110809\\_chile\\_estudiantes\\_2\\_vs](https://www.bbc.com/mundo/noticias/2011/08/110809_chile_estudiantes_2_vs)

Trejo Trejo, Elia; Trejo Trejo, Natalia. (2013). *La Transposición Contextualizada: un ejemplo en el área técnica*. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-26732013000200006](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732013000200006)

Vargas Vargas, Rafael Antonio. (2016). *Habilidades en lecto-escritura matemática en estudiantes del área ciencias de la salud. Prueba de sondeo*. Obtenido de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/45/45\\_articulo03.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/45/45_articulo03.pdf)

Vásquez Guerra, Yonel. (2008). *Comprensión lectora*. Obtenido de <https://es.slideshare.net/MagnoLizana/comprension-lectora-niveles-de-ocmpremsion>

Velásquez Ballesteros, Belén. (2013). *En torno a la validez de la investigación cualitativa*. Obtenido de <https://qualitas.hypotheses.org/files/2013/11/En-torno-a-la-validez-de-la-investigaci%C3%B3n-cualitativa.pdf>

## ANEXOS

## Hoja de problemas n°1

Integrantes:

---

---

---

---

**Problema 1.**

Anoche, un duende me sacó las tres cuartas partes de una docena de huevos y la mitad de tres bolsas de 1kg porotos que me regalaron la semana pasada.  
¿Cómo se expresa lo que me ha sacado este duende?

**Problema 2.**

Yo tenía 5 chocolates guardados en mi pieza, y el mismo duende, hace tres noches, lleva sacándomelos:

La primera noche se llevó la mitad de uno.

La segunda noche extrajo  $\frac{3}{4}$  de otro chocolate.

La tercera noche se pasó, me terminó de sacar  $\frac{2}{3}$  de otro.

¿Cómo se expresa la cantidad de chocolates que me ha escondido el duende?



## Hoja de problemas n°2

Integrantes:

---

---

---

---


### Problema 1.

Ayer fui a la feria y compré 3 cabezas de ajo.  
Cada cabeza me costó \$300 y trae 8 dientes.  
¿cómo expreso esto?  
¿cómo expreso cada cabeza en función de sus dientes?



### Problema 2.

Dos ladrones se meten a robar a una empresa que produce docenas de huevos.  
Dicha empresa, al momento del robo, tiene 300 docenas de huevos.  
El ladrón 1 robó  $\frac{1}{6}$  de las docenas de huevos del lugar, y el ladrón 2 robó  $\frac{2}{5}$ .  
¿Cuántas docenas quedaron en la empresa?



## Hoja de problemas n°3

Integrantes:

---

---

---

---

### Problema 1.

Entre los ingredientes que se necesitan para hacer sopaipillas, están el zapallo y la harina. Como quería hacer algunas, salí a comprar esas dos cosas y necesito  $\frac{3}{4}$  de zapallo y  $\frac{2}{3}$  de kilo de harina.  
Un zapallo cuesta \$500 y 1kg de harina, \$300.  
¿Cómo expreso lo que necesito?

### Problema 2.

Faltan  $\frac{3}{4}$  de hora para que comience el partido, ¿cuántos minutos habrán pasado desde ese momento, hasta  $\frac{3}{5}$  transcurridos del partido?



## Hoja de problemas n°4

Integrantes:

---

---

---

---

### Problema 1.

Ayer fui a la feria y compré  $\frac{3}{4}$  de zapallo (Z), que estaba a \$1.000 el entero,  $\frac{2}{3}$  de kilo de harina tostada (H), que estaba a \$500 el kilo y  $\frac{5}{3}$  de kilo de carne de pescado(P), que estaba a \$2.000 el kilo, ¿cómo expreso todo lo que compré?

### Problema 2.

Hoy fui al mercado y compré 2 kilos de dientes de ajo grandes, cada uno de los cuales tenía 20 dientes de ajo, además de 3 kilos de dientes de ajo chicos, que llevaba 40 dientes de ajo. El kilo de dientes grandes costó \$500 y el de dientes chicos, \$300. ¿Cómo expreso lo que compré?



**Cámara usada para filmar algunas clases para que los docentes puedan observarlas y mejorar.**

