



*Universidad de las Américas  
Facultad de Educación  
Pedagogía General Básica*

*Seminario Especialidad de la Matemática  
EDU 821/NRC 7665*

## **Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico**

**Autores: Josellyn Aros- Daniel Rivera-Bárbara Sáez  
Docente Instructor: Dr. Pamela Reyes Santander  
Fecha de entrega: 24-11-2023**

## Índice

Introducción	3
1.Problemática	4
1.1 Justificación del planteamiento del problema	4
1.2 Fundamentos de la problemática	5
1.3 Viabilidad	9
1.4 Pregunta y objetivo de investigación	9
2.Marco teórico	10
2.1 Nociones Básicas y el algoritmo de la sustracción	10
2.2 Currículum Nacional y una mirada desde el Refip	13
2.3 ¿Cómo se enseña el algoritmo de la sustracción en el texto del estudiante Sumo Primero?	15
2.4 Tipos de errores frecuentes en la sustracción	17
3. Marco metodológico	20
3.1 Tipo y diseño de estudio	20
3.2 Población y muestra	21
3.3 Instrumento	23
3.4 Validación de los instrumentos	26
3.5 Ética y confidencialidad	27
3.6 Forma de procesar la información (categoría)	28
3.7 Carta Gantt	28
4. Análisis y resultados	31
5. Conclusión	31
Referencias	31
Anexo A: Evaluación diagnóstica	33
Anexo B: Carta de autorización directivos de instituciones o centros	34
Anexo C: Asentimiento	36
Anexo D: Carta de consentimiento informado apoderados	38
Anexo E: Validación de instrumento	40
Entrevistas	44

## Introducción

Las matemáticas son fundamentales en la vida cotidiana y en la sociedad en general, debido a que hace una vida más fácil y ordenada, desarrolla el pensamiento lógico, crítico y habilidades cognitivas que son valiosas en la vida diaria, respalda avances en la ciencia, tecnología e ingeniería, como también, en la física, la economía y medicina. Las matemáticas son esenciales para comprender y abordar desafíos en un mundo cada vez más complejo y tecnológico, resaltando su importancia en la educación y el desarrollo personal. Según TIMSS (2019) que es un estudio internacional que evalúa el rendimiento de los estudiantes en matemáticas y ciencia en varios países, nos señala que los estudiantes en Chile están por debajo del promedio internacional debido a la falta de comprensión de conceptos fundamentales, errores en la aplicación de algoritmos, deficiencia en el manejo de las cifras y problemas relacionados con el valor posicional de los números.

El núcleo central de este estudio se basa en el análisis de los procesos algorítmicos de los estudiantes de tercero básico que frecuentemente cometen errores al realizar sustracción con canje. La comprensión de estos factores resulta esencial para desarrollar estrategias educativas y pedagógicas que permitan mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la sustracción con canje, construyendo así el desarrollo matemático de los estudiantes en este nivel educativo. La presente investigación se ha dedicado de manera exhaustiva a los errores sistemáticos y recurrentes que se producen en el proceso de sustracción, así como los métodos de restas utilizados por los estudiantes. En este sentido, se ha destacado la crucial importancia de fortalecer la comprensión conceptual de la sustracción y la implementación de estrategias efectivas para abordar estos errores.

Este texto destaca la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana y en la sociedad, argumentando que facilitan la vida, desarrollan el pensamiento lógico y respaldan avances en diversas disciplinas. Se menciona un estudio internacional, TIMSS (2019), que señala que los estudiantes en Chile tienen un rendimiento por debajo del promedio en matemáticas. El foco central de la investigación aborda los errores sistemáticos en el proceso de sustracción con canje en estudiantes de tercer grado, destacando la necesidad de comprender estos errores para mejorar las estrategias educativas y promover el desarrollo matemático en ese nivel educativo.

## 1. Problemática

### 1.1 Justificación del planteamiento del problema

Para Segura (2015) la educación matemática es un instrumento de conocimiento y análisis de la realidad, que ayuda además “a todas las personas a razonar de manera crítica sobre diferentes realidades y problemáticas del mundo” (p. 73). Históricamente en la educación matemática se ha contado con una extensa investigación que ha focalizado sus esfuerzos en el estudio de los errores producidos en los distintos dominios de las matemáticas Sánchez García y López Fernández 2007. En particular, uno de los dominios matemáticos se relaciona con la sustracción y su aprendizaje en el ámbito conceptual como procesual, de cara a establecer la relación que existe entre dichos aprendizajes algorítmicos y la génesis del error.

López Fernández y Sánchez García (2007, 2009, 2011) señalan que los estudiantes cometen errores debido a la falta de comprensión de conceptos básicos relacionados con la sustracción, así como también deficiencias en comprender el valor posicional, o bien en que los educandos tienen prácticas erradas en el algoritmo de la sustracción, a lo cual se suma el poco manejo de las cifras en el sistema base 10. En relación con los conceptos básicos también se puede hablar de una ausencia de Nociones Básicas (Vom Hofe y Reyes Santander, 2021) en la resolución de problemas de sustracción, por ejemplo, los estudiantes no relacionan el restar, quitar y disminuir con los algoritmos. Esto dificulta el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante, provocando errores algorítmicos por la falta de comprensión.

Por otra parte, Segura (2015) señala que los errores del algoritmo en la sustracción suceden a consecuencia de procedimientos incorrectos, por ejemplo, cuando el estudiante debe tomar prestado al cero y no contabiliza la llevada, restando el sustraendo al minuendo independientemente si es mayor o menor. Para Coronado-Hijón (2016) los errores en el algoritmo comienzan en la edad escolar, en donde

existen dos perspectivas teóricas: una centrada en los aspectos semánticos y otra en lo sintáctico, para analizar la base conceptual y los mecanismos procesuales que intervienen en la generación de errores. Formoso, Jacobovich y Silvia (2012) señalan que resolver una sustracción implica adquirir dos tipos de conocimientos, basado en la matemática conceptual y el otro basado en el algoritmo de la sustracción como tal, junto con el desarrollo de las estrategias para su resolución.

Se busca identificar y analizar los procesos algoritmos utilizados por los estudiantes de tercero básico que a menudo cometen errores en la sustracción con canje. Su finalidad es desentrañar las causas subyacentes de este desafío educativo, respaldándose en estudios y autores reconocidos en el campo de la educación matemática. A través de este enfoque, se pretende proporcionar una comprensión profunda de los obstáculos que enfrentan estos estudiantes, con el propósito de desarrollar estrategias pedagógicas más efectivas para superar estas dificultades y promover un aprendizaje matemático exitoso en el nivel de tercero básico.

Por lo tanto, esta investigación se sitúa en el contexto de la comprensión sobre la naturaleza y las fuentes del error en el proceso algorítmico de la resta con canje. Es importante que los estudiantes realicen distintos tipos de actividades para fortalecer la comprensión de la sustracción, y así obtener resultados que se reflejarán al final del proceso de resolución. Con esta investigación se espera fortalecer la propia formación docente, especializada en la identificación de errores y así poder determinar un camino de solución. Además, se verán beneficiados otros estudiantes y profesores en formación, ya que mostrará cómo desarrollar de forma correcta distintos tipos de sustracciones sin cometer errores.

## 1.2 Fundamentos de la problemática

Los errores sistemáticos en el aprendizaje de las matemáticas en las aulas, según López Fernández y Sánchez García (2009) revelan que el 55,5% de los errores son sistemáticos y que se mantienen a lo largo

de toda la escolaridad. La frecuencia de errores disminuye a medida que los estudiantes avanzan en el currículum nacional según el grado académico, pero se observa un punto de inflexión en el quinto grado y un aumento en el sexto grado. Los errores están relacionados a dos tipos de errores comunes: “tomar prestado al cero” y el “préstamo a través del cero”. La aparición de errores disminuyó a medida que los estudiantes avanzan en los cursos, pero algunos errores persisten en el tiempo. En general, la investigación sugiere que hay una línea evolutiva común de los errores en la resta ya que, la comprensión inadecuada de los conceptos que rigen el sistema de numeración decimal es un factor clave.

Segura (2015) se centra en el algoritmo de la sustracción, donde compara dos métodos de resta: “llevadas” y el de “tomar prestado”. En este último “tomar prestado”

*“se cambia una unidad del orden superior por diez unidades del orden inmediatamente inferior cuando así sea necesario. Es decir, dentro de lo que hay en cada cantidad, se cambian las cantidades parciales de un lado a otro. El método A, trata de añadir el método de diez unidades en la columna correspondiente del minuendo, si no se puede hacer la resta. Esto, debe venir compensado con un aumento equivalente del sustraendo, entonces se le añade una unidad del orden superior en las de orden inmediatamente superior del sustraendo” (Segura, 2015, p. 74).*

Los resultados de Segura (2015) muestran que el método de tomar prestado es más efectivo y preferido por la mayoría de los profesores. Formoso et al. (2012) hacen referencia hacia la sustracción como operación matemática que al ser resuelta implica dos tipos de conocimientos, uno basado en la matemática conceptual y el otro basado en el algoritmo de la sustracción como tal y en las estrategias para su resolución. Es decir, se destacan dos importantes corrientes: a) la línea conceptual, donde la importancia parte por la adquisición de conocimientos que propicien el aprendizaje y comprensión del

algoritmo de la sustracción, y b) mecanismos y procedimientos basados en la Teoría de Reparación de Van Lehn. Teoría que trabaja en base al error que comete el estudiante y cómo a partir de este error se trabaja para invertir la situación.

En otro estudio de caso, López Fernández y Sánchez García 2007 evalúan el proceso de enseñanza-aprendizaje y construcción conceptual y procesual en relación con la práctica algorítmica de la sustracción en niños de 2º a 6º de educación primaria de distintos centros educativos. Aquí se muestra que tanto el componente conceptual como el procesual de **“aplicación concreta del algoritmo son determinantes en la génesis del error” (p. 377)**. Estos autores indican que **“la base del aprendizaje debe centrarse en conceptos básicos significativos más que memorísticos y mecánicos”** cuya naturaleza no es comprendida. Tomando en consideración la conceptualización del estudio, se puede decir que la enseñanza es efectiva cuando se basa en componentes conceptuales que tienen el carácter de significativo para la vida del estudiante, de esta forma permitimos que la enseñanza-aprendizaje se mantenga relacionado con la vida del estudiante.

Coronado-Hijón (2016) **“presenta resultados de investigación relacionados con la tipología, prevalencia y evolución de errores procedimentales en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción” (p. 1)**, el objetivo principal es identificar errores sistemáticos y constantes a lo largo de la escolaridad. Este autor indica que las **“dificultades de aprendizaje comienzan en la edad escolar pero pueden no manifestarse totalmente hasta que las demandas de las aptitudes académicas afectadas superan las capacidades limitadas del individuo” (p. 3)**. Por este motivo (Coronado-Hijón, 2014) menciona las dificultades específicas del aprendizaje de los procesos algorítmicos **“ha adoptado dos perspectivas teóricas; una centrada en los aspectos semánticos y otra, enfocada en los sintácticos” (p. 3)**. Respecto a la primera línea de investigación (Brown y Burton, 1980; VanLehn, 1990) se ocupan de la base conceptual que el estudiante construye durante el aprendizaje del algoritmo, en cambio, desde **“la aproximación sintáctica ha estudiado los mecanismos procesales que intervienen en la generación de los errores” (p. 3)**.

En el caso particular de la sustracción es necesario combinar ambos enfoques, ya que el estudiante ha de ser competente para asimilar sus esquemas cognitivos, es decir la información semántica o conceptual subyacente al procedimiento, por ende, dicha información está sujeta a la comprensión de la composición aditiva de las cantidades, la ejecución del cálculo y la reelaboración y conservación del minuendo, los valores convencionales de la notación decimal (Resnick y Amazon, 1987). Por este motivo, (Formoso y Jacobovich, 2012) *“el componente conceptual como el procesal son determinantes en la génesis del error y el primero es considerado como prerrequisito básico para la adquisición de los contenidos de procedimiento o procesuales”* (p. 3). Coronado-Hijón (2016) menciona que comprender la naturaleza del error nos permite generar y/o diseñar estrategias alternativas de innovación constante educativa para la enseñanza de algoritmos matemáticos.

Sánchez y López (2011) aportan en su investigación a

*“la influencia del conocimiento formal, intuitivo y procedimental en el proceso de aprendizaje algorítmico; el contexto pedagógico del aula y el proceso de transferencia del conocimiento matemático son decisivos en la generación del error que se nutre de mecanismos de transferencia analógica”* (Sánchez y López, 2011, p. 429).

Los autores ponen en evidencia cómo los errores se focalizan en torno a determinados factores de la tarea, los cuales están *“relacionados con la comprensión de conceptos esenciales para el aprendizaje significativo de la habilidad”* (p. 440). Por ende, es sumamente importante demostrar los factores contextuales que infieren en el proceso algorítmico, como el lenguaje utilizado en el proceso de enseñanza, e indican que para abordar eficientemente la naturaleza del

error en el algoritmo de la sustracción hemos de tener en cuenta la aproximación sintáctica, relacionada con la “Teoría de VanLehn”.

En el aprendizaje de la resta según Resnick & Fuson (1992) los errores se focalizan en factores relacionados con la comprensión de conceptos esenciales, “básicamente en el ámbito de los principios que rigen en el sistema Base-10” (p. 440).

Sánchez y López (2011) observaron que hay una “dificultad de comprensión conceptual del cero y la influencia del lenguaje utilizado como instrumento mediador entre el alumno y el procedimiento, en el proceso de enseñanza” (p. 440). Por otra parte, (Hiebert y Lindquist, 1990) mencionan que la interacción entre los componentes contextuales, intuitivos y formales influye directamente con el proceso de enseñanza aprendizaje, es decir, los niños no disponen a nivel conceptual de recursos suficientes para resolver las sustracciones, y en el intento de resolver la resta, los niños/as

*“acuden a la analogía, pero no se produce la transferencia secuenciada de los pasos del proceso de manera adecuada; porque lo que transfieren son procesos aislados. Es decir, no ha conectado el conocimiento conceptual y el procesal del algoritmo; y es aquí, en esta conexión donde el docente ha de actuar didácticamente fomentando que el niño/a comprenda significativamente el funcionamiento del proceso algorítmico”* (Hiebert y Lindquist, 1990, p. 441).

### 1.3 Viabilidad

Este estudio tiene como propósito principal brindar apoyo y respuestas a futuros docentes, con el objetivo de orientarlos en relación con las dificultades comunes en la sustracción con canje. Por tanto, el proceso de viabilidad radica como docente en su origen a partir de una necesidad educativa global. Nuestra experiencia actual como docentes nos capacita para llevar a cabo una investigación efectiva, respaldada

por nuestras prácticas profesionales a tiempo completo en el aula y la evidencia constante de los desafíos que enfrentan nuestros estudiantes. Además, es relevante destacar el apoyo proporcionado por nuestra institución educativa, que facilita la investigación mediante la completa implementación de la biblioteca virtual. Con todos estos elementos en consideración, hemos determinado que este estudio es plenamente factible y valioso en el contexto educativo.

## 1.4 Pregunta y objetivo de investigación

### **Tema**

Errores frecuentes en el algoritmo de la sustracción

### **Pregunta General**

¿Cuáles son los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje?

### **Objetivo General**

Caracterizar los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje

### **Objetivos Específicos**

- Identificar los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje
- Describir los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje.

## 2. Marco teórico

En este apartado del marco teórico se muestran las definiciones, los conceptos y los constructos teóricos más relevantes que explican las partes del problema de nuestra investigación, así como los criterios y dimensiones que permiten hacer el análisis de los datos de este estudio. Este capítulo posibilita identificar las lagunas en el conocimiento existente de los estudiantes sobre los errores en el algoritmo de la sustracción y resalta aquellas Nociones Básicas que relacionan la realidad con la sustracción.

### 2.1 Nociones Básicas y el algoritmo de la sustracción

El concepto de “Las nociones básicas se refiere a las representaciones mentales objetivas y correctas que la persona genera sobre un objeto, una relación o un concepto matemático” (Vom Hofe y Reyes Santander, 2021, p.32). Según Vom Hofe y Reyes Santander (2021) estas Nociones Básicas (NB) establecen representaciones que son objetivas y correctas, lo que significa que se ajustan de manera fiel a la realidad de lo que representan. Las NB desempeñan un papel fundamental en las acciones matemáticas de un individuo. Cuando una persona posee NB sólidas sobre conceptos matemáticos, como números, operaciones, geometría u otras áreas de las matemáticas, se está mejor preparada para realizar cálculos precisos, resolver problemas y comprender conceptos más avanzados.

Para Vom Hofe y Reyes Santander (2021) las NB de la sustracción son: quitar, diferenciar comparando de forma estática, diferenciar comparando de forma dinámica y completar con la tarea hacia atrás, es decir, la resta es lo contrario (tarea inversa) de la suma. En la figura 1 se muestran ejemplos de situaciones que describen el problema con una NB de la sustracción.

1. Camilo tenía 12 lápices en su estuche y saca 4 del estuche. ¿Cuántos lápices le quedan? Aquí tenemos la noción de retirar algo.

2. Elizabeth recibe 15 lápices y Fátima recibe 6. ¿Cuántos lápices recibe Elizabeth más que Fátima? Aquí tenemos una situación dinámica de comparación.

3. Elizabeth tiene 15 lápices y Fátima 6. ¿Cuántos lápices tiene Elizabeth más que Fátima? Aquí no se está retirando nada, es una situación estática, una comparación.

4. José tiene 12 lápices. Angelica tiene 4 lápices. ¿Cuántos lápices necesita Angelica para tener la misma cantidad de José? En esta última situación trata de una situación inversa que requiere de la noción de completar tarea hacia atrás.

## Métodos del algoritmo de la sustracción

A continuación, se presentan dos métodos de sustracción según Segura (2015). La sustracción, una de las cuatro operaciones fundamentales en aritmética, se centra en la descomposición y tiene como objetivo calcular la diferencia entre dos números, conocidos como minuendo y sustraendo. Estos dos métodos ofrecen enfoques diferentes para llevar a cabo esta operación:

### Método A

*“Este método utiliza una propiedad que debe ser denominada antes por el niño. El hecho de que, sumada la misma cantidad al minuendo y sustraendo, la diferencia no varía. La siguiente resta (Figura 1), se resuelve por el método de llevadas así: Como no podemos quitar 6 a 2, colocamos una decena en las unidades, y tenemos 12 unidades. Ahora ya puedo restar  $12 - 6 = 6$ , y ponemos el 6 en las unidades” (Segura, 2016, p. 75).*

$$\begin{array}{r}
 442 \\
 - 326 \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 442 \\
 - 32\overset{1}{6} \\
 \hline
 116
 \end{array}$$

Figura 1. Ejemplo de resolución de un algoritmo de sustracción por el Método

### Método B

“El algoritmo de la sustracción de  $552 - 378$  (Método B) se ve representado en la figura (Figura 2). Para resolver las restas en este método, se debe hacer lo siguiente: Primero, como a 2 no le podemos quitar 8, lo que hacemos es desagrupar una decena y pasarla a las unidades, quedando 4 decenas ( $5 - 4$ ) y 12 unidades ( $10 + 2$ ). Ahora ya podemos restar las unidades  $12 - 8 = 4$ . Una vez tenemos las unidades pasamos a las decenas” (Segura, 2016, p. 75).

$$\begin{array}{r}
 552 \\
 - 378 \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 4 \quad 12 \\
 \cancel{5} \quad \cancel{5} \\
 - \quad \cancel{3} \quad \cancel{7} \quad 8 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 4 \quad 14 \quad 12 \\
 \cancel{5} \quad \cancel{5} \quad \cancel{2} \\
 - \quad \cancel{3} \quad \cancel{7} \quad 8 \\
 \hline
 1 \quad 7 \quad 4
 \end{array}$$

Figura 2. Ejemplo de resolución de un algoritmo de sustracción por el Método B

## 2.2 La sustracción en el currículum nacional

La finalidad del objetivo de aprendizaje es que los estudiantes desarrollen progresivamente el sentido de cantidad y el razonamiento matemático, especialmente el pensamiento crítico. El tema central de esta unidad es la demostración que el alumno hace de la comprensión de la sustracción, demostración que se realiza resolviendo problemas con una variedad de representaciones simbólicas (Mineduc, 2013)

*“El objetivo de aprendizaje inserto en nuestra investigación para el curso 3° básico es el OA Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 1 000: usando estrategias personales con y sin material concreto, creando y resolviendo problemas de adición y sustracción aplicando los algoritmos con y sin reserva, progresivamente, en la adición de hasta 4 sumandos y en la sustracción de hasta un sustraendo” (Mineduc, 2013, p. 237).*

*“El propósito fundamental en esta unidad es que los estudiantes continúen el trabajo con números hasta 1 000, ampliando el ámbito numérico en las operaciones de 100 a 1 000. El conteo de números hasta mil, la comprensión del sistema decimal y la comprensión de la adición y la sustracción, usando estrategias de cálculo –ya aprendidas y nuevas–, resolviendo y creando problemas de sumas y restas y aplicando el algoritmo de la adición y la sustracción al estudiante desenvolverse con seguridad creciente en las operaciones señaladas” (Mineduc, 2013, p. 237).*

Según Lewin y otros (2013) se menciona que la primera intuición sobre la resta es la de quitar una cantidad a otra y comparar dos cantidades utilizando intuitivamente ciertas propiedades, el cual se puede demostrar usando un razonamiento algebraico. A continuación, enunciaremos algunas propiedades de la resta (Mineduc, 2013), en donde podremos ver los posibles errores al no llevar el proceso algorítmico.

### **Propiedades de la sustracción**

PROPIEDADES MATEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN	ERROR
$a - (a-b) = b$	La resta no es conmutativa, es decir, al no poder intercambiar el valor del minuendo con el sustraendo, no podemos asociar de alguna forma los valores de una resta.	El estudiante frecuentemente cambia de posición el número al ser mayor, y esta acción cambia completamente el resultado.

$a - 0 = a$	Elemento neutro, la resta de cualquier número y cero es igual al mismo número.	Los estudiantes cometen error principalmente en que a un número determinado le restan 0, dejando como resultado 0, ej: $11-0=0$
$a - a = 0$	Todo número restado por sí mismo es 0.	Los estudiantes suelen colocar el resultado de uno de los dígitos de la sustracción. Ej: $8-8=8$
$b + (a - b) = a$	La resta no es conmutativa, debido a que no se puede cambiar la posición del minuendo con la del sustraendo, porque tendríamos una respuesta diferente.	Los estudiantes suelen cambiar de posición los dígitos del minuendo con el sustraendo para llegar al resultado, sin realizar el canje correspondiente.

Fuente: Elaboración propia

### 2.3 Como se enseña el algoritmo de la sustracción en el texto del estudiante Sumo Primero

Este apartado tiene la finalidad de presentar al texto escolar, donde se transforma en conocimiento docente, es decir, el conocimiento que va a enseñar el docente para la clase completa donde el estudiante adquiere el algoritmo de la sustracción.

La colección Masami Isoda, (2021) ofrece distintos caminos de aprendizaje certeros, logrando que los profesores dictámenes medidas educacionales en relación a su entorno. A continuación, se detallan algunas estrategias utilizadas en el texto del estudiante Sumo Primero tomo 1:

Sustracción de manera vertical: Es un método para realizar una resta en el que los números se alinean verticalmente, de modo que las unidades se resten de las unidades, las decenas de las decenas, y así sucesivamente.

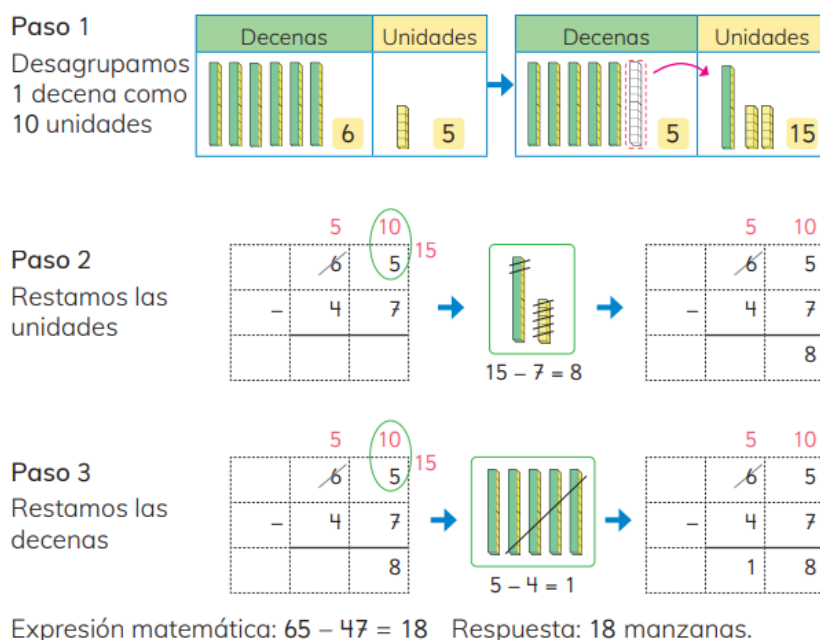


Figura 3: Explicación resta vertical de Sumo Primero (Isoda, 2022, p. 31)

El texto del estudiante presenta en tres pasos la resta vertical, utilizando las tablas de unidades y decenas con material concreto. Utiliza la Noción Básica de eliminar, achurando las unidades o decenas. En el primer paso, se considera la Noción Básica de desagrupar las decenas en unidades junto con las imágenes del material concreto, denominado cubos multibase. En el paso dos, se escribe la resta de manera vertical y se anotan las cantidades que resultaron de la desagrupación del paso 1, obteniendo 5 decenas y 15 unidades, además, se presenta la eliminación de las siete unidades a las 15 unidades y el resultado de las unidades. Cabe notar que en la segunda imagen del paso 1, hay un error de diseño en las unidades, en vez de mostrar 15, muestran 20. Finalmente, en el tercer paso, se presentan las restas de las decenas con una imagen de 5 unidades a las que se eliminan 4, obteniendo solo una decena, este proceso se escribe de forma vertical y simbólica.

Sustracción con números de 3 dígitos: Es un método en el cual se restan las cifras del mismo valor posicional, empezando por las unidades. Se debe desagrupar una unidad de orden superior cuando sea necesario.

3 Había 129 hojas de papel. Los niños usaron 73. ¿Cuántas quedaron?

a Encuentra la expresión matemática de esta situación.

b Resta.

	1	2	9
-		7	3
		?	?

	0	10	
	1	2	9
-		7	3
			6

	0	10	
	1	2	9
-		7	3
		5	6

Figura 4: Explicación sustracción con números de 3 dígitos de Sumo Primero (Isoda, 2022, p. 35)

En el texto del estudiante para el caso de la estrategia de sustracción con 3 dígitos, primero se deben restar las unidades cuando la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo en el caso de  $9 - 3 = 6$  se debe desagrupar la decana. Después, se restan las decenas y las unidades, en este punto se debe tener en cuenta las cantidades que se desagrupan.

## 2.3 Tipos de errores frecuentes en la sustracción

A continuación, se presenta una recopilación de sustracciones erróneas, donde se clasifican según el tipo de error. Estos errores se ordenan en cuatro grandes tipos según Van Lehn (1990). En la tabla 1 se muestra los errores por tomar prestado. En la categoría de Errores por tomar prestado, los estudiantes no

realizan el proceso algorítmico de la forma correcta, ya que omiten algunos pasos, las precisiones de cada tipo de error dentro de esta categoría procedimental, se puede ver en la tabla 1.

**Tabla 1**

*Errores por tomar prestado*

Pedir prestado, pero no disminuir la llevada	Pedir prestado, pero no disminuir la llevada la última
$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 187 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 087 \end{array}$
Al pedir prestado cambiar el 1 por 10	Solo pedir prestado una vez
$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 023 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 127 \end{array}$
Pedir prestado, pero no disminuir al menos que el inferior sea menor	Siempre pedir prestado incluso cuando no haga falta
$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 087 \end{array}$	$\begin{array}{r} 397 \\ - 276 \\ \hline 1217 \end{array}$
Siempre pedir prestado en la izquierda	1-1=0 después de pedir prestado
$\begin{array}{r} 353 \\ - 276 \\ \hline 1187 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ - 221 \\ \hline 120 \end{array}$

1-1=1 después de pedir prestado

Olvidar pedir prestado cuando el inferior está en blanco

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 - \underline{221} \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 34\color{red}13 \\
 - \underline{221} \\
 121
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - \underline{71} \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - \underline{71} \\
 22
 \end{array}$$

Ignorar el extremo izquierdo cuando el inferior está en blanco

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 - \underline{221} \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - \underline{21} \\
 32
 \end{array}$$

Fuente: Elaboración propia.

En la categoría de Errores por sumar en lugar de restar, se tiene que los estudiantes aún no interiorizan en profundidad el concepto de sustracción, y sus errores están centrados en sumar en lugar de restar. En la tabla 2 se puede apreciar los dos diferentes tipos de errores asociados a esta categoría.

**Tabla 2**

*Errores por sumar en lugar de restar*

Sumar en lugar de restar

Diferencia de 0-N=0

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 - 221 \\
 \hline
 132
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 221 \\
 \hline
 574
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 200 \\
 \hline
 153
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 200 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

---

Fuente: Elaboración propia.

En la categoría de Errores por poner un 0 en lugar de hacer préstamo, se tiene que los estudiantes aún no interiorizan en profundidad el concepto de sustracción, y sus errores están centrados en el proceso algorítmico de la sustracción con canje, ya que omiten el proceso y colocan un 0.

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 - 228 \\
 \hline
 125
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 228 \\
 \hline
 120
 \end{array}$$

En la categoría de Errores por no poder frente a la resta, se tiene que los estudiantes aún no interiorizan en profundidad el concepto de sustracción, y sus errores están centrados en la no identificación del valor posicional de cada dígito. En la tabla 3 se puede apreciar los dos diferentes tipos de errores asociados a esta categoría

**Tabla 3**

*Errores por no poder hacer frente a la resta*

---

Solo hacer las unidades

Parar de restar cuando la parte inferior (sustraendo) está en blanco

---

$$\begin{array}{r}
 353 \\
 - 228 \\
 \hline
 125
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 228 \\
 \hline
 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 28 \\
 \hline
 325
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 353 \\
 - 28 \\
 \hline
 25
 \end{array}$$

---

Fuente: Elaboración propia

### 3. Marco metodológico

En este apartado se identificará el tipo y diseño de estudio, para luego centrarnos en la población y muestra de nuestra investigación, además, se dará a conocer el instrumento con el cual podremos sustentar nuestro objetivo general, donde luego serán validados por ética y confidencialidad. Por último en el marco metodológico conoceremos la forma de procesar la información por categorías, y el detalle de una carta Gantt donde se evidencia todo nuestro proceso de investigación.

La investigación se basa en un enfoque cualitativo, utilizando prueba de diagnóstico como principal método de recopilación de datos y una entrevista semiestructurada para dejar un testimonio. La muestra se seleccionará mediante la selección intencional, enfocándonos en participantes con los frecuentes errores en la sustracción que es relevante para nuestro estudio. La recopilación y análisis de datos se realizará de forma concurrente, siguiendo un enfoque de análisis temático para identificar los principales errores y tendencia en las respuestas de los estudiantes. Por último, se seguirán principios éticos, como el consentimiento informado y la confidencialidad de los estudiantes.

#### 3.1 Tipo y diseño de estudio

Esta investigación se desarrolla bajo el enfoque cualitativo (Hernández, 2019), ya que, permite que el proceso de indagación y recogida de datos sea flexible para explorar el pensamiento de los estudiantes

durante la sustracción con canje y describir los obstáculos en los errores más frecuentes de la sustracción con canje de estudiantes de 3° básico.

Esta investigación es un estudio de caso (Yin, 2003), ya que el fenómeno que vamos a reportar en profundidad es el proceso del error de la sustracción es una muestra seleccionada de un 3° Básico. Se hará un detalle contextual de cada estudiante seleccionado para realizar la entrevista, se trabajará en el entorno natural de los estudiantes, es decir, el colegio y en un proceso de enseñanza aprendizaje que es propio del quehacer de los docentes investigadores. Por otra parte, el tiempo que se utilizará para realizar la entrevista será de forma acotada ajustándose a la estructura de clase de los estudiantes considerando 45 min. de hora pedagógica.

### 3.2 Población y muestra

La muestra en este contexto se refiere a un grupo específico y representativo de estudiantes de un colegio subvencionado, seleccionando mediante métodos de muestreo como prueba de diagnóstico y entrevistas. El propósito de esta selección es analizar los errores cometidos por los estudiantes al realizar sustracciones con canje. Los resultados obtenidos se aplicarán para hacer inferencias válidas sobre el desempeño en sustracción de la población completa de dicho establecimiento.

La aplicación del estudio será aplicada a 39 estudiantes del curso 3°C, donde abordaremos distintos algoritmos de la sustracción que serán descritos en la evaluación diagnóstica: Sustracción sin canje, pedir prestado, pero no disminuir la llevada, solo pedir prestado una vez, siempre pedir prestado incluso cuando no haga falta, restar el menor al mayor, poner como solución 0, en lugar de pedir prestado, y solo hacer las unidades.

La población de nuestra investigación corresponde a estudiantes del establecimiento particular subvencionado ubicado en la comuna de Cerro Navia, Región Metropolitana, Santiago, Chile. El curso en

el cual realizaremos la investigación cuenta con una matrícula de 34 estudiantes. Sin embargo, debido a que el establecimiento no posee convenio con los profesionales del Programa de Integración Escolar (PIE), estos estudiantes no reciben la atención de profesionales especializados.

En este contexto, es importante destacar que el colegio presenta un 70% de vulnerabilidad, donde el índice de Vulnerabilidad Multidimensional (IVM) <sup>1</sup> es una medida generada a partir de correlaciones de variables que representan las dimensiones o factores más relevantes de un concepto de vulnerabilidad no observable, según la trayectoria del estudiante en un establecimiento mediante un convenio desarrollado por la JUNAEB, la cual desempeña un papel crucial en la mejora de calidad de la educación y en el apoyo a los estudiantes en Chile, contribuyendo a reducir las brechas educativas y sociales.

En nuestra investigación, nos enfocaremos especialmente en el 3° básico, que está conformado por 39 estudiantes, de los cuales 20 son mujeres y 19 son hombres. Este curso presenta una alta cantidad de necesidades educativas especiales (NEE), ya que cuenta con un estudiante TDA (Trastorno por Déficit de Atención), cuatro estudiantes DEA (Déficit Específico del Aprendizaje), 1 estudiante con TEA (Trastorno del Espectro Autista) y, por último, 1 estudiante con DIL (Discapacidad Intelectual Limítrofe). En total son 7 estudiantes que requieren de atención especializada para abordar necesidades educativas especiales.

La evaluación se aplicará a la totalidad del curso, donde una vez revisado el instrumento de evaluación diagnóstica nos enfocaremos sólo en los estudiantes que cometan los errores, por ende, es una muestra no aleatoria, por disposición, ya que se seleccionarán 5 estudiantes de 3° básico que tienen ciertas características en relación con los errores frecuentes en el algoritmo de la sustracción, limitando la muestra a nuestro caso de estudio (Otzen, 2017). Para seleccionar la muestra se ha elaborado una evaluación

---

<sup>1</sup> Medición de la vulnerabilidad multidimensional del estudiante. (<https://www.junaeb.cl/medicion-la-vulnerabilidad-ivm/>)

diagnóstica (ver anexo A) esta ha sido elaborada en base a ocho criterios, los cuales se especifican en la tabla 1. Los estudiantes que cometan errores frecuentes según los criterios del diagnóstico serán seleccionados como parte de la investigación y serán la muestra del estudio: (tabla 4).

**Tabla 4.**  
*Criterios para evaluación diagnóstica*

Ejercicio	Tipo de error
1	Pedir Sustracción simple, sin canje.
2	Pedir prestado, pero no disminuir la llevada.
3	Solo pedir prestado una vez.
4	Siempre pedir prestado incluso cuando no haga falta.
5	Sumar en lugar de restar.
6	Restar el menor al mayor.
7	Poner como solución 0, en lugar de pedir prestado.
8	Solo hacer las unidades.

Fuente: Elaboración propia.

Para la realización de la evaluación diagnóstica se utilizarán criterios seleccionados desde nuestro marco teórico, donde principalmente nos enfocamos en los errores que hemos visualizado a lo largo de nuestra práctica pedagógica.

Según la evaluación diagnóstica realizada al grupo curso y considerando los ocho criterios antes mencionados, nos has permitido identificar 5 estudiantes que cometen errores según lo establecido por nuestro marco teórico, los cuales se detallan a continuación: ESTUDIANTE 1 comprende el algoritmo de la sustracción, pero al momento de realizar el canje no considera la llevada o bien no descuenta a la decena o centena según corresponda. ESTUDIANTE 2 al momento de resolver la sustracción el estudiante en cuestión solo realiza el primer canje y luego resta sin importar que el minuendo sea menor que el sustraendo. ESTUDIANTE 3 no comprende el concepto de canje y resta sin importar que el minuendo sea menor que el sustraendo o viceversa. ESTUDIANTE 4 no comprende el concepto de sustracción ya que no se entiende su forma de actuar frente al ejercicio, en ocasiones suma el minuendo con el sustraendo como también en ocasiones resta ambos productos combinando operaciones en el mismo ejercicio. ESTUDIANTE 5 este estudiante sólo se encarga de sumar en todo el proceso de la sustracción, en ningún momento se aprecia procedimientos de la sustracción.

La muestra seleccionada posterior a la evaluación diagnóstica es importante señalar que sus calificaciones en la asignatura de matemática son consideradas en un rango de nota 3,0 a 5,0 teniendo en consideración que las evaluaciones que ha tenido el curso no han sido solo de sustracciones, teniendo en cuenta que, si bien la sustracción no es su fuerte, pueden superarse en otros contenidos matemáticos.

### 3.3 Instrumento

*La entrevista es una técnica que se aplica para la recogida de información, siendo además una estrategia utilizada en procesos de investigación. Por ende, el objetivo principal de una entrevista es obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos, opiniones y/o experiencias (Hernández, 2006). En las entrevistas participan como mínimo dos personas, una de ellas adopta el rol de entrevistadora y la otra de entrevistada, generando interacción en torno a una temática de estudio (Folgueiras, 2016,p.2).*

*El tipo de entrevista que utilizaremos en nuestro proceso de investigación es semi estructurada: En este caso se decide de antemano qué tipo de información se requiere, y en base a ello se establece un guión de preguntas. Además, estas se elaboran de forma abierta, lo que permite recoger la información de forma más rápida (Folgueiras, 2016,p.2).*

Las fases para la elaboración de una entrevista son decidir el tema y a quién va dirigida, donde en particular se aplica al 3°C de un Colegio de Cerro Navia. Una vez seleccionado el tema se deberán plantear cuestiones del tipo secuencial para la planificación de la entrevista.

*Bisquerra (2004), presenta un modelo que secuencía la planificación de la entrevista en tres momentos:*

- a. Momento de preparación: Determinar objetivos, identificar las personas a entrevistar, formular las preguntas y secuenciar, localizar y preparar el lugar.*
- b. Momento de desarrollo: Crear un clima de familiaridad y confianza, mantener una actitud abierta y positiva que favorezca y facilite la comunicación, facilitar la comunicación, registrar la*

*información de la entrevista, llevar a cabo las preguntas, los guiones deben contener: lista de temas, esquemas y protocolos.*

c. *Momento de valoración: Se debe analizar si han sido correctas las decisiones tomadas en torno a la planificación de la entrevista y evaluar el desarrollo de la misma. (Bisquerra, 2004, p.11).*

**Tabla 5.**

*Modelo de entrevista*

Pregunta guía	Pregunta complementaria
1. ¿Cómo resuelves esta sustracción?	¿Me podrías explicar los procedimientos utilizados para resolver el algoritmo? ¿Cuál es la estrategia más práctica que tienes para llegar al resultado?
2. ¿Cómo llegaste al resultado?	¿Cuáles son los pasos que te permitieron llegar al resultado? ¿Algún paso te dificultó?
3. ¿Qué problemática tienes para resolver esta sustracción?	¿Qué pasos te dificultan el canje? ¿Cómo solucionar las problemáticas?
4. De la evaluación diagnóstica ¿Cuál de las sustracciones tuvieron más dificultades según tu percepción? ¿Por qué?	¿Cuál crees que sería la manera más fácil de solucionar estas dificultades? ¿Qué estrategia propones para la resolución de sustracciones?
5. ¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarse a distintos tipos de sustracciones?	¿Cuál sería tu primer paso para trabajar? ¿Crees que los pasos utilizados son los adecuados?

Fuente: Elaboración propia.

### 3.4 Validación de los instrumentos

La validación de los instrumentos es un paso crucial en nuestra investigación. Para llevarla a cabo hemos recurrido a la experiencia de una experta en el campo de la entrevista, siguiendo el enfoque propuesto por Soriano (2014) que se basa en la validación por juicio de expertos. En este proceso, la experta evaluará tanto los aspectos de contenido como los aspectos de forma del instrumento, lo que permitirá un análisis exhaustivo de su adecuación y efectividad.

Es importante destacar que nuestra investigación se centra en el estudio de niños, niñas y adolescentes, lo que requiere consideraciones específicas debido a los diferentes niveles de madurez de

los participantes, su capacidad para comprender las implicancias de participar en una investigación y las relaciones involucradas en estos estudios con sus madres, padres, apoderados u otras personas responsables.

### 3.5 Ética y confidencialidad

Para la investigación el establecimiento y los estudiantes participantes de este estudio de caso serán notificados por medio de una carta al director (Anexo B), una carta de consentimiento informado a los apoderados (Anexo E) y asentimiento a participantes menores de edad (Anexo C). Estos documentos aseguran la confidencialidad para que todas las personas involucradas en el estudio tengan la tranquilidad y seguridad de que por ningún motivo su información personal será divulgada.

Para garantizar la validez y la ética en nuestro trabajo, hemos incluido cuatro documentos relacionados con la confiabilidad y autorización para trabajar con niños (Anexo C) por medio de un documento que respalda la obtención del consentimiento informado de los participantes menores de edad, asegurando que comprenden la investigación y están dispuestos a participar y solicitando el permiso correspondiente a los padres (Anexo D) con un documento dirigido a los apoderados o responsables legales de los participantes menores de edad, informando sobre la investigación y solicitando su consentimiento para la participación de sus hijos. Además, se ha invitado a participar al establecimiento (Anexo B) por medio de las autoridades de las instituciones o centros involucrados en la investigación. Los documentos son fundamentales para asegurar la participación ética y segura de los participantes más jóvenes en nuestra investigación y garantizar que se respeten sus derechos y su bienestar en todo momento.

### 3.6 Forma de procesar la información (categoría)

La información se obtendrá a partir de una entrevista aplicada sólo a los estudiantes que contemplen un alto margen de errores en el instrumento de diagnóstico. La entrevista cuenta con un protocolo, el cual indica que primero hay que saludar al estudiante, tener la precaución de escoger un lugar adecuado donde los niños(as) se sientan cómodos, se les indica el tiempo para responder cada pregunta y que en cualquier momento se pueden retirar, la entrevista está compuesta de la siguiente forma:

- Explicación del propósito de la entrevista.
- Desarrollo de una sustracción.

$$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline \end{array}$$

- Preguntas relacionadas a la ejecución de la sustracción.
  1. ¿Cómo resuelves esta sustracción?
  2. ¿Cómo llegaste al resultado?
  3. ¿Tienes alguna dificultad para resolver esta sustracción?
  4. De la evaluación diagnóstica que realizamos anteriormente (se vuelve a mostrar la evaluación realizada por el estudiante) ¿Cuál de las sustracciones tuvo más dificultades según tu percepción? ¿Por qué?
  5. ¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarse a distintos tipos de sustracciones?

Los errores cometidos por los estudiantes tanto en la evaluación diagnóstica como en la entrevista serán categorizados para poder comprender de mejor forma de dónde proviene la lógica del error o mejor dicho debido a qué se produce el error considerando las siguientes categorías.

Errores conceptuales: Se consideran errores conceptuales cuando los estudiantes no

comprenden el concepto subyacente detrás de un problema matemático. Al igual que los anteriores, estos errores pueden ser causados por diferentes factores, por ejemplo: Falta de instrucción.

**Errores procedimentales o algorítmico:** Se consideran errores procedimentales cuando los estudiantes comprenden los conceptos, pero el error se produce cuando el procedimiento está erróneo, por ejemplo, comprende el algoritmo de la sustracción, pero en su desarrollo se salta algún procedimiento o evade pasos significativos.

**Errores pedagógicos:** Se consideran errores pedagógicos cuando el docente enseña de forma errada o más bien utiliza vocabulario que no es comprendido o interiorizado por los estudiantes, falta de indicaciones o falta de conocimiento en la disciplina a enseñar.

### 3.7 Carta Gantt

ACTIVIDADES	Meses	AGOSTO			SEPTIEMBRE			OCTUBRE			NOVIEMBRE			DICIEMBRE							
	Semana s	0 8	1 5	22	2 9	05	12	19	2 6	03	1 0	17	2 4	31	0 7	14	2 1	2 8	05	1 2	1 9
Identificar los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje.																					





tercero básico entrevistado. El error que comete Fernando, que trata de pedir prestado y no disminuir donde corresponde, en el diagnóstico es el mismo que comete en la entrevista.

Al resolver Fernando la sustracción solicitada en la entrevista realiza gran parte del algoritmo de manera correcta, sin embargo, es al momento de realizar el canje correspondiente que no disminuye la llevada. Según marco el teórico, se trata de pedir prestado, pero no disminuir la llevada (tabla 1). A los 30 segundos Fernando resuelve la sustracción 332-276 y demora 6 segundos en responder a la pregunta.

A los 36 segundos explica el procedimiento que corresponde a un error procedimental, pues Fernando comprende el concepto, pero el error se produce cuando el estudiante dice al número 3 le resto 7, omitiendo un paso de la reserva anterior, por tanto, el procedimiento está erróneo, es decir comprende el algoritmo de la sustracción y la noción básica de disminuir, o quitar, pero en el desarrollo omite un procedimiento.

The image shows three handwritten subtraction problems on a grid background. Each problem has a number written above it in a smaller font, indicating the intended minuend.

- Problem 1: Minuend 353, Subtrahend -276, Result 187. The student did not borrow from the tens place.
- Problem 2: Minuend 321, Subtrahend -123, Result 208. The student did not borrow from the tens place.
- Problem 3: Minuend 332, Subtrahend -276, Result 166. The student did not borrow from the tens place.

E: ¿Cómo resuelves esta sustracción?

F: *Primero al 2 le tengo que restar 6, y como no se puede le pido prestado al número 3, entonces el número 2 se convierte en 12 y ahora al número 12 le puedo restar 6, dándome un total de 6.*

A los 55 segundos de la entrevista

E: ¿Me podrías explicar el procedimiento?

F: Luego al número 3 le resto 7, y como nuevamente no se puede otra vez le pido prestado al de al lado que es el número 3.

Al minuto 1:05 de la entrevista

F: El 3 se convierte en 13, y al número 13 le quitó 7, y me quedan 6.

F: Finalmente a 3 le quito 2, y me queda 1.

Los factores que provocan errores en el algoritmo de la sustracción de Fernando según nuestro levantamiento de categorías es una dificultad procedimental, es decir se visualiza una comprensión del concepto, pero el procedimiento está erróneo. Por otra parte, las nociones básicas que tiene Fernando con respecto a las sustracciones están relacionadas al marco teórico de nuestra investigación, ya que Fernando realiza una representación mental objetiva y correcta del proceso algorítmico donde identifica que debe quitar dicha cantidad, pero antes debe realizar un canje, y aun así omite un procedimiento. Además, Fernando reconoce inconscientemente que el algoritmo realizado posee una propiedad no conmutativa, debido a que no se puede cambiar la posición del minuendo con la del sustraendo.

La segunda entrevista se desarrolla con normalidad, dura 1:40 minutos y algunas de las preguntas se responden brevemente. Se denominará Emilia como seudónimo al estudiante 2 de tercero básico entrevistado. El error que comete Emilia, que trata de solo restar sin importar si el número mayor está en el minuendo o sustraendo corresponde al mismo que comete en la entrevista.

A los 55 segundos Emilia resuelve la sustracción  $332-276$  y demora 25 segundos en responder a la pregunta.

Al minuto 1:18 explica el procedimiento que corresponde a un error conceptual, pues Emilia no comprende el concepto subyacente detrás de un problema matemático, este tipo de error es causado por distintos factores como la falta de instrucciones directas o acertadas.

$\begin{array}{r} 321 \\ -123 \\ \hline 202 \end{array}$	$\begin{array}{r} 435 \\ -386 \\ \hline 151 \end{array}$	$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline 466 \end{array}$
--	--	--

EN: ¿Cómo resuelves la sustracción?

E: Como al número dos no le puedo quitar 6 le doy vuelta y al 6 le quito 2.

Al minuto 1:25 menciona

EN: ¿Me podrías explicar el procedimiento?

E: Al número 3 no le puedo quitar 7, al 7 le quite 3.

Al minuto 1:35 explica

E: Al 3 le quite 2.

E: Me quedó 144 de resultado

Los factores que provocan errores en el algoritmo de la sustracción de Emilia según nuestro levantamiento de categorías es una dificultad conceptual, y según el currículum nacional el estudiante demuestra una comprensión de la sustracción, demostración que realiza resolviendo problemas con una variedad de representaciones simbólicas. En el texto del estudiante sumo primero se proponen secuencias de aprendizaje claras, donde el docente toma decisiones pedagógicas fundadas de acuerdo a su contexto. Por ende, una de las estrategias investigadas en el texto es la sustracción de manera vertical, y es aquí un claro ejemplo donde el estudiante podría cometer un error conceptual, ya que se visualizan errores gráficos, provocando confusión en los estudiantes.

Por otra parte, las nociones básicas que tiene Emilia con respecto a las sustracciones son correctas, donde menciona que a 3 no le puede quitar 7, identificando que es una operación matemática que necesita disminuir o quitar alguna cantidad. La estudiante no logra identificar que la sustracción posee una propiedad no conmutativa, es decir, no puede cambiar de posición al minuendo con el sustraendo porque el valor posicional del dígito es distinto. Por ende, el factor que podría haber provocado este error en Emilia es la comprensión del número, pues se visualiza en la resolución del algoritmo que no entiende las cantidades de cada dígito o el concepto de mayor o menor que. Además, Emilia, no está sujeta a la

comprensión de la composición aditiva de las cantidades, ya que, según Coronado-Hijón (2016) “tanto el componente conceptual como procesal son determinantes en la génesis del error” (p. 3).

La tercera entrevista se desarrolla con toda normalidad, dura 1:10 minutos y algunas de las preguntas se responden brevemente. Se denominará Maximiliano como seudónimo al estudiante 3 de tercero básico entrevistado. El error que comete Maximiliano, que trata de sumar en vez de restar donde corresponde, en el diagnóstico es el mismo que comete en la entrevista.

A los 20 segundos Maximiliano resuelve la sustracción  $332-276$  y demora 11 segundos en responder a la pregunta.

A los 35 segundos Maximiliano explica el procedimiento que corresponde a un error pedagógico, pues en este caso el docente enseña de forma errada, o más bien utiliza vocabulario que no es comprendido o interiorizado por el estudiante, existiendo falta de indicaciones o falta de conocimiento en la disciplina a enseñar. Este tipo error se produce cuando Maximiliano dice 2 por 6 es 8, y 3 por 7 es 10, donde responde que el procedimiento lo realiza sumando, porque el docente en una ocasión le socializa que para comparar el resultado de una sustracción hay que sumar, por ende el estudiante confunde lo dicho por el profesor, siendo probable que no se haya dado una indicación clara, o verificado su comprensión.

E: ¿Cómo resuelves la sustracción?

M: Explica el procedimiento, responde “sumando” 2 por 6 es a 8, 3 por 7 es 10. El 1 va arriba, y el 0 va abajo.

A los 50 segundos menciona

E: ¿Me podrías explicar el procedimiento?

M: 3 por 2 más 1 es 6, Sumo los números porque mi profesora de matemática me dijo que para resolver una resta hay que sumarla, y así compruebo si está bien.

Los factores que provocan errores en el algoritmo de la sustracción de Maximiliano según nuestro levantamiento de categorías es una dificultad pedagógica, pues el estudiante realiza un procedimiento incorrecto en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos matemáticos, acompañado del relato que realiza el estudiante durante la entrevista, especificando que le explicaron en una clase que para comprobar el resultado de una sustracción se debe sumar.

Las nociones básicas que tiene Maximiliano con respecto a la sustracción son erradas, ya que se identifican diversas dificultades en la resolución del algoritmo, pues los errores que comete el estudiante están ligados a la falta de comprensión de conceptos básicos relacionados con la sustracción y esto produce una ausencia de las nociones básicas en la resolución de problemas, es decir Maximiliano no relaciona el restar, quitar y disminuir con los algoritmos. **Por otra parte, López Fernández y Sánchez García (2011) mencionan que el contexto pedagógico del aula y el proceso de transferencia del conocimiento matemático son decisivos en la generación del error (p. 6).**

- Estudiante 4: El estudiante no asiste el día de la entrevista
- Estudiante 5: El estudiante no quiso ser grabado

Una vez que las evaluaciones diagnósticas fueron estudiadas, según su tipo de error y comprobando en qué categorización la podemos encajar podemos decir que según nuestro marco teórico es sumamente importante que el estudiante conozca en profundidad las nociones básicas del objeto a estudiar, ya que según Vom Hofe y Reyes Santander (2021) estas se ajustan de manera fiel a la realidad de lo que se representa.

Por lo tanto, considerando las entrevistas a los estudiantes, más las evaluaciones diagnósticas nos demuestra que según lo que estipula Vom Hofe y Reyes Santander (2021) los niños en cuestión tienen un

problema que los induce al error, el cual va asociado con las nociones básicas que estipula el autor, conceptos tan fundamentales que no permiten el desarrollo correcto de una sustracción.

### 3. Conclusión

Este estudio de caso tuvo como objetivo caracterizar los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje, tales errores fueron identificados, descritos y luego categorizados para comprender su origen, los cuales pueden deberse a una serie de factores que a continuación se presentan en esta conclusión, tomando en cuenta las pruebas de diagnóstico que se le tomaron al grupo curso.

En primer lugar, nuestro caso de estudio nos permitió evidenciar la falta de comprensión conceptual que mantienen los educandos, ya que, los/las estudiantes de tercero básico aún están desarrollando su comprensión conceptual de los números y las operaciones matemáticas, realizan el

algoritmo de la sustracción de forma mecánicamente pero con errores, donde no comprenden completamente qué representa cada número, cada posición o cada procedimiento en el problema. En segundo lugar, tenemos la dificultad en el proceso de tomar prestado y la desagrupación en el algoritmo de la sustracción puede ser complicada para los estudiantes de tercero básico, ya que cometen errores al tratar de entender cómo y cuándo desagrupar se vuelve necesario.

En tercer lugar, tenemos la práctica y dominio en realizar una sustracción debido a que es una habilidad que requiere práctica constante para desarrollar la fluidez y la precisión. Si los estudiantes no han tenido suficiente práctica con distintos tipos de sustracciones, es probable que cometan errores con más frecuencia.

Por otro lado, tenemos la comprensión del valor posicional que es esencial para realizar correctamente la sustracción. Los estudiantes pueden confundirse al determinar la posición adecuada de los dígitos en el algoritmo, lo que puede llevar a errores. También, mencionar la falta de estrategias de resolución de problemas debido a que algunos estudiantes pueden carecer de estrategias sólidas para abordar problemas de sustracción. pueden beneficiarse de aprender diferentes métodos de resolución de problemas que se adapten a su estilo de aprendizaje.

Además, se sugiere que en cursos previos sea necesario trabajar la descomposición de los números, que no esté solo enfocada en el valor posicional más bien que considere una forma certera de la descomposición, la cual esté en total sincronía con el canje en la sustracción, ejemplo  $275 = 260 + 10 + 5 = 260 + 15$  con la finalidad de comprender lo que se requiere en la sustracción permitiendo que los estudiantes a través de esta acción puedan observar lo que pasa cuando se realiza un canje.

También, la falta de atención y concentración en tercero básico, los estudiantes a veces pueden perder la concentración o cometer errores debido a la falta de atención, esto puede llevar a errores en el proceso de la sustracción. Para abordar estos problemas, los educandos y padres pueden trabajar en

conjunto con el docente para proporcionar a los estudiantes una comprensión más sólida de los conceptos matemáticos, prácticas regulares, estrategias de resolución de problemas y apoyo adicional cuando sea necesario, la paciencia y la tutoría individualizada puede ser especialmente efectiva para ayudar a los estudiantes a superar sus dificultades en el proceso algorítmico de la sustracción.

Este estudio de caso está creado con la intención de ir en ayuda en aquellos docentes que buscan disminuir con la brecha de errores permitiendo entregar orientaciones de dónde, cómo y qué características tienen ciertos errores producidos en el algoritmo de la sustracción, sin embargo consideramos que esta investigación nos abre distintas puertas con las cuales nos gustaría seguir investigando, como por ejemplo ampliar considerablemente nuestra muestra y ver que sucede con los resultados, seguirán siendo los mismos, surgirán nuevos errores, lo que nos permitiría ampliar considerablemente el conocimiento sobre nuestro tema investigado.

## Referencias

Coronado Hijón, A. (2016). *Dificultades procedimentales en el aprendizaje de la sustracción: Tipología y prevalencia en la educación primaria*. (pp.194-202), Editorial Presa UMET

file:///C:/Users/HP/Downloads/69-132-1-SM2.pdf

García Hernández, M. y Martínez Garrido, C. (2006). La entrevista. [Archivo pdf]

[http://www2.uca.edu.sv/mcp/media/archivo/f53e86\\_entrevistapdfcopy.pdf?f](http://www2.uca.edu.sv/mcp/media/archivo/f53e86_entrevistapdfcopy.pdf?f)

Hernández Sampieri, R. y Mendoza Torres, C. (2019). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. Editorial Universidad Don Bosco, año 8, No.13, Julio-Diciembre de 2014, pp. 19-40 Recibido: 10 de julio de 2014.

[http://redicces.org.sv/jspui/bitstream/10972/2105/1/2%20disenoyvalidacion\\_dialogos14.pdf](http://redicces.org.sv/jspui/bitstream/10972/2105/1/2%20disenoyvalidacion_dialogos14.pdf)

- López Fernandez, Ricardo & Sánchez, Ana. (2007). Los componentes generadores de errores algorítmicos: caso particular de la sustracción. *Revista de Educación* (Madrid). 344. 377-402.
- López Fernández, R., y Sánchez García, A. B. (2009). Análisis de errores sistemáticos de la sustracción. *Enseñanza de las ciencias*, 27(1), 49-58.
- López Fernández, R., y Sánchez García, A. B. (2011). La transferencia de aprendizaje algorítmico y el origen de los errores en la sustracción. *Revista de Educación*, 354, 429-445.
- Otzen, T. y Manterola, C. (2017). Técnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio. *International Journal of Morphology*, 35(1), 227-232.
- Sánchez García, A. B. (2006). Aportaciones educativas de los Modelos informatizados de diagnóstico cognitivo en el algoritmo de la sustracción. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 7(1).
- Segura, J. (2015). La utilización de los algoritmos de sustracción en educación primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*. (p. 74).  
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2015.73-88> Número [Vol. 4 Núm. 2 \(2015\)](#)
- Soriano, A. M. (2015). Diseño y validación de instrumentos de medición. *Diá-Logos*, (14), 19–40.  
<https://doi.org/10.5377/dialogos.v0i14.2202>
- Brown, JS y Burton, RB (1980). Modelos de diagnóstico para errores de procedimiento en habilidades matemáticas básicas . *Ciencia cognitiva* Volumen 4 , Número 4 octubre de 1980 pp.379-426.  
[https://doi.org/10.1207/s15516709cog0404\\_3](https://doi.org/10.1207/s15516709cog0404_3)
- Vom Hofe R. & Reyes-Santander P. (2021). Nociones básicas: Un enfoque didáctico para promover la comprensión del contenido en clase de matemáticas. En: Hofe R. vom, Puraivan Huenuman, E., Elisabeth Ramos-Rodríguez E., Reyes-Santander P., Soto-Andrade J. & Vargas Díaz, C. L. (eds.), *Matemática enactiva: Aportes para la articulación entre teoría y práctica en la educación*

matemática. GRAO, 27–60.

Yin, R. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Sage

Ministerio de Educación. (2013). *Programa de Estudio Segundo Año Básico*

[https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18977\\_programa.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18977_programa.pdf)

Agencia de Calidad de la Educación. (2019). Ministerio de Educación. *Estudio De Tendencias En*

*Matemáticas y Ciencias internacionales.*

<https://timssandpirls.bc.edu/timss-landing.html>

Fernández Palop, M.P. & Caballero García, P.A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso

didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de*

*Formación del Profesorado*, 20(1), 201 - 217. DOI:<https://doi.org/10.6018/reifop/20.1.229641>

Resnick, Amazon (1987). La habilidad de contar. *El fundamento cognitivo del concepto de número y la*

*Resolución de problemas verbales aritméticos*, Vol. 4, Nº. 8, 2005, pp.139-152.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1334450>

Formoso, Jacobovich, Silva (2012). Errores que emergen durante el aprendizaje de la operación de

Sustracción. <https://www.aacademica.org/000-072/177#login-box>

Fernández Palop, M.P. & Caballero García, P.A. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso

Didáctica para el aprendizaje: fortaleza y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de*

*Formación del Profesorado*. (p. 201-217). DOI: <http://dx.doi.org/10.6018/reifop.20.1.229641>



## Anexo A: Evaluación diagnóstica

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Nombre del estudiante	Curso
Unidad Temática	Meta Evaluativa
Sustracciones	Resolver distintas sustracciones con y sin canje

I. Observa y resuelve las siguientes sustracciones:

$\begin{array}{r} 321 \\ -123 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ -276 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 435 \\ -386 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 724 \\ -363 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 521 \\ -243 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 825 \\ -236 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 624 \\ -453 \\ \hline \end{array}$

### EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Nombre del estudiante	Curso
[REDACTED]	3 <sup>o</sup> C
Unidad Temática	Meta Evaluativa
Sustracciones	Resolver distintas sustracciones con y sin canje

1. Observa y resuelve las siguientes sustracciones:

$\begin{array}{r} 41 \\ 321 \\ -123 \\ \hline 208 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1513 \\ 353 \\ -276 \\ \hline 187 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1512 \\ 332 \\ -276 \\ \hline 166 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1519 \\ 435 \\ -386 \\ \hline 139 \end{array}$
$\begin{array}{r} 15 \\ 724 \\ -363 \\ \hline 461 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4141 \\ 521 \\ -243 \\ \hline 388 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1195 \\ 825 \\ -236 \\ \hline 699 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ 624 \\ -453 \\ \hline 271 \end{array}$

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Nombre del estudiante	Curso
[REDACTED]	3 <sup>o</sup> L
Unidad Temática	Meta Evaluativa
Sustracciones	Resolver distintas sustracciones con y sin canje

I. Observa y resuelve las siguientes sustracciones:

$\begin{array}{r} 321 \\ -123 \\ \hline 208 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ -276 \\ \hline 127 \end{array}$	$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline 156 \end{array}$	$\begin{array}{r} 435 \\ -386 \\ \hline 159 \end{array}$
$\begin{array}{r} 724 \\ -363 \\ \hline 361 \end{array}$	$\begin{array}{r} 521 \\ -243 \\ \hline 278 \end{array}$	$\begin{array}{r} 825 \\ -236 \\ \hline 589 \end{array}$	$\begin{array}{r} 624 \\ -453 \\ \hline 271 \end{array}$

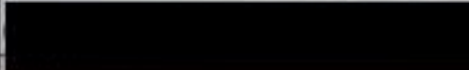
### EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Nombre del estudiante	Curso
[REDACTED]	3 <sup>o</sup> C
Unidad Temática	Meta Evaluativa
Sustracciones	Resolver distintas sustracciones con y sin canje

1. Observa y resuelve las siguientes sustracciones:

$\begin{array}{r} 321 \\ -123 \\ \hline 202 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ -276 \\ \hline 77 \end{array}$	$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline 56 \end{array}$	$\begin{array}{r} 435 \\ -386 \\ \hline 49 \end{array}$
$\begin{array}{r} 724 \\ -363 \\ \hline 361 \end{array}$	$\begin{array}{r} 521 \\ -243 \\ \hline 278 \end{array}$	$\begin{array}{r} 825 \\ -236 \\ \hline 589 \end{array}$	$\begin{array}{r} 624 \\ -453 \\ \hline 171 \end{array}$

## EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Nombre del estudiante	Curso
	
Unidad Temática	Meta Evaluativa
Sustracciones	Resolver distintas sustracciones con y sin canje

I. Observa y resuelve las siguientes sustracciones:

$\begin{array}{r} 321 \\ -123 \\ \hline 103 \end{array}$	$\begin{array}{r} 353 \\ -276 \\ \hline 113 \end{array}$	$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline 144 \end{array}$	$\begin{array}{r} 435 \\ -386 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 724 \\ -363 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 521 \\ -243 \\ \hline 364 \end{array}$	$\begin{array}{r} 825 \\ -236 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 624 \\ -453 \\ \hline \end{array}$

## Anexo B: Carta de autorización directivos de instituciones o centros

**Facultad de Educación**  
**Pedagogía General Básica**  
**Universidad de Las Américas, Chile**

---



### **CARTA DE AUTORIZACIÓN DIRECTIVOS DE INSTITUCIONES O CENTROS**

**Sr.**

**Luis Jesús Silva de Juan**

**Director Colegio Polivalente Saint Orland N°3**

**Presente**

Su establecimiento ha sido invitado a participar en el proyecto de investigación titulado: “Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico”, elaborado por Josellyn Aros, Bárbara Saez y está liderado por el investigador Daniel Rivera, estudiante de la Universidad de Las Américas y docente del colegio Saint Orland N°3. El objetivo de esta carta es ayudarlo a tomar la decisión de autorizar la realización de la presente investigación en el marco de nuestro trabajo final de tesis que se realiza en la Facultad de Educación de la carrera de Pedagogía General Básica de la Universidad de Las Américas.

El propósito general del estudio es caracterizar los diferentes procesos algorítmicos de los estudiantes de 3° básico que cometen frecuentemente errores en la sustracción con canje, para determinar las razones de este aprendizaje no logrado. Los resultados de esta investigación permitirán comprender la forma de pensar y actuar de los alumnos frente al desarrollo de distintas sustracciones con el objetivo de conocer distintos procesos que conlleva al error, explicando su procedimiento y verificar si se considera o no un aprendizaje no logrado.

A través de la presente carta, **se le solicita la autorización** para que miembros del equipo de investigación a cargo del profesor Daniel Rivera, establezcan contacto con el centro que usted dirige, así como con sus *funcionarios y/o estudiantes*, a fin de coordinar la manera en que se puede invitar a los usuarios del centro a participar del estudio de manera voluntaria.

Nuestra investigación consiste en hacer una recogida de datos de los estudiantes de 3° básico en donde se aplicará una prueba de diagnóstico para evaluar la sustracción con canje, para luego enfocarnos en un grupo de estudiantes para hacer una entrevista, la que nos aportará en nuestra investigación, dándonos estrategias y procedimientos para proponer como mejora un taller de reforzamiento de la matemática.

Al aceptar participar y autorizar el estudio en la institución que usted dirige, se le solicita que facilite las condiciones y el espacio físico para que los miembros del equipo de investigación puedan realizar los procedimientos antes descritos.

Asimismo, el equipo de investigación le ofrece la posibilidad de que usted y su institución reciban una retroalimentación general sobre los resultados del estudio una vez finalizado éste, ya sea de tipo escrito o a través de charlas. Cabe señalar que no se entregará información individualizada sobre casos específicos, sino que las conclusiones generales del estudio, resguardando así la confidencialidad y anonimidad de los participantes.

Si tiene cualquier duda o pregunta, usted puede contactarse con el investigador principal del estudio, Daniel Rivera, al teléfono *celular*: +56978856952 o bien al correo electrónico: D.RIVERAPIZARRO76@GMAIL.COM. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con la Profesora del seminario de grado Dra. Pamela Reyes Santander, al correo electrónico: preyess@udla.cl

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA CARTA DE AUTORIZACIÓN Y DE QUE ME EXPLIQUEN SU CONTENIDO, ASÍ COMO DE HACER PREGUNTAS ACERCA DE LA INVESTIGACIÓN TITULADA: "Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico".

HE COMPRENDIDO LA INFORMACIÓN QUE ME HAN ENTREGADO Y A TRAVÉS DE LA FIRMA DE ESTE DOCUMENTO **EXPRESO MI CONFORMIDAD Y AUTORIZACIÓN** PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE ESTUDIO EN EL COLEGIO POLIVALENTE SAINT ORLAND N°3.

---

**Luis Jesús Silva de Juan**  
**Director Colegio Polivalente Saint Orland n°3**

---

Josellyn Aros

---

Daniel Rivera

---

Bárbara Sáez

Firma de los Investigadores

Ciudad, \_\_\_\_\_, de \_\_\_\_\_ 202 \_\_\_\_.

(Firmas en duplicado: una copia para el directivo y otra para el investigador)

## Anexo C: Asentimiento

**Facultad de Educación**  
**Pedagogía General Básica**  
**Universidad de Las Américas, Chile**



### **ASENTIMIENTO (PARTICIPANTE MENOR DE EDAD)**

#### ***Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico*** ***Aros-Rivera-Sáez***

Estamos realizando un trabajo de investigación con niños como tú. Te leeremos este documento y, si tienes una duda o pregunta, puedes hacerla sin temor alguno, pues te las resolveremos.

Esta carta tiene como objetivo invitarte a participar en un estudio que estamos realizando sobre las sustracciones con canje en donde participará todo el curso. A través de este estudio queremos conocer cómo realizas las sustracciones con canje y qué estrategias utilizas para resolver el algoritmo.

Se te entregará una evaluación diagnóstica en donde debes resolver sustracciones con y sin canje, luego, para este estudio te invitamos a participar en una entrevista individual con un profesor del equipo de investigación, para conocer tu opinión y tu experiencia acerca del proceso que realizaste para llegar al resultado.

La evaluación diagnóstica durará alrededor de 45 minutos en la sala de clase con todo el grupo de curso, luego la entrevista tomará alrededor de unos 15 a 20 minutos. Para poder recoger tu opinión de la manera más completa posible, la entrevista será grabada en audio. Si en algún momento de la entrevista te sientes incómodo o no tienes ganas de seguir conversando, se lo puedes comunicar a tu entrevistador y pueden interrumpir la entrevista. Esto no tiene ninguna consecuencia negativa para ti, ni para el colegio, ni para los profesores. Puedes decidir reanudar la entrevista en otra ocasión o simplemente no hacerlo.

Tu participación es voluntaria y no tiene ningún beneficio material. Sin embargo, lo que tú puedas contarnos será de mucha utilidad para ayudar a mejorar la enseñanza aprendizaje respecto de los errores frecuentes que cometen los estudiantes en la sustracción.

Si tienes cualquier pregunta acerca de esta investigación, puedes contactar a tu profesor Daniel Rivera, que es el Investigador Principal del estudio “Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico”, Universidad de Las Américas. Su teléfono es el +569 78856952 y su email es d.riverapizarro76@gmail.com. Si tienes además alguna duda o consulta o preocupación, puedes contactar a la Profesora Dr. Pamela Reyes. contacto: [preyess@udla.cl](mailto:preyess@udla.cl)

#### **CONSENTIMIENTO**

#### **INFORMADO**

**A continuación, queremos saber si estás de acuerdo con lo que conlleva este estudio:**

- **Entiendo que conversaremos sobre “Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico”.**

- Entiendo que mis relatos serán grabados en audio.
- Entiendo que puedo dejar de participar en cualquier momento si lo deseo.
- Entiendo que, si me siento incómodo/a o preocupado/a durante la entrevista puedo decirselo al equipo de investigación, a mis profesores o a mis padres.
- Entiendo que mis datos serán anónimos y la información que yo dé se manejará de forma confidencial.

Escribe tu nombre aquí, si estás de acuerdo en participar:

---

¡Muchas gracias por tu participación y ayuda!

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.

---

Nombre del/la Participante

---

Firma del/la Participante

---

Josellyn Aros

---

Daniel Rivera

---

Bárbara Sáez

Firma de los Investigadores

Ciudad, \_\_\_\_\_, de \_\_\_\_\_ 202 \_\_\_\_.

## Anexo D: Carta de consentimiento informado apoderados

**Facultad de Educación**  
**Pedagogía General Básica**  
**Universidad de Las Américas, Chile**



---

### **CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO APODERADOS**

**“Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico”**

**Investigador responsable Daniel Andrés Rivera Pizarro**

**Docente en formación**

Su hijo/a está siendo invitado a participar en el estudio “Errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción en tercero básico” a cargo del investigador Daniel Andrés Rivera Pizarro, docente del Colegio Polivalente Saint Orland n°3. El objetivo de esta carta es ayudarlo/a Usted a tomar la decisión de autorizar la participación de su hijo/a en esta investigación.

El propósito de este estudio es analizar los errores frecuentes en el aprendizaje del algoritmo de la sustracción con los estudiantes en 3° básico. Esta investigación se enmarca en realizar actividades de sustracción con o sin canje y como llegan al resultado. Es por eso que este estudio pretende conocer, o tiene como objetivo, caracterizar los diferentes procesos algorítmicos de los estudiantes que cometen frecuentemente errores en la sustracción con canje, para determinar las razones de este aprendizaje no logrado.

Su hijo/a será invitado/a participar de un estudio en el cual se le va a explicar que primero realizará una evaluación formativa, donde debe realizar sustracciones con y sin canje y luego se le hará una entrevista en donde él/ella debe explicar cómo realizó el algoritmo de dichas sustracciones.

Para fines de análisis de los datos obtenidos en la entrevista, se estipula que su hijo/a será grabado en video o en audio. Las grabaciones serán utilizadas para transcribir palabra por palabra los relatos, para no perder información valiosa al momento de realizar los análisis de los temas que surgen.

En primera instancia su hijo/a realizará una evaluación formativa con el grupo de curso que tendrá una duración de 45 minutos, la segunda intervención será la entrevista que durará unos 15 a 20 minutos.

No existen riesgos asociados a la participación en este estudio. Pero si su hijo/a desea no seguir participando y abandonarlo, puede realizarlo sin perjuicio para él/ella ni para la comunidad escolar.

Esta investigación no tiene ningún beneficio material para sus participantes. Sin embargo, los resultados nos permitirán ayudar a futuros docentes que requieran información sobre los errores frecuentes en la sustracción en 3° básico. También esperamos que permita a su hijo/a reflexionar sobre distintas dificultades que puedan influir en el aprendizaje del contenido matemático.

La participación en este estudio es completamente voluntaria. El hecho de no participar no implica ninguna consecuencia negativa para su hijo/a, para usted, ni para la comunidad escolar.

Si usted tiene cualquier pregunta acerca de esta investigación, puede contactar al Investigador Responsable: Daniel Rivera Pizarro Docente del Colegio Polivalente Saint Orland N°3 Fono: +569 78856952 Correo electrónico: d.riverapizarro76@gmail.com Dirección institucional: Diagonal Reny #1917 Cerro Navia.

Si tiene alguna consulta o preocupación respecto a la participación de su hijo en este estudio, puede contactar a la Profesora Dra. Pamela Reyes Santander. contacto: [preyess@udla.cl](mailto:preyess@udla.cl)

**HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.**

---

**Nombre del/la Apoderado**

---

**Firma del/la Apoderado**

---

**Josellyn Aros**

---

**Daniel Rivera**

---

**Bárbara Sáez**

**Firma de los Investigadores**

Ciudad, \_\_\_\_, de \_\_\_\_\_ 202 \_\_.

**(Firmas en duplicado: una copia para el apoderado y otra para el investigador)**



**UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS, CHILE**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN.**

**TESIS DE PREGRADO**

**“ERRORES FRECUENTES EN EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA SUSTRACCIÓN EN TERCERO  
BÁSICO”**

Estimada académica Dra Gina Luci:

Junto con saludar, solicitamos a Usted que pueda colaborarnos desde su experticia profesional y académica, con la validación de nuestro instrumento de recolección de datos “Entrevista semiestructurada sobre el proceso de los errores frecuentes en el algoritmo de la sustracción” que forma parte de nuestra tesis de pregrado titulada en Universidad de las Américas 2023.

Las observaciones, correcciones y sugerencias que usted nos pueda realizar son de gran valor para mejorar la calidad de nuestra entrevista y ser un real apoyo en nuestro trabajo de tesis.

Se presenta a continuación una pauta de validación que solicitamos complete con sus apreciaciones. Se exponen de igual manera los objetivos del trabajo de título en los cuales solicitamos Usted consigne sus correcciones y sugerencias.

Atentamente

Integrantes: Josellyn Aros-Daniel Rivera-Bárbara Sáez

Asignatura: Seminario Especialidad de la Matemática

**I. Antecedentes del docente que valida:**

1. Nombre:	
2. Profesión o Actividad:	
3. Grado Académico:	
4. Institución o lugar de trabajo en que se desempeña:	
5. Años de experiencia en educación:	

**II. Antecedentes**

1. Docente Guía	Dr. Pamela Reyes Santander
2. Título:	ERRORES FRECUENTES EN EL APRENDIZAJE DEL ALGORITMO DE LA SUSTRACCIÓN EN TERCERO BÁSICO
3. Tema de estudio	Errores frecuentes en el algoritmo de la sustracción
4. Pregunta de investigación	¿Cuáles son los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje?
5. Objetivo General	Describir los factores que provocan errores en estudiantes de tercero básico al aplicar el algoritmo de la sustracción con canje

**Entrevista semiestructurada sobre el proceso de los errores frecuentes en el algoritmo de la sustracción**

### III. - Validación de experto

Para responder, por favor completar la tabla indicándonos si está de acuerdo o no y en los comentarios poner los cambios y sugerencias.

Sustracción 332 <u>-276</u>		Está de acuerdo sí- no - con cambios	Comentarios
Preguntas guía	Preguntas complementarias		
¿Cómo resuelves esta sustracción?	¿Me podrías explicar los procedimientos utilizados para resolver el algoritmo?		
	¿Cuál es la estrategia más práctica que tienes para llegar al resultado?		
¿Cómo llegaste al resultado?	¿Qué pasos te dificultan el canje?		
	¿Cómo solucionar las problemáticas?		
¿Qué problemática tienes para resolver esta sustracción?	¿Cuáles son los pasos que te permitieron llegar al resultado?		
	¿Algún paso te dificultó en mayor profundidad?		
De la evaluación diagnóstica ¿Cuál de las sustracciones tuvo más dificultades según	¿Cuál crees que sería la manera más fácil de solucionar estas dificultades?		

tu percepción? ¿Por qué?	¿Qué estrategia propones para la resolución de sustracciones?		
¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarse a distintos tipos de sustracciones?	¿Cuál sería tu primer paso para trabajar?		
	¿Crees que los pasos utilizados son los adecuados?		

**Adjuntamos el correo electrónico que usted nos envíe como confirmación de su validación y enviaremos una copia de nuestro trabajo final en el cual confirmamos su participación.**

correo de los investigadores: [d.riverapizarro76@gmail.com](mailto:d.riverapizarro76@gmail.com)

[baby.saez93@gmail.com](mailto:baby.saez93@gmail.com)

[josellyn.arosudla@gmail.com](mailto:josellyn.arosudla@gmail.com)

**¡Muchas gracias por ayudarnos a ser académicos!**

## Entrevista

DATOS IDENTIFICACIÓN DE LA ENTREVISTA:

DATOS DE IDENTIFICACIÓN DE LA PERSONA ENTREVISTADA:

Hola buenos días, hoy seré tu entrevistador y tus respuestas nos servirán como datos para nuestra investigación. Esta entrevista será grabada, al momento de comenzar la actividad estás en todo el derecho de retirarse cuando lo estimes conveniente.

BATERÍA DE PREGUNTAS:

Instrucciones: Resuelve la siguiente sustracción

$$\begin{array}{r} 332 \\ -276 \\ \hline \end{array}$$

4. ¿Cómo resuelves esta sustracción?
5. ¿Cómo llegaste al resultado?
6. ¿Qué problemática tienes para resolver esta sustracción?
7. De la evaluación diagnóstica ¿Cuál de las sustracciones tuvo más dificultades según tu percepción? ¿Por qué?
8. ¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarse a distintos tipos de sustracciones?

### Entrevista estudiante N°1

E: ¿Hola, Buenos días, Buenos días, cómo estás? Te cuento que hoy seré tu entrevistadora y tus respuestas nos servirán como datos para nuestra investigación. Esta entrevista será grabada. Y al momento de comenzar la actividad estás en todo tu derecho a retirarse cuando lo estimes convenientes, ¿Estás de acuerdo? F: sí. E: Realiza esta sustracción. E: ¿Cómo resuelves estas sustracción? ¿Me lo puedes explicar?. F: Primero al 2 le tengo que restar 6 y como no se puede, le pido prestado al 3 y entonces el dos se convierte en 12 y ahora puedo restar al 12 - 6. Y eso me da un total de 6. Y luego al 3 le restó 7 y como nuevamente no se puede, otra vez le le pido prestado al de al lado al 3 queda en 13 y al 13 le quitó 7 y lo que me da es 6 y finalmente  $3 - 2 = 1$ . E: Muy bien. ¿Qué problemática tiene para resolver esta sustracción?. F: ¿Pedir prestado? E: ¿De la prueba de diagnóstico que hicimos, cuál de la sustracción tuvo más dificultad según tu percepción y por qué? F: Se me hace difícil pensar que el dos se convierte en 12 o el 3 en 13. E: perfecto. ¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarte a distintos tipos de sustracciones? F: Observar y pensar cuando tengo que pedir prestado para hacer bien la resta. E: Muy bien. Muchas gracias. Volvamos a la sala.

### Entrevista estudiante N° 2

E: ¿Hola, Buenos días, Buenos días, cómo estás? Te cuento que hoy seré tu entrevistadora y tus respuestas nos servirán como datos para nuestra investigación. Esta entrevista será grabada. Y al momento de comenzar la actividad estás en todo tu derecho a retirarse cuando lo estimes convenientes ¿Estás de acuerdo? ¿Cómo vamos a partir? Primeramente, voy a partir dando las instrucciones y vamos a ir paso a paso en cada pregunta. En total son 5 preguntas a las que tendrás que responder.

Primero vas a tener que resolver la siguiente sustracción, la podrías anotar en tu cuaderno. Por favor, sí. La sustracción es 332 menos 276, desde ahora tienes 2 minutos para poder responder. Listo, guau, qué rápido, súper. A continuación, ¿tú me podrías contar cómo resolviste esta sustracción? Eh, como al 2 no le podía quitar 6 lo di vuelta y al 6 le quité 2.

Como al 7 no le pude quitar 3 o sea, como al 3 no le pude quitar 7 al 7 le quité 3 y al 3 le quité dos y me quedo 144. Tú me dices que el resultado de la sustracción es 144. Entonces, como tienes arriba en el minuendo el número 2, y le vas a quitar 6 y me dijiste que no se podía, por lo tanto, tú lo invertiste.

Al 6 le quitas los 2 y te da como resultado 144, no al 4, después dijiste que el 3 no le podías quitar 7. Por lo tanto, los vuelves a invertir y al 7 le quitas 3 y al por último al 3 se le puede quitar dos. Sí y te da 1. Súper, muchas gracias. ¿Eh, entonces tú al resultado final, cómo llegaste? ¿De qué forma llegaste a ese resultado? ¿cómo lo hiciste? ¿Qué hiciste en ese caso? Le resté cada número que estaban y si no se podía, lo di vuelta. Okay. La pregunta número 3, ¿qué problemática tienes para resolver esta sustracción? Al observar dicha ¿qué problema se te presentó, o la observaste y dijiste no me parece difícil? Me parece difícil ¿Qué opinas sobre ella? ¿Eh, me gustó porque al dos no se le podía quitar 6 y al 3 le voy a quitar 7 ¿ y sabías que hacer en ese caso o no? Ok, y entonces ¿qué crees tú que debieras conocer o saber para resolver esta sustracción? ¿Qué pasó crees tú? ¿Qué pasos se deberían seguir para resolver la sustracción?

No sé

Ya, entonces sí se te dificulta realizar las sustracción, sí porque se me complejiza ver que el número de arriba es menor al número de abajo. Pregunta número cuatro de la evaluación diagnóstica que realizamos la semana pasada, ¿cuáles de las sustracciones tuvo más dificultad según tu percepción? ¿Cuáles de ellas te resultaron más difíciles? Eran similares, ya que había algunas en la que tampoco se le podía quitar porque era mayor el número al que se le tenía que quitar, entonces no podía. Por último ¿Qué pasos recomendarías seguir al momento de enfrentarte a distintos tipos de sustracciones? ¿De manera personal, que pasos recomiendas seguir al momento de enfrentarnos a una sustracción? Quizás algún compañero que le vaya a preguntar a la profesora si tiene duda, estudiar. Súper me parece bien. Muchas gracias por tu participación.

**Entrevista estudiante n°3**

Hola buenos días, hoy seré tu entrevistador y tus respuestas nos servirán como datos para nuestra investigación. Esta entrevista será grabada, al momento de comenzar la actividad, estás en todo el derecho a retirarte cuando lo estimes conveniente. Para comenzar con la entrevista, lo primero que necesito es que resuelvas esa sustracción. Ya ¿cómo resolviste esta sustracción? sumando, me dices que sumando entonces si tú sumaste ¿cómo llegaste al resultado? sumando 2 por 6 es 8, 3 por 7 es 10, el 1 va arriba y el 0 va abajo y 3 por 2 + 1 es 6. Entonces, ¿tú me dices que sumaste los números? y tú ¿en esta sustracción que realizaste te das cuenta de algún error? No ¿no te das cuenta de ningún error? Si bien al principio de la entrevista te dije que resolvieras una sustracción y tú me respondes con una suma. Entonces ¿por qué sumaste en vez de restar? porque mi profesora de matemáticas me dijo que hay que sumar para ver si está bien. ¿Por qué crees tú que hay que sumar? pero mira entonces yo te quiero dar a conocer un error que encuentro en el desarrollo de tu sustracción sí bien yo te dije que era una sustracción o una resta tu sumas.

Tal vez, lo que dice tu profesora es que para tu comprobar si esa sustracción está buena debes sumar, pero eso no quiere decir que la tienes que resolver con una suma, sino que eso sea eso es un paso posterior para comprobar la sustracción. Entonces de cierta forma lo que tú estás haciendo es un error porque en vez de restar sumas y eso hace que el resultado te de erróneo ¿ya? Muchas gracias por contestar las preguntas.