



FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CARRERA PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA MENCIÓN MATEMÁTICA
SEMINARIO ESPECIALIDAD MATEMÁTICA EDU 821 - 451

Pensamiento Algebraico Temprano:

Comprensión de Desigualdades en 4° Básico

Integrantes: Paula Ibarra Barrera

Evelyn Zúñiga Castro

Docentes guía: Dra. Pamela Reyes Santander

Dr. Juan Pablo González

Dra. Gina Luci Arriagada

Santiago, Chile - diciembre 2025

INDICE

Introducción	3
1. Problemática	6
1.1 Levantamiento del problema	6
1.2 Justificación del problema	8
1.3 Fundamentación del problema	8
1.4 Preguntas y objetivos de la investigación.....	10
2. Marco Referencial	12
2.1 El pensamiento lógico-matemático desde la teoría de Piaget	12
Tabla 2.1 Etapas del Desarrollo Lógico según Piaget	13
2.2 Comprensión de la matemática escolar	14
2.3 Progresión curricular en álgebra	15
Tabla 2.2 Progresión de Objetivos de Aprendizaje en Álgebra	16
2.4 Álgebra temprana y pensamiento relacional	17
Tabla 2.3 Modelo de Trayectorias de Aprendizaje para la Comprensión de Desigualdades en Educación Básica.....	18
2.5 Desigualdades e inecuaciones en el álgebra escolar	19
2.6 Desigualdades y pensamiento algebraico: revisión de enfoques didácticos globales.....	20
2.7 Criterio de análisis: estructura progresiva del pensamiento algebraico temprano desde una perspectiva referencial	21
Tabla 2.4 Progresión del Pensamiento Algebraico Temprano y su Articulación Didáctica ..	23
3. Metodología	24
3.1 Tipo de investigación	24
3.2 Contexto	25
3.3 Instrumentos de recopilación de datos	26
3.4 Técnica de análisis de datos	27
3.6 Carta Gantt	29
4. Análisis y resultados	30
4.1. Episodio 1 – Desafío de la Igualdad.....	31
4.2 Episodio 2 - El cofre del número perdido	33
4.3 Episodio 3 - El reto de las desigualdades	36
4.4 Episodio 4 - Inventores de desafíos	40
5. Conclusiones y discusión	42
5.1 De la igualdad como equilibrio a la comprensión relacional	42
5.2 Del cálculo aritmético al razonamiento estructural	43

5.3 Comprensión del orden y la desigualdad	43
5.4 La invención de relaciones como evidencia de algebrización	44
5.5 Progresión cognitiva como trayectoria de pensamiento algebraico	44
5.6 La mediación del lenguaje y la argumentación.....	45
5.7 Contraste con evidencia externa.....	46
5.8 Conclusiones	47
Referencias.....	51
Anexo 1. SOBRE LA PARTICIPACIÓN DE SU PUPILO EN EL PROYECTO PIR 202402.....	57
Anexo 2. CARTA DE AUTORIZACIÓN DIRECTIVOS DE INSTITUCIONES O CENTROS	63
Anexo 3. CONSENTIMIENTO INFORMADO	65
Anexo 4. Protocolo de Aplicación del Grupo Focal.....	69
Anexo 5. Guion completo – grupo focal 4° básico.....	73
Anexo 6. Validación Experto Externo	77
Anexo 7. Recursos	85
Anexo 8. Carta Gantt.....	88
Anexo 9: Transcripción Grupo Focal.....	89

Introducción

El pensamiento algebraico temprano constituye una base esencial en el desarrollo del razonamiento matemático desde los primeros años de escolaridad, pues permite a los estudiantes transitar desde la aritmética hacia estructuras más complejas mediante la comprensión de relaciones, patrones y símbolos. En particular, las desigualdades —como forma inicial de representación simbólica— son fundamentales para fomentar el pensamiento relacional en las primeras etapas de la educación matemática. Los resultados de la prueba TIMSS 2023 evidencian que el rendimiento de los estudiantes chilenos de 4° básico en matemática se sitúa por debajo del promedio internacional (Chile: 444 puntos; promedio global: 503), lo que sugiere dificultades en el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático fundamentales para la comprensión de relaciones entre cantidades (von Davier et al., 2024). Estas dificultades pueden vincularse con nociones tempranas como la comparación de expresiones y la interpretación de desigualdades, aspectos que constituyen el núcleo del pensamiento algebraico según Kieran (2004), quien destaca la necesidad de comprenderlas como relaciones y no únicamente como operaciones.

Frente a esta problemática, diversas investigaciones han planteado que la integración de representaciones concretas —como la balanza matemática— junto con el uso de trayectorias de aprendizaje, contribuye significativamente a mejorar la comprensión de las desigualdades, al favorecer una progresión desde la intuición hasta la formalización simbólica (Clements y Sarama, 2004; Gómez y González, 2018). Asimismo, estudios como los de Blanton y Kaput (2005) y Molina (2007) coinciden en que un enfoque didáctico centrado en la construcción de significados —más que en el dominio mecánico de procedimientos— promueve el desarrollo del pensamiento estructural necesario para el aprendizaje del álgebra. En este marco, la presente investigación tiene como propósito caracterizar cómo estudiantes de 4° básico comprenden y abordan problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones, identificando las estrategias, errores y niveles de comprensión que manifiestan.

El Capítulo 1 de esta investigación se orienta a la delimitación de la problemática abordada, presentando antecedentes empíricos que justifican la necesidad de investigar desde una perspectiva didáctica, sobre la comprensión de los estudiantes acerca del concepto matemático de desigualdad. En este capítulo se expone el planteamiento general de la investigación, la formulación de la pregunta principal, los objetivos específicos y los fundamentos que otorgan sentido y pertinencia a este trabajo en el marco de la educación matemática escolar.

El Capítulo 2 presenta el marco referencial que da sustento conceptual a la investigación. En él se abordan distintas aproximaciones al aprendizaje del álgebra temprana, articulando aportes provenientes de la teoría del desarrollo cognitivo —en particular, desde interpretaciones contemporáneas de la obra de Piaget (Feldman, 2015, citado en Navarrete y Guzmán, 2023)—, junto con elementos de la didáctica de las matemáticas que promueven una enseñanza activa, significativa y estructural (Caamaño-Espinoza, 2021). Asimismo, se examina la progresión del pensamiento algebraico establecida en el sistema educativo chileno a través del enfoque en espiral del currículum, el cual introduce progresivamente nociones como la igualdad, el uso de incógnitas y la comparación de expresiones desde los primeros niveles escolares (Ministerio de Educación, 2018). Finalmente, se profundiza en la noción de pensamiento algebraico temprano, incorporando estudios que proponen representaciones didácticas eficaces para introducir el trabajo con desigualdades y relaciones desde una etapa escolar inicial (Kaput, 2000).

El Capítulo 3 describe el diseño metodológico que orienta esta investigación, el cual se enmarca en el paradigma cualitativo deductivo, permitiendo acceder a categorías de análisis a partir de un marco preexistente, centrado en la progresión del pensamiento algebraico temprano. Con respecto al diseño, se opta por un estudio de caso único de tipo descriptivo, puesto que se analiza una unidad acotada (cinco estudiantes de un curso específico), con el fin de describir en profundidad sus manifestaciones de pensamiento algebraico temprano (Thomas, 2021). Como técnica de recolección, se utiliza un grupo focal, en el que los participantes dialogan sobre sus respuestas ante desafíos matemáticos previamente aplicados. Estas interacciones se registran mediante grabación audiovisual, utilizando un guion semiestructurado de preguntas y un protocolo especialmente diseñados para esta investigación. Según Barbour (2018), los grupos focales no solo permiten conocer lo que las personas piensan, sino como lo expresan, negocian y validan entre pares, lo que facilita la identificación de estos patrones discursivos, enriqueciendo la interpretación cualitativa, porque no se analiza solo lo que se dice, sino cómo y por qué se dice así. Además, siguiendo los lineamientos de Patton (2005), se valora la profundidad y riqueza contextual de los datos obtenidos, situando el análisis en la experiencia vivida por los participantes y priorizando estrategias como la selección intencionada de casos y la triangulación para garantizar la credibilidad y validez del proceso. La información obtenida es analizada mediante el análisis temático reflexivo permitiendo describir las estrategias, errores y comprensiones de los estudiantes en torno a las desigualdades sin atribuir ningún juicio de valor personal a éstas. Asimismo, en todas las fases de la investigación se resguardan los principios de consentimiento informado, confidencialidad y anonimato, así como los criterios éticos y procedimentales considerados para garantizar la validez del proceso. Finalmente, este marco

metodológico se alinea con el propósito de construir conocimiento situado sobre el aprendizaje del álgebra desde una perspectiva interpretativa, descriptiva y contextualizada.

El Capítulo 4 expone el análisis e interpretación de los resultados obtenidos a partir de la aplicación del grupo focal, organizado conforme a las categorías derivadas del marco referencial y los objetivos de investigación y conforme a lo declarado en el marco metodológico. En esta sección se presentan las manifestaciones del pensamiento algebraico temprano observadas en los estudiantes de 4° básico que participaron en el grupo focal, describiendo sus estrategias, errores y niveles de comprensión en torno al concepto de desigualdad. De acuerdo con las orientaciones establecidas en el *Manual de Procedimientos del Seminario de Grado* (Reyes y Luci, 2025), este capítulo integra la discusión de los hallazgos con los fundamentos teóricos revisados. De esta forma, se evidencia la coherencia entre los resultados, los objetivos propuestos y la metodología empleada, constituyéndose en el eje articulador entre el proceso analítico y las conclusiones finales de la investigación.

El Capítulo 5 constituye la fase de cierre del proceso investigativo, en la cual se integran los resultados obtenidos con los fundamentos teóricos y metodológicos desarrollados en los capítulos anteriores. Este apartado permite dar respuesta a la pregunta de investigación y confirmar el cumplimiento de los objetivos propuestos, combinando la reflexión crítica de los hallazgos con sus discusión teórica y proyección didáctica. Los resultados se interpretan a la luz de los aportes teóricos del marco. En coherencia con estos referentes, las conclusiones abordan las implicaciones teóricas y prácticas de los hallazgos, las limitaciones derivadas del diseño cualitativo y las proyecciones hacia futuras investigaciones.

Finalmente, en el proceso de redacción y revisión de este trabajo, se hizo uso responsable de herramientas de inteligencia artificial *ChatGPT (versión GPT-4)* (OpenAI, 2023) y *Perplexity* (Perplexity AI, 2023), con fines de apoyo en la organización de ideas, coherencia textual, sugerencias de redacción y textos académicos y orientación respecto del sistema de normas de citación y referenciación APA 7. Sin embargo, todas las decisiones analíticas, interpretativas y argumentativas corresponden a sus autoras. Asimismo, declaramos que hemos seguido los lineamientos definidos por la Universidad de Las Américas (UDLA), los cuales promueven un uso ético, transparente y pedagógico de estas tecnologías, resguardando la autoría, la integridad académica y la autonomía intelectual del estudiantado (Universidad de Las Américas [UDLA], 2025).

1. Problemática

1.1 Levantamiento del problema

El aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza básica constituye un eje fundamental para el desarrollo de competencias cognitivas esenciales, como el pensamiento lógico, la resolución de problemas y la comprensión de relaciones cuantitativas. En esta línea, la OECD (2022) sostiene que “la alfabetización matemática permite a los estudiantes formular, emplear e interpretar las matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos, y para tomar decisiones bien fundamentadas como ciudadanos comprometidos” (p. 7). Esta visión promueve una enseñanza centrada en el razonamiento y la comprensión estructural desde las primeras etapas escolares, superando el enfoque tradicional focalizado exclusivamente en el cálculo. Dentro de este marco, el pensamiento algebraico temprano cobra especial relevancia, pues permite a los estudiantes transitar desde la aritmética hacia estructuras más complejas mediante la comprensión de relaciones, igualdad, incógnitas y desigualdades (Carraher et al., 2000).

Sin embargo, los resultados del *Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias* (TIMSS 2023) muestran que los estudiantes chilenos de 4º básico obtuvieron un puntaje promedio de 444 puntos, por debajo del promedio internacional de 503, evidenciando dificultades en el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales (von Davier et al., 2024). Estos resultados sugieren debilidades no sólo en el dominio de procedimientos, sino también en la comprensión relacional y estructural del conocimiento matemático, aspecto clave en el aprendizaje del álgebra.

En particular, la comprensión de las desigualdades representa un desafío recurrente. Errores como el uso inadecuado de los signos “<” y “>”, o interpretaciones exclusivamente operativas del signo igual, dan cuenta de una comprensión fragmentada del pensamiento algebraico. Aunque estos contenidos son trabajados de manera inicial en la enseñanza básica, su abordaje suele estar desvinculado del desarrollo de estructuras algebraicas más amplias. Investigaciones recientes han evidenciado que los estudiantes pueden manifestar razonamiento algebraico elemental incluso sin el uso formal de letras o ecuaciones. Sin embargo, estas manifestaciones suelen pasar desapercibidas para los docentes, especialmente en formación, lo que impide aprovechar su potencial didáctico (Burgos Navarro, 2023).

Esta problemática también ha sido observada en nuestra práctica pedagógica con estudiantes de 4º básico, quienes presentan dificultades sistemáticas al abordar problemas de

comparación e inequaciones. Estas limitaciones no sólo afectan su desempeño inmediato, sino que comprometen el desarrollo progresivo del eje de Álgebra en el currículum escolar, ampliando la brecha de acceso a aprendizajes matemáticos de mayor complejidad.

Entre las principales dificultades encontradas se identifican problemas específicos en el aprendizaje de desigualdades:

1. Confusión simbólica: Los estudiantes tienden a interpretar los signos “mayor que” ($>$) y “menor que” ($<$) como instrucciones operativas en lugar de símbolos relacionales, lo que evidencia una comprensión limitada de su significado matemático y dificulta la transición del pensamiento aritmético al algebraico (Kieran, 2004; Castro, 2012).

2. Falta de herramientas didácticas: La ausencia de materiales concretos como la balanza matemática dificulta la construcción de significados relacionales en torno a la igualdad y desigualdad, fundamentales para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano (Castro y Molina, 2007).

3. Interpretación errónea de operaciones: Muchos estudiantes abordan las desigualdades como si fuesen operaciones aritméticas convencionales, sin reconocer su carácter dinámico y comparativo (Carraher et al., 2000).

4. Confusión conceptual: Se observa una mezcla entre los conceptos de desigualdad (relación matemática) e inequivalencia (diferencia cualitativa), lo que genera errores en la resolución de problemas (Molina, 2007).

Los estudiantes de 4º básico presentan vacíos conceptuales en la comprensión de las desigualdades, evidenciados en su dificultad para interpretar adecuadamente los símbolos “ $<$ ” y “ $>$ ”, operar con relaciones dinámicas y distinguir entre conceptos clave como desigualdad e inequivalencia (Carraher et al., 2000; Molina, 2014). Estas dificultades han sido ampliamente documentadas en estudios internacionales y nacionales (von Davier et al., 2024; Cerda, Leiva, y Godoy, 2018), y no solo afectan el rendimiento actual de los estudiantes, sino que comprometen su desarrollo futuro en el eje de Álgebra (Blanton, et al., 2015). Por ello, resulta prioritario investigar cómo los estudiantes construyen significados en torno a las desigualdades, de modo que sea posible diseñar estrategias pedagógicas orientadas a superar estas brechas conceptuales (Cerda, Leiva, y Godoy, 2018).

1.2 Justificación del problema

El pensamiento algebraico temprano constituye una dimensión fundamental en la formación matemática inicial, este permite desarrollar estructuras de pensamiento necesarias para comprender relaciones, generalizar patrones y resolver situaciones que requieren simbolización. Como señalan Pincheira et al. (2022), introducir el álgebra desde los primeros años posibilita que los estudiantes construyan significados duraderos sobre relaciones y estructuras matemáticas lo que fortalece el razonamiento lógico y prepara el camino para aprendizajes más abstractos en los niveles superiores.

Desde este punto de vista, el trabajo con desigualdades representa un componente clave. Blanton et al. (2015) sostienen que “la comprensión de relaciones de desigualdad permite a los estudiantes desarrollar pensamiento relacional, fundamental para la transición entre la aritmética y el álgebra” (p. 144). Sin embargo, esta comprensión se ve frecuentemente limitada por propuestas didácticas centradas en procedimientos algorítmicos y por la escasa incorporación de materiales que representen relaciones de manera visual o manipulativa (Molina y Castro, 2012, p. 58).

Desde una perspectiva didáctica, diversos autores plantean que el trabajo con múltiples representaciones, el diálogo argumentado entre estudiantes y la exploración de situaciones abiertas favorecen la construcción de significados algebraicos en las primeras etapas escolares (Molina, 2014; Pincheira et al., 2022).

Por lo tanto, esta investigación se propone describir y caracterizar cómo los estudiantes de 4° básico comprenden las desigualdades en el contexto de las inecuaciones. Identificar sus estrategias, errores y niveles de comprensión contribuirá a diseñar propuestas pedagógicas más pertinentes, que favorezcan el desarrollo del pensamiento estructural desde etapas iniciales del currículo.

1.3 Fundamentación del problema

El estudio de Blanton et al. (2015), con estudiantes de ocho a diez años en Estados Unidos, destaca la importancia del pensamiento algebraico desde los primeros años escolares, argumentando que el hecho de introducir conceptos como la generalización, el uso de símbolos y la representación de relaciones numéricas en la educación primaria promueve una comprensión profunda del álgebra. Esta conclusión es especialmente relevante para la educación matemática,

considerando que los problemas de desigualdad forman parte del pensamiento relacional que los estudiantes deben comenzar a construir en enseñanza básica. En Chile, según las Bases Curriculares de Matemática (Ministerio de Educación, 2018), los símbolos de desigualdad ($>$ y $<$) se introducen formalmente en 2° básico, mientras que las inecuaciones comienzan a abordarse de manera más explícita a partir del 6° básico, dentro del eje de Álgebra y Funciones. Entonces, si estas nociones no se abordan de manera profunda y eficiente desde etapas tempranas —por ejemplo, mediante actividades de comparación, razonamiento lógico y uso de representaciones concretas—, pueden convertirse en fuentes persistentes de error y confusión en niveles superiores, afectando la transición al álgebra formal y el rendimiento en evaluaciones nacionales e internacionales. En este sentido, Biswas y Roy (2021) señalan que las dificultades en el aprendizaje del álgebra se manifiestan en la falta de comprensión conceptual y en el uso mecánico de reglas y procedimientos.

Por otro lado, Cañadas et al. (2014) analizan en su investigación cómo los estudiantes de educación secundaria obligatoria en España, de entre doce y catorce años, enfrentan dificultades al interpretar el simbolismo algebraico, especialmente al momento de comprender el signo igual como una relación de equivalencia y no simplemente como indicativo de una operación. Este hallazgo se relaciona directamente con la problemática, en que los estudiantes de 4° básico no sólo presentan problemas para diferenciar entre igualdad y desigualdad, sino también para representar y resolver inecuaciones que requieren entender esas relaciones como parte de un sistema matemático coherente. En el mismo sentido, Morales (2017) investigó las dificultades de estudiantes de educación básica, específicamente de quinto y sexto básico (10-12 años), en la comprensión del lenguaje algebraico, señalando que uno de los principales obstáculos es el uso mecánico de símbolos sin comprender su significado. Por su parte, Radford (2022), en su estudio sobre el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, subraya la importancia de conectar los conceptos abstractos con la experiencia sensorial y el razonamiento lógico. En nuestro caso, hemos observado en las prácticas pedagógicas que los estudiantes tienden a memorizar el uso de los signos “ $>$ ” y “ $<$ ” sin relacionarlos con contextos de comparación numérica o situaciones reales, lo que afecta directamente la resolución de inecuaciones simples.

Asimismo, Molina (2007) sostiene que muchos estudiantes presentan dificultades para comprender el significado del signo igual y para diferenciar entre el uso de la igualdad como equivalencia y como resultado de un cálculo, lo que limita la construcción de significados más amplios en álgebra temprana. De manera complementaria, Castro (2012) identifica en la educación secundaria obstáculos persistentes en torno a la interpretación de expresiones

algebraicas, vinculados a una enseñanza centrada en la aplicación de procedimientos y no en la elaboración de significados. Por su parte, Cai et al. (2024), en su meta-análisis sobre intervenciones para el desarrollo del pensamiento algebraico, enfatizan la necesidad de promover un aprendizaje significativo y contextualizado.

A diferencia de los trabajos anteriores, se puede mencionar que Gómez y González (2018) analizaron cómo el uso de materiales concretos, tal como la balanza matemática, contribuye a mejorar la comprensión de la igualdad y la desigualdad en estudiantes de segundo ciclo básico. Los autores concluyen que estos recursos ayudan a representar relaciones numéricas de manera más significativa y reducen la confusión en el uso de los signos algebraicos, lo que a su vez facilita la comprensión de las propiedades de las operaciones y la resolución de ecuaciones e inecuaciones. Además, los resultados de la misma investigación sugieren que el uso de la balanza matemática promueve la construcción de un pensamiento relacional más sólido, lo que permite a los estudiantes comprender la equivalencia entre expresiones algebraicas y resolver problemas de manera más flexible y autónoma. Lo expuesto tiene relación con nuestro enfoque metodológico, puesto que proponemos la incorporación de manipulativos concretos como herramienta didáctica en las sesiones de trabajo con inecuaciones.

En concordancia con los trabajos presentados, estudios recientes han confirmado la efectividad de este tipo de intervenciones, demostrando que el uso de representaciones concretas y manipulativas mejora la comprensión de conceptos algebraicos (Biswas y Roy, 2021; Cai et al., 2024; Radford, 2022) y reduce las dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico (Kieran, 2004; Powell et al., 2020).

1.4 Preguntas y objetivos de la investigación

Pregunta de investigación

¿Cómo comprenden los estudiantes de 4° básico los problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones?

Tema de investigación

Álgebra temprana.

Objetivo general

Caracterizar la comprensión de problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones en estudiantes de 4° básico.

Objetivos específicos

- Identificar las principales dificultades y estrategias de estudiantes al enfrentar la resolución de problemas de desigualdades matemáticas en inecuaciones.
- Describir las respuestas de los estudiantes de 4° básico a problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones.
- Describir las estrategias y razonamientos que los estudiantes utilizan al enfrentarse a problemas de desigualdad.

2. Marco Referencial

El presente marco tiene como propósito establecer los fundamentos conceptuales y pedagógicos que orientan esta investigación, centrada en cómo los estudiantes de 4° básico comprenden y enfrentan problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones. Para ello, se abordan tres dimensiones principales: el desarrollo cognitivo infantil, los enfoques didácticos sobre el álgebra temprana y las orientaciones curriculares del sistema educativo chileno. Desde la psicología del aprendizaje, se recuperan los aportes de Piaget cuya teoría sobre desarrollo cognitivo permite entender cómo los niños construyen activamente el pensamiento lógico-matemático a través de etapas sucesivas, que facilitan la comprensión de relaciones como “mayor que” y “menor que” (Feldman, 2015), relevantes para situar el nivel de razonamiento de los estudiantes que participan en esta investigación. Desde la mirada didáctica, se examinan aportes que destacan la necesidad de promover una comprensión estructural y relacional del álgebra desde los primeros años escolares (Kaput, 2000; Blanton et al., 2015; Carraher y Schliemann, 2020), enfatizando el paso del pensamiento aritmético al algebraico como un proceso clave para el desarrollo del razonamiento simbólico (Molina, 2014). Finalmente, se considera en paralelo la progresión curricular del eje Álgebra (Ministerio de Educación de Chile y Universidad Diego Portales, 2018), la cual orienta una secuencia gradual desde la comprensión concreta de la igualdad hasta el uso simbólico de ecuaciones e inecuaciones. Esta progresión permite delimitar los aprendizajes esperados en 4° básico y sustentar la selección de contenidos abordados en esta investigación.

2.1 El pensamiento lógico-matemático desde la teoría de Piaget

Diversos autores coinciden en que el pensamiento lógico-matemático no surge de forma espontánea ni se transmite de manera directa, sino que se construye progresivamente a través de la interacción activa del niño con su entorno. Esta idea, ampliamente desarrollada por Jean Piaget y difundida en el campo educativo por múltiples especialistas, ha sido reconocida como un aporte fundamental para comprender cómo se desarrolla el razonamiento matemático en la infancia (Medina, 2000; Feldman, 2015).

Según Feldman (2015), retomando las bases del enfoque piagetiano, el desarrollo cognitivo atraviesa distintas etapas: sensorio-motriz (0–2 años), preoperacional (2–7 años), operaciones concretas (7–11 años) y operaciones formales (desde los 11 años). En la etapa de

operaciones concretas —en la que se encuentran los estudiantes de 4° básico— los niños son capaces de aplicar pensamiento lógico a situaciones tangibles, desarrollando habilidades como la conservación, la seriación y la clasificación. Estas capacidades son esenciales para construir relaciones como “mayor que”, “menor que” o “igual que”, lo que constituye un fundamento clave del pensamiento algebraico elemental (Feldman, 2015).

No obstante, las inecuaciones implican un nivel de simbolización abstracta —por ejemplo, el uso de signos como $>$, $<$ o \leq , \geq — asociado al pensamiento formal. Este desfase entre el tipo de razonamiento requerido por el contenido y el estadio evolutivo de los estudiantes representa un desafío didáctico importante: ¿cómo favorecer la comprensión de relaciones algebraicas en estudiantes que aún no han alcanzado el nivel de pensamiento abstracto formal?

Desde una perspectiva actualizada, Navarrete Ramírez y Guzmán Rugel (2023) subrayan que el pensamiento lógico “se construye en la mente del niño partiendo de lo más simple hasta lo más complejo, tomando en cuenta las experiencias anteriores” (p. 255). Estas experiencias tempranas permiten a los estudiantes identificar diferencias, clasificar objetos y establecer relaciones cuantitativas, lo que sienta las bases del razonamiento algebraico.

En este sentido, diversos autores plantean que es posible introducir contenidos estructurales del álgebra temprana mediante trayectorias de aprendizaje progresivas, que vinculen representaciones concretas con nociones simbólicas (Clements y Sarama, 2010; Blanton et al., 2018). Así, el desarrollo del pensamiento lógico-matemático no debe considerarse una limitación, sino una oportunidad para diseñar experiencias de aprendizaje que acompañen las capacidades emergentes de los estudiantes.

La siguiente tabla resume las etapas del desarrollo cognitivo y permite ubicar a los estudiantes dentro del proceso constructivo que sustenta la comprensión de conceptos como la desigualdad:

Tabla 2.1 Etapas del Desarrollo Lógico según Piaget

Etapa	Edad	Características Principales
Sensorio-Motriz	0-2 años	Aprendizaje a través de acciones y movimientos. Desarrollo de esquemas sensoriales y motores.

Preoperacional	2-7 años	Uso de símbolos y lenguaje. Pensamiento egocéntrico. Dificultad para adoptar otras perspectivas.
Operaciones Concretas	7-11 años	Pensamiento lógico aplicado a situaciones concretas. Desarrollo de la conservación y la seriación.
Operaciones Formales	11 años en adelante	Capacidad para el pensamiento abstracto y la resolución de problemas hipotéticos.

Nota. Elaboración propia adaptada de Medina (2000) y Feldman (2015).

Estas etapas permiten comprender que el pensamiento lógico-matemático evoluciona en función de las oportunidades de interacción activa con materiales, contextos significativos y otras personas, lo cual facilita la interiorización progresiva de estructuras mentales cada vez más complejas (Cárdenas-Forero, 2021).

2.2 Comprensión de la matemática escolar

Comprender la matemática escolar implica mucho más que la memorización de algoritmos y procedimientos. Esta comprensión se fundamenta en la articulación de saberes matemáticos, la actividad del estudiante como constructor de significado y la gestión docente que favorece un aprendizaje significativo. Diversos autores sostienen que esta comprensión se potencia cuando los estudiantes pueden transitar entre distintos registros de representación —concreto, pictórico, simbólico y verbal— y participar activamente en tareas que movilicen el razonamiento, la argumentación y la validación de sus procedimientos (Institute of Education Sciences, 2021; Mainali, 2021). En este contexto, el énfasis no se sitúa solo en obtener la respuesta correcta, sino en construir conocimiento desde lo experiencial hacia lo abstracto.

Esta concepción se distancia de la visión piagetiana clásica, que ubica la capacidad de pensar formalmente recién a partir de los 11 años. Según Piaget (citado en Feldman, 2015), los estudiantes de 4° básico aún se encuentran en la etapa de operaciones concretas, en la que el razonamiento se basa en la manipulación directa de objetos. Desde esa perspectiva, los conceptos abstractos como las inecuaciones estarían fuera de su alcance cognitivo. Sin embargo, la comprensión matemática escolar actual no considera esta limitación como definitiva, sino como un desafío que puede ser abordado pedagógicamente.

Autores como Malisani y Spagnolo (2009) proponen que es posible desarrollar el pensamiento algebraico en edades tempranas si se proporciona una enseñanza adecuada que utilice material concreto, contextos significativos y progresiones curriculares ajustadas. Así, por ejemplo, advierten que muchos estudiantes interpretan el signo igual de forma operativa más que relacional, lo cual dificulta su transición al pensamiento algebraico. Este tipo de obstáculos epistemológicos, al ser identificados, pueden guiar el diseño de intervenciones que promuevan el sentido de los símbolos y las relaciones.

En consecuencia, la comprensión matemática escolar se entiende hoy como un proceso dinámico y situado, donde la mediación del docente permite avanzar más allá de lo que el desarrollo cognitivo por sí solo podría alcanzar. Esta perspectiva considera que el aprendizaje de estructuras algebraicas, como las desigualdades, es posible en la educación básica si se favorece una progresión gradual del pensamiento, respetando los procesos individuales, pero sin resignarse a los límites de la etapa evolutiva descrita por Piaget.

De acuerdo con los objetivos establecidos por el Ministerio de Educación (2018), la progresión en el eje de álgebra desde 1° a 6° básico incorpora paulatinamente la comprensión de la igualdad, la desigualdad, el uso de símbolos y la resolución de ecuaciones e inecuaciones, promoviendo así una visión más amplia, flexible y significativa de la matemática escolar.

2.3 Progresión curricular en álgebra

La siguiente tabla presenta la progresión oficial de los objetivos de aprendizaje del eje Álgebra entre 1° y 6° básico, según las Bases Curriculares del Ministerio de Educación de Chile (2018). Esta progresión permite observar cómo el currículo establece una ruta formativa desde la comprensión de la igualdad y la desigualdad en contextos concretos, hasta el uso formal de expresiones algebraicas y la resolución de ecuaciones de primer grado. Reconocer esta secuencia no solo permite ubicar con precisión el nivel de conocimientos esperados para los estudiantes de 4° básico, sino que también constituye un insumo valioso para interpretar las respuestas estudiantiles desde una mirada coherente con su trayectoria curricular.

Comprender la progresión curricular en álgebra resulta fundamental para nuestra investigación, en tanto proporciona el marco normativo que define los contenidos a enseñar y su secuencia a lo largo de la escolaridad. Reconocer el momento en que se introducen conceptos como la desigualdad, el uso de símbolos matemáticos y la resolución de ecuaciones permite

delimitar con mayor precisión el nivel de desarrollo cognitivo y algebraico que se espera en los estudiantes. Esta claridad contribuye a sustentar la descripción de las comprensiones observadas, en coherencia con los aprendizajes declarados oficialmente por el currículo nacional.

Tabla 2.2 Progresión de Objetivos de Aprendizaje en Álgebra

Nivel	Objetivos de Aprendizaje en Álgebra
1° Básico	Describir y registrar la igualdad y la desigualdad como equilibrio y desequilibrio, usando una balanza en forma concreta, pictórica y simbólica del 0 al 20, usando el símbolo igual (=).
2° Básico	Demostrar, explicar y registrar la igualdad y la desigualdad en forma concreta y pictórica del 0 al 20, usando el símbolo igual (=) y los símbolos no igual (>, <).
3° Básico	Resolver ecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo geométrico que represente un número desconocido, en forma pictórica y simbólica del 0 al 100.
4° Básico	Resolver ecuaciones e inecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones, comprobando los resultados en forma pictórica y simbólica del 0 al 100 y aplicando las relaciones inversas entre la adición y la sustracción.
5° Básico	Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.
6° Básico	Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias como: usar una balanza, descomposición, correspondencia uno a uno y aplicación de procedimientos formales.

Nota. Elaboración propia adaptada del Ministerio de Educación de Chile (2018). *Bases Curriculares de la Educación Básica: 1° a 6° básico*. Gobierno de Chile. <https://www.curriculumnacional.cl>

La trayectoria curricular en álgebra se inicia en 1° básico con la representación de la igualdad y la desigualdad como equilibrio y desequilibrio mediante una balanza. Esta aproximación concreta y pictórica permite a los estudiantes desarrollar nociones tempranas de comparación y equivalencia, lo que constituye una base conceptual para comprender relaciones entre cantidades. Desde este nivel, el currículo introduce progresivamente el uso de símbolos matemáticos, facilitando la transición desde lo concreto hacia lo simbólico, en concordancia con lo planteado por Clements y Sarama (2010), quienes destacan la importancia de trayectorias de aprendizaje que conecten experiencias concretas con ideas más abstractas.

En 4° básico, se espera que los estudiantes resuelvan ecuaciones e inecuaciones de un paso, aplicando relaciones inversas entre la adición y la sustracción. Este objetivo curricular da

sustento a nuestra pregunta de investigación, pues permite suponer que los estudiantes han construido nociones previas de igualdad y desigualdad que les permitirían interpretar y resolver comparaciones simbólicas. En este sentido, la progresión curricular no solo habilita esta indagación, sino que también exige considerar las comprensiones como parte de un proceso evolutivo que puede ser descrito y caracterizado, tal como sugieren Blanton et al. (2018) al enfatizar el análisis de niveles de comprensión en álgebra temprana.

2.4 Álgebra temprana y pensamiento relacional

El álgebra temprana es un planteamiento pedagógico que busca introducir el desarrollo de habilidades algebraicas desde la educación básica, priorizando la construcción de relaciones matemáticas, la generalización de propiedades y el razonamiento simbólico antes de introducir procedimientos formales (Blanton et al., 2018). A diferencia del álgebra tradicional, centrada en la manipulación de ecuaciones, esta visión pone énfasis en la comprensión de estructuras matemáticas mediante actividades que conectan la aritmética con problemas contextualizados (Carrher y Schliemann, 2020). Por ejemplo, en la comparación de cantidades usando desigualdades ($>$ y $<$), no solo se desarrollan habilidades de comparación numérica, sino que también se sientan las bases para modelar relaciones dinámicas en inecuaciones (Brizuela et al., 2022).

Desde esta mirada, se concibe que “la aritmética necesita del pensamiento algebraico” (Molina, 2009, p. 138), lo que involucra reconsiderar el aprendizaje numérico no como un fin en sí mismo, sino como una oportunidad para estructurar el pensamiento en torno a relaciones, propiedades y estructuras. El álgebra temprana promueve lo que Kaput (2000) denominó la “algebrización del currículo”, esto es, una transformación curricular que permita desarrollar formas de pensar algebraicamente desde edades tempranas y mediante situaciones significativas. Como sostiene Molina (2009), esta propuesta curricular “promueve la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y, de este modo, cultiva hábitos de pensamiento que atienden a la estructura que subyace a las matemáticas” (p. 136).

En el marco de esta investigación, la noción de álgebra temprana entrega una base teórica para estudiar cómo los estudiantes de 4° básico comprenden relaciones de desigualdad en contextos de inecuaciones. Esta aproximación permite observar si, mediante el uso de símbolos como $>$ y $<$, los estudiantes evidencian formas incipientes de pensamiento relacional, generalización y simbolización, claves en la construcción del significado algebraico.

Dentro de esta línea, el modelo de trayectorias de aprendizaje propuesto por Clements y Sarama (2010) es especialmente útil para comprender cómo se desarrolla el pensamiento matemático en los estudiantes desde una edad temprana. Este modelo sostiene que el aprendizaje progresa desde la manipulación concreta hacia la abstracción, siguiendo una secuencia estructurada de actividades que respetan las etapas del desarrollo cognitivo infantil. Los autores plantean que “las trayectorias del aprendizaje se componen de tres partes: a) un objetivo matemático; b) un camino de desarrollo, a través del cual los niños se desarrollan para lograr el objetivo; y c) un conjunto de actividades o tareas para apoyar en cada nivel de pensamiento y su desarrollo” (Clements y Sarama, 2010, p. 2).

Estas trayectorias permiten observar cómo los niños construyen significados matemáticos a partir de experiencias organizadas y contextualizadas que respetan sus progresiones individuales. Aunque originalmente han sido aplicadas a contenidos como numeración o medición, Sánchez-Matamoros et al. (2018) han planteado su pertinencia para conceptos más estructurales. Por ejemplo, sostienen que “una trayectoria de aprendizaje, tal como la entienden Clements y Sarama (2004), [...] puede ayudar a los profesores a tomar decisiones instruccionales y, en consecuencia, ser una herramienta para que los futuros profesores se inicien en el desarrollo de la mirada profesional” (p. 206).

Siguiendo esta orientación, es posible proponer una trayectoria específica para el desarrollo de la comprensión de desigualdades matemáticas, articulando niveles cognitivos con habilidades específicas y actividades pedagógicas intencionadas. La siguiente tabla sintetiza una propuesta adaptada al modelo expuesto:

Tabla 2.3 Modelo de Trayectorias de Aprendizaje para la Comprensión de Desigualdades en Educación Básica

Nivel de desarrollo	Habilidad clave	Actividades sugeridas	Conexión con inequaciones
1. Inicial	Comparación perceptual (más/menos sin contar)	Comparar objetos a simple vista	Reconocimiento intuitivo de desigualdad
2. Concreta	Correspondencia uno a uno	Emparejar elementos de dos conjuntos (cubos, fichas, bloques)	Relación numérica sin símbolos
3. Relacional	Comparación con conteo	Contar objetos y determinar cuál es mayor o menor	Comprensión numérica de 'mayor que' y 'menor que'

4. Simbólica inicial	Uso de símbolos de desigualdad	Representar cantidades con $>$, $<$ o $=$	Introducción formal a las inecuaciones
5. Abstracta	Justificación con lenguaje matemático	Explicar verbalmente situaciones de comparación	Razonamiento lógico-matemático aplicado a desigualdades

Nota. Elaboración propia adaptada de Clements y Sarama (2010, p. 3) y Sánchez-Matamoros et al. (2018, p. 211).

Clements y Sarama (2004) señalan que los niños y las niñas interpretan las situaciones de manera distinta a las personas adultas y que el profesorado debe considerar estas diferencias al diseñar actividades (p. 2). Esta mirada permite diseñar ambientes de aprendizaje que respeten el desarrollo infantil y favorezcan una transición efectiva desde lo concreto a lo simbólico, aspecto clave para la comprensión de desigualdades. Así, incorporar la perspectiva de trayectorias de aprendizaje permite enriquecer el análisis de las manifestaciones estudiantiles observadas en esta investigación, al proporcionar un marco coherente para describir los distintos niveles de construcción del pensamiento algebraico temprano.

2.5 Desigualdades e inecuaciones en el álgebra escolar

Cuando hablamos de desigualdades matemáticas, hacemos referencia a una relación entre dos cantidades o expresiones que no son necesariamente equivalentes, utilizando símbolos como $>$, $<$, \geq y \leq para expresar estas relaciones y establecer comparaciones entre ellas.

En este sentido, Drijvers et al. (2019) subrayan el entendimiento de que estas relaciones requieren más que una habilidad técnica; implica desarrollar una comprensión relacional y conceptual que va más allá de la comprensión simbólica. Asimismo, estos autores afirman que, comprender los símbolos de desigualdad no solo implica reconocer su función simbólica, sino que también entender cómo se usan en diferentes situaciones matemáticas aplicadas a diversos contextos lo cual favorece una verdadera comprensión relacional en el tránsito hacia el álgebra temprana.

En el contexto escolar, en los primeros años de educación básica se introducen formalmente las desigualdades como parte del desarrollo del pensamiento relacional (Ministerio de Educación, 2018). Por ello, su enseñanza debe comenzar señalando su diferencia con la igualdad, pues mientras esta última expresa equivalencia exacta entre dos cantidades, las desigualdades representan relaciones asimétricas. Este contraste es esencial para construir un pensamiento

relacional sólido, ya que permite a los estudiantes analizar cómo varían las cantidades en relación unas con otras (Molina, 2009; Drijvers et al., 2019). En nuestro país, las Bases Curriculares de Matemática (Ministerio de Educación, 2018) establecen que los símbolos de desigualdad ($>$ y $<$) se introducen en 2° básico dentro del eje de Números, mientras que, en un nivel más avanzado, a partir de 6° básico, se usa en inecuaciones como parte del eje de Álgebra y Funciones.

Asimismo, las inecuaciones, entendidas como expresiones algebraicas que establecen relaciones de desigualdad entre dos cantidades o conjuntos, permiten modelar y analizar distintas situaciones matemáticas y del mundo real (Brizuela et al., 2022). Es por ello que en la sala de clases, trabajar con inecuaciones implica no solo interpretar los símbolos de manera correcta, sino también resolverlas a través de operaciones matemáticas, respetando las reglas asociadas a las desigualdades (Molina, 2009). Lo anterior posibilita el desarrollo de habilidades algebraicas claves para niveles educativos superiores.

2.6 Desigualdades y pensamiento algebraico: revisión de enfoques didácticos globales

La incorporación de desigualdades en la enseñanza de las matemáticas escolares ha sido objeto de creciente atención en enfoques didácticos que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico desde etapas tempranas. Estos planteamientos, de carácter global, sostienen que los conceptos de comparación, equilibrio y equivalencia son esenciales para introducir estructuras algebraicas en la educación primaria (Kaput et al., 2017; Alsina y Bosch, 2024, p. 15).

Uno de los elementos centrales para avanzar en esta línea es resignificar el uso del signo igual. Según Alsina y Bosch (2024), “la comprensión del signo igual como equivalencia, y no como símbolo de resultado, es clave para iniciar el trabajo con desigualdades” (p. 17). Este cambio conceptual es fundamental para favorecer una transición progresiva desde el razonamiento aditivo hacia un enfoque relacional propio del álgebra. En la misma línea, Herscovics y Linchevski (1994) argumentan que “el equilibrio físico facilita la transición del pensamiento aritmético al algebraico al evidenciar relaciones entre expresiones numéricas” (p. 65), lo cual fundamenta el uso de representaciones visuales en la enseñanza de desigualdades.

Entre las estrategias más utilizadas a nivel internacional se encuentra el uso de materiales manipulativos y representaciones concretas, como balanzas numéricas, cajas con incógnitas y

máquinas de cambio. Estas herramientas permiten representar comparaciones entre cantidades de forma tangible, facilitando el desarrollo del pensamiento estructural. Como señalan Cañadas y Molina (2016), “estas actividades permiten desarrollar el pensamiento relacional desde edades tempranas, base para comprender la estructura de las ecuaciones e inecuaciones” (p. 212).

Desde una perspectiva global, varios países han incorporado estas orientaciones en sus currículos de matemática escolar. El National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2003) establece estándares desde la educación inicial, indicando que “los estudiantes deben entender las relaciones entre cantidades y aprender a representarlas de diversas maneras” (NCTM, 2003, p. 91). Esta misma línea es seguida en propuestas curriculares como las de Singapur, Australia y Chile, donde se promueve una algebrización temprana del currículo como base para una comprensión profunda de la estructura matemática (Pincheira y Alsina, 2021, p. 170).

En consecuencia, los planteamientos didácticos globales coinciden en que el trabajo temprano con desigualdades no sólo anticipa el aprendizaje del álgebra formal, sino que también permite desarrollar habilidades de comparación, generalización y simbolización. Estas propuestas proporcionan un marco referencial y metodológico sólido para el diseño de experiencias didácticas centradas en el pensamiento estructural, aportando una base relevante para la comprensión de las estrategias utilizadas por los estudiantes al enfrentar problemas de desigualdad.

2.7 Criterio de análisis: estructura progresiva del pensamiento algebraico temprano desde una perspectiva referencial

A partir del diálogo entre los enfoques de Piaget (Feldman 2015), Clements y Sarama (2004), Blanton y Kaput (2005), Castro y Molina (2007), y otros aportes recientes sobre álgebra temprana, se construye una estructura conceptual que permite comprender cómo se desarrolla el pensamiento algebraico en los estudiantes de educación básica, articulando bases cognitivas, pedagógicas y curriculares.

Desde la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, se reconoce que en la etapa de las operaciones concretas (aproximadamente entre los 7 y 11 años), los niños son capaces de realizar tareas como clasificar, seriar, conservar y establecer relaciones de equivalencia, lo cual sienta las bases para el razonamiento matemático (Navarrete y Guzmán, 2023).

Complementariamente, Clements y Sarama (2009) proponen el modelo de trayectorias de aprendizaje, que permite organizar progresivamente el desarrollo del pensamiento matemático desde lo concreto hasta lo abstracto. Este enfoque se centra en definir metas de aprendizaje, actividades instruccionales y niveles cognitivos esperados.

En esta línea, Kaput (2000) plantea que el álgebra no debe restringirse a la secundaria, sino abordarse desde los primeros años escolares como una forma de pensamiento generalizante. Esta idea ha sido respaldada por Blanton et al. (2005), quienes abogan por introducir el análisis de relaciones, la comprensión estructural de los números y la argumentación desde edades tempranas.

En el contexto hispanoamericano, Castro y Molina (2007) proponen el pensamiento relacional como vía para la introducción del álgebra, destacando la comprensión del signo igual como relación de equivalencia más que como operador. Además, se reconoce el valor formativo de la argumentación matemática como práctica clave en el desarrollo del pensamiento algebraico (Cervantes-Barraza et al., 2019). A partir de este entramado teórico, se ha elaborado una tabla de síntesis que sistematiza cómo se proyecta el pensamiento de los niños desde una perspectiva progresiva. Esta estructura articula el desarrollo cognitivo con las demandas del currículo nacional y ofrece una base para la formulación de preguntas para nuestro grupo focal, orientadas a indagar en la comprensión, estrategias y formas de razonamiento de los estudiantes.

Tabla 2.4 Progresión del Pensamiento Algebraico Temprano y su Articulación Didáctica

Etapa del pensamiento del niño	Fundamento teórico	Progresión esperada según el currículo	Enfoque en espiral de contenidos
Exploración concreta y comparación	Piaget: operaciones concretas	Reconoce relaciones de mayor o menor (números, cantidades)	En niveles superiores se retoman estas comparaciones al abordar desigualdades e inecuaciones numéricas.
Relaciones y equivalencias	Castro y Molina: pensamiento relacional	Usa el signo igual como relación de equivalencia	Luego se amplía con igualdades simbólicas ($x + 2 = 7$), explorando el equilibrio y la resolución de ecuaciones simples.
Generalización informal	Blanton; Kaput	Reconoce patrones y regularidades	Más adelante se formaliza como generalización algebraica ($a + b = b + a$, propiedades de las operaciones).
Estrategias personales y verbalización	Clements y Sarama: trayectorias	Explica sus procedimientos con lenguaje propio	Se avanza hacia la argumentación estructurada y el uso del lenguaje matemático formal.
Igualdad y desigualdad con sentido	Castro y Molina; Blanton	Argumenta sobre igualdades e inecuaciones simples	Se retoma en grados superiores al resolver inecuaciones y representar soluciones gráficamente.

Nota. Elaboración propia adaptada de principios de Piaget citado en Feldman (2015), Clements y Sarama (2009), Kaput (2000), Blanton et al. (2005), Castro y Molina (2007), articulados bajo la lógica de la teoría en espiral para favorecer el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico.

3. Metodología

3.1 Tipo de investigación

La presente investigación se adhirió al paradigma cualitativo deductivo, puesto que las categorías de análisis se desarrollaron a partir de un marco preexistente, centrado en la progresión del pensamiento algebraico temprano. Este modelo de indagación buscó validar o ajustar las teorías propuestas sobre los procesos cognitivos y las estrategias empleadas por los estudiantes para resolver problemas de desigualdad e inequaciones. El objetivo fue generar una comprensión detallada y contextualizada del fenómeno, adaptándose a las características particulares de los datos recolectados. Este proceso permitió construir un marco explicativo desde la observación directa de los estudiantes, alineado con el marco referencial que articula la progresión del pensamiento algebraico temprano, desde la exploración concreta y comparación hasta la igualdad y desigualdad con sentido, lo que rigió el diseño de las actividades en el grupo focal (Clements y Sarama, 2009; Molina, 2014).

Este estudio tiene un carácter exploratorio deductivo, pues indaga cómo estudiantes de 4° básico enfrentan y resuelven problemas matemáticos relacionados con desigualdades e inequaciones. Se observaron sus procesos de razonamiento y las estrategias que emplearon con el propósito de comprender los fenómenos de manera abierta y flexible, describiendo cómo los estudiantes interpretaron y abordaron estos contenidos en su contexto de aprendizaje. A través de la observación directa y la interacción con los estudiantes, registradas mediante grabaciones audiovisuales, sus transcripciones y notas de campo sobre las acciones de los participantes, se buscó identificar patrones y estrategias comunes que se alinearan con las progresiones teóricas de Clements y Sarama (2009), Blanton y Kaput (2005) y Molina (2014). Dicho proceso de sondeo resultó fundamental para identificar cómo los estudiantes avanzan a través de las diferentes etapas de la progresión del pensamiento algebraico temprano, por ejemplo, con el uso del signo igual como relación de equivalencia y la generalización informal, según lo indican autores como Blanton y Kaput (2005), y Cañadas y Molina (2016).

Aunque existen marcos teóricos que abordan el pensamiento algebraico temprano, como los propuestos por Godino (2012) y Molina (2014), este estudio se centró en cómo estos marcos se aplican específicamente al contexto del estudiante de 4° básico, con el fin de probar la validez de los modelos existentes sobre el pensamiento algebraico en situación de aula. Por lo tanto, se utilizaron categorías deductivas que proporcionaron una comprensión más precisa de cómo los

estudiantes manejan los símbolos algebraicos, sin generar categorías completamente nuevas, sino ajustándolas y validándolas con los datos observacionales recolectados (Schliemann et al., 2003; Godino, 2012).

Para esta investigación se adoptó un diseño metodológico de estudio de caso, entendido por Coombs (2022) como una metodología cualitativa que permite generar una comprensión profunda de un fenómeno contemporáneo dentro de un sistema delimitado, utilizando múltiples fuentes de datos como entrevistas, observaciones y documentos. El estudio se centró en caracterizar cómo estudiantes de 4° básico comprenden y resuelven situaciones de desigualdad matemática, a partir de la observación y descripción de sus interacciones durante un grupo focal. En coherencia con las características prototípicas del estudio de caso (Khan, 2007), se trabajó con una muestra reducida, en un entorno realista, utilizando como fuente de información el grupo focal. Asimismo, el estudio cumplió con características esenciales del estudio de caso descritas por Hernández et al., (2014), tales como la riqueza de detalle contextual y la posibilidad de generar aprendizajes transferibles (pp. 164–165). En concordancia, Thomas (2021) afirma que el estudio de caso es un diseño de investigación de carácter intensivo que busca explicar aspectos de un fenómeno relativamente delimitado, que pueden ser comunes a otros fenómenos similares.

Particularmente, se caracterizó como un estudio de caso único, por medio del cual se examinó cómo los estudiantes interactuaron con problemas de desigualdad, observando sus procesos cognitivos y buscando identificar patrones y estrategias comunes. Desde esta perspectiva, el estudio de caso no pretende generalizar los resultados de manera inmediata, sino más bien obtener una visión detallada y rica en contexto de cómo los estudiantes resuelven las situaciones problemáticas planteadas, en línea con las distintas etapas de la progresión del pensamiento algebraico, desde la exploración concreta hasta la comprensión de inecuaciones (Hernández et al., 2014; Godino, 2012).

3.2 Contexto

La muestra de esta investigación está compuesta por cinco estudiantes pertenecientes al 4° año de una escuela básica ubicada en la comuna de Santiago. La selección respondió a la clasificación de muestra por conveniencia debido a la accesibilidad que se tiene con el establecimiento por experiencias anteriores. Atendiendo a los criterios de inclusión y exclusión determinados para esta investigación en especial.

Los criterios de inclusión fueron:

- Participantes de rango etario entre 9 y 11 años de edad.
- Presentar interés y disposición a participar en actividades de reflexión matemática.
- Contar con la autorización informada y por escrito de sus padres o apoderados.

Se hizo una distribución equitativa por género y no se consideró el rendimiento académico como criterio de inclusión, en tanto el objetivo del estudio se centró en explorar las comprensiones y estrategias de los estudiantes frente a situaciones asociadas al pensamiento algebraico inicial, específicamente en el ámbito de las inecuaciones.

Como criterio de exclusión, se consideró:

- Estudiantes que no hayan entregado el consentimiento correspondiente.
- Estudiantes que no hablen español de manera funcional como lengua principal.
- Estudiantes que presenten diagnósticos vinculados a necesidades educativas especiales (NEE).

En esta investigación se entiende como NEE los requerimientos de apoyo y adecuaciones que algunos estudiantes necesitan, de forma temporal o permanente, para alcanzar los objetivos de aprendizaje y participar de manera efectiva en el proceso educativo (Ministerio de Educación, 2015, p. 5). La definición de estos criterios responde a la necesidad de asegurar condiciones que favorezcan una aproximación interpretativa coherente y metodológicamente consistente al fenómeno investigado.

3.3 Instrumentos de recopilación de datos

La principal técnica de recolección de datos fue el grupo focal o de discusión, el cual consiste en una conversación grupal guiada por un moderador, donde los participantes expresan sus ideas, creencias, razonamientos y emociones respecto de un tema específico (Hernández et al., 2014, p. 408). Esta técnica resulta especialmente útil para obtener información cualitativa con diversos matices y para observar las dinámicas de interacción y construcción conjunta del conocimiento entre pares. Este grupo focal se desarrolló en una sesión, con cuatro actividades que se plantearon en él y preguntas de carácter abierto, exploratorio y reflexivo, orientadas a la indagación de cómo los estudiantes comprenden los símbolos de desigualdad, cómo resuelven situaciones que involucran desigualdades o inecuaciones, qué estrategias utilizan y cómo justifican sus respuestas. Para llevar a cabo este grupo focal, se construyó un guion (**Anexo 5**), que consideró las condiciones y preguntas a desarrollar en la instancia, el cual fue validado por un experto externo del área de la educación (**Anexo 6**).

3.4 Técnica de análisis de datos

Para la interpretación de los datos se recurrió a un enfoque cualitativo de carácter deductivo y reflexivo. Este tipo de análisis permite comprender cómo los estudiantes construyen significados durante la resolución de las actividades, identificando patrones, estrategias y dificultades sin emitir juicios evaluativos.

Siguiendo los criterios generales propuestos por Patton (2005), el análisis cualitativo se concibe como un proceso sistemático de organización, exploración e interpretación, en el que los significados emergen mediante una lectura cuidadosa y reiterada de los datos. En coherencia con esta orientación, el procedimiento se desarrolló en dos etapas complementarias:

Primera etapa: organización y descripción de los datos

En esta fase se realizó una sistematización narrativa que integró transcripciones, registros de acción y notas de observación. Esta organización permitió reconstruir la secuencia completa de la actividad, identificando momentos significativos de interacción, uso del material concreto, gestos, verbalizaciones y decisiones tomadas por los estudiantes durante el proceso de resolución.

El propósito de esta etapa fue generar un panorama descriptivo coherente, que diera cuenta del contexto y de la dinámica grupal, resguardando la naturalidad y riqueza de las intervenciones infantiles.

Segunda etapa: análisis interpretativo mediante episodios

Una vez organizada la información, se seleccionaron episodios representativos para un análisis más profundo. Cada episodio fue estructurado en tres apartados:

- **Fragmento:** presentación de la transcripción correspondiente al momento seleccionado.
- **Descripción del fragmento:** contextualización de la escena, acciones realizadas y relación entre los participantes y el material.
- **Interpretación:** análisis del significado de las interacciones, atendiendo a los modos de razonamiento movilizados, las estrategias personales, la articulación entre registros concretos y simbólicos, y las formas emergentes de argumentación.

Esta estructura permitió transitar desde la descripción hacia una comprensión conceptual de los procesos desplegados por los estudiantes, identificando avances, tensiones y formas iniciales de pensamiento relacional.

En conjunto, ambas etapas posibilitaron un análisis ético, riguroso y contextualizado, coherente con los objetivos de la investigación y centrado en comprender las producciones de los estudiantes desde sus propios modos de razonar.

3.5 Ética y confidencialidad

Esta investigación adhirió a los principios éticos definidos en la Declaración de Singapur sobre la Integridad en la Investigación (2010), que establecen los lineamientos correspondientes a los aspectos éticos que se deben respetar al momento de hacer investigación con personas, y en especial con niños y niñas, a fin de salvaguardar su dignidad, derechos, bienestar y privacidad.

Asimismo, en todas las fases de la investigación se resguardaron los principios de consentimiento informado, confidencialidad y anonimato. En palabras de Flick (2018), la investigación cualitativa con personas implica una relación de confianza y respeto, en la que el investigador debe actuar con responsabilidad y transparencia, asegurando que los participantes comprendan plenamente los objetivos, procedimientos y posibles implicancias del estudio.

En concordancia con lo anterior, y según lo exigido por el *Manual de procedimientos del Seminario de Grado de la Universidad de Las Américas* (Reyes y Luci, 2025, pp. 22–23), se contó con el consentimiento informado de todas las partes involucradas, incluyendo:

- **Anexo 1.** Consentimiento informado de padre, madre o apoderado.
- **Anexo 2.** Consentimiento informado del director.
- **Anexo 3.** Consentimiento informado del estudiante en formación inicial docente.
- **Anexo 4.** Protocolo de aplicación grupo focal.
- **Anexo 5.** Guion grupo focal.

Por otra parte, los participantes del grupo focal fueron cinco estudiantes de 4° básico, a quienes se les informó previamente, en forma clara y adaptada a su rango etario, acerca del propósito de la investigación, la dinámica del grupo focal y su derecho a retirarse en cualquier momento sin consecuencias. El asentimiento verbal de los niños también fue considerado, en concordancia con las recomendaciones éticas para investigaciones educativas con menores de edad (UNESCO, 2021).

Asimismo, para proteger la identidad de los participantes, se utilizaron nombres ficticios codificados con letras y números. Las primeras representan las iniciales de los participantes y los segundos, su ubicación espacial contada de derecha a izquierda respecto del “Entrevistador”, quien es el que dirige el curso de las actividades. De igual manera, la información recopilada a partir del grupo focal fue transcrita resguardando el anonimato en todas las instancias de análisis, presentación y publicación y los registros fueron tratados de forma confidencial. En consecuencia, el tratamiento ético de esta investigación no sólo dio cumplimiento a las exigencias institucionales, sino que también se alineó con estándares internacionales que promueven una práctica investigativa responsable, inclusiva y respetuosa de la diversidad de los sujetos implicados.

3.6 Carta Gantt

Para asegurar el cumplimiento sistemático de las etapas del presente estudio, se elaboró una carta Gantt que detalla las actividades previstas entre los meses de junio y diciembre del año 2025. Este cronograma incluye instancias clave como la validación de instrumentos, aplicación del grupo focal, análisis de datos y redacción de resultados, entre otras.

La planificación temporal se presenta como **Anexo 8**, con el objetivo de transparentar la organización del trabajo de campo y el desarrollo progresivo de la investigación.

4. Análisis y resultados

En este capítulo se presenta el procesamiento y los resultados del análisis de los datos recopilados conforme al paradigma interpretativo. Siguiendo un diseño de estudio de caso cualitativo, se examinaron detalladamente los discursos surgidos durante la sesión del grupo focal, centradas en comprender e interpretar cómo los estudiantes de 4° básico construyen significados en torno a las desigualdades matemáticas. Dicho análisis se realizó a partir de las transcripciones audiovisuales del grupo focal y utilizó, como se indica en el capítulo anterior, la técnica de análisis temático reflexivo (Braun y Clarke, 2019), complementada con los criterios de credibilidad y sistematicidad propuestos por Patton (2005) para el análisis cualitativo.

Este proceso implicó una lectura atenta de los datos, la identificación de ideas recurrentes y su organización en categorías que permitieran comprender los patrones de razonamiento evidenciados por los estudiantes. Como señalan Hernández et al. (2014), este tipo de análisis consiste en “identificar segmentos de información que tienen sentido en sí mismos y asignarles una etiqueta o código”, lo que luego posibilita unirlos en temas o categorías representativas (p. 418). En esta investigación, el análisis de datos se realizó a partir de la selección de fragmentos significativos provenientes de las transcripciones del grupo focal, seguidos de una descripción e interpretación analítica orientada a identificar las formas de razonamiento expresadas por los participantes. Este procedimiento permitió reconocer regularidades y evidencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, particularmente en torno a la comprensión de la igualdad y la desigualdad. En lugar de una codificación formal, el análisis se centró en la interpretación directa de los significados expresados por los participantes, atendiendo a las ideas, estrategias y errores que evidencian su comprensión del álgebra temprana.

Por otra parte, el procedimiento analítico realizado se articuló con el marco conceptual de esta investigación, integrando los aportes de autores como Burgos Navarro (2023), Molina (2014), Castro (2012), Blanton et al. (2015) y Clements y Sarama (2009) sobre el pensamiento algebraico temprano y la comprensión de relaciones matemáticas. En particular, se consideró la idea de estos autores de que la igualdad debe ser entendida como relaciones y no solo como instrucciones para operar, lo cual va en línea con el modelo de trayectorias de aprendizaje propuesto por Clements y Sarama (2009), que sugiere que el pensamiento algebraico debe desarrollarse gradualmente, pasando de lo concreto hacia lo simbólico apoyado en experiencias de manipulación y verbalización que permitan a los estudiantes construir significados. Este tránsito, como mencionan Clements y Sarama (2009), se facilita al integrar actividades que

conecten las experiencias físicas con las representaciones simbólicas, permitiendo a los estudiantes construir significados algebraicos. Además, la postura de Blanton et al. (2015), al igual que la de Castro (2012), respalda la importancia de argumentación matemática en las primeras etapas del aprendizaje algebraico, lo cual también se observó en las interacciones del grupo focal. En conjunto, estos referentes sustentan la interpretación de los resultados que se presentan a continuación.

Asimismo, se elaboró un registro de transcripción que reunió los fragmentos más relevantes de las interacciones observadas durante la sesión. Este documento integró tanto las verbalizaciones como las acciones no verbales —gestos, manipulaciones de material concreto, desplazamientos y representaciones espontáneas—, permitiendo acceder a una comprensión situada de las estrategias empleadas por los estudiantes. A partir de este registro global se seleccionaron los episodios considerados más significativos —“Desafío de la igualdad”, “El cofre del número perdido”, “El reto de las desigualdades” e “Inventores de desafíos”—, los cuales fueron analizados mediante la estructura definida en los apartados Fragmento, Descripción del fragmento e Interpretación.

Con el fin de asegurar trazabilidad y transparencia analítica, la totalidad del material transcrito y organizado se encuentra disponible en **Anexo 9**. Allí se presentan los fragmentos completos, que sirvieron de base para la selección y análisis de los episodios incluidos en este capítulo.

4.1. Episodio 1 – Desafío de la Igualdad

Fragmento 1. Representación de la igualdad con tapitas

Entrevistador: Les presento dos colecciones: tres tapitas versus cinco tapitas. ¿Cómo podríamos hacer que sean justas, iguales en ambos lugares?

J5: O sea, tía, ¿es como una ecuación?

Entrevistador: Es como una ecuación, ¿y cómo la representarías?

J5: Incógnita más tres es igual a cinco.

Entrevistador: ¿Y cuál sería la incógnita?

I2: Dos.

Entrevistador: Perfecto. Entonces, tres más dos es igual a cinco.

Acciones de los participantes

- Los estudiantes escriben en hojas auxiliares el desafío de igualar 5 tapitas con 3 tapitas.
- **J5** plantea la expresión incógnita $+ 3 = 5$.
- El grupo coloca tapitas en el mesón para comprobar la igualdad.
- En el desafío de 3 tapitas y una regleta amarilla, **J5** compara la regleta amarilla con una regleta verde.
- **F3** guarda su hoja mientras se desarrolla la actividad.
- En la situación de 4 tapitas frente a 2 tapitas y una regleta roja, los estudiantes utilizan el material concreto.
- Los participantes acuerdan representar la relación con el signo igual (=) en el centro
- Los estudiantes manipulan el material concreto para poder representar sus ideas, símbolos $>$, $<$ e $=$.

Descripción del fragmento

Se observa un tránsito desde la acción concreta hacia la representación simbólica, donde la noción de incógnita emerge como una herramienta para expresar relaciones entre cantidades. Este avance evidencia el desarrollo de un pensamiento relacional, en el cual el signo igual es entendido como símbolo de equivalencia y no únicamente como indicador de resultado (Castro y Molina, 2007).

En cuanto a la verbalización “*es como una ecuación*”, más que una generalización informal en sentido estricto puede entenderse como un reconocimiento léxico del objeto matemático. Siguiendo a Kaput (2008) y a Blanton, Carraher y Kaput (2005), la generalización supone identificar una estructura invariante en distintos casos, mientras que nombrar el fenómeno refleja un progreso metacognitivo en la conciencia sobre el tipo de razonamiento empleado. En este episodio, los estudiantes no generalizan una regla, sino que reconocen la naturaleza algebraica de la situación, lo cual constituye un indicador de algebrización temprana, más que una generalización propiamente tal.

Desde las trayectorias de aprendizaje propuestas por Clements y Sarama (2009), el episodio se sitúa en un nivel intermedio de desarrollo, caracterizado por la articulación entre lo concreto, lo pictórico y lo simbólico. El uso de tapitas y regletas actúa como mediador entre las acciones físicas y la abstracción matemática, permitiendo que los niños traduzcan la percepción de equilibrio en una relación numérica.

Finalmente, se reconocen estrategias personales como el conteo, la comparación directa y la equivalencia por adición. Estas prácticas son coherentes con las progresiones curriculares del Ministerio de Educación (2018), que plantean la igualdad como un aprendizaje clave para el tránsito hacia el pensamiento algebraico temprano en la educación básica, consolidando una comprensión relacional del signo igual y el uso funcional de las operaciones.

4.2 Episodio 2 - El cofre del número perdido

Fragmento 1. Igualdades de un paso y uso de operaciones inversas

Entrevistador: “Cofre perdido más trece es igual veintisiete. ¿Cuál es el número?”

I2: Trece menos veintisiete. No, veintisiete menos trece.

Entrevistador: ¿Cómo lo representarían? Acuérdense que están aquí los materiales, pueden hacerlo como ustedes quieran.

G1: Ahh, también, ehh tres por...veintisiete

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve...

Entrevistador: Pueden usar lo que gusten

G1: ¿Hay uno de diez? ¿Hay uno de diez?

Entrevistador: Este, si no me equivoco.

G1: Ya, diez, ehh ocho, nueve, diez, serían noventa ehhh y trece.

Entrevistador: Muy bien. ¿Cuál sería el resultado?

J5: Catorce.

Entrevistador: Catorce.

J5: Para que sea una igualdad.

Entrevistador: Para que sea una igualdad, perfecto...

Muy bien, ahora, otra, dieciocho más el cofre perdido es igual a cincuenta

G1: Cincuenta...

Entrevistador: ¿Cuántos globos tiene que haber en ese cofre? Para que el payaso pueda, ahí está dieciocho.

Esta **F3**

G1: Treinta y dos

F3: ¿Treinta y dos?

G1: Sí, treinta y dos

Entrevistador: ¿Treinta y dos? ¿Cómo lo averiguaste? ¿Cómo lo lograste **F3**?

F3: Restando

Entrevistador: ¿Restando?, ¿lo mismo? Lo mismo.

G1: Si, es que la profe nos enseñó que restaban los (chicos), y cuando suman ...la inversión, o sea contraría.

Acciones de los participantes

- Frente a la muestra de la primera tarjeta $\square + 13 = 27$, los estudiantes utilizan sus hojas auxiliares para resolver el desafío. Tal como se observa en la Imagen 1.
- **G1** emplea las regletas Cuisenaire para representar la situación.
- **J5** desarrolla el ejercicio en su hoja y muestra el resultado al **Entrevistador**, indicando que la solución es 14.
- **G1** no logra representar con las regletas y recurre a la hoja para resolver el ejercicio.
- Frente al desafío $18 + \square = 50$, los estudiantes trabajan en sus hojas y pizarras, resolviendo mediante conteo mental y con apoyo de los dedos.
- **G1** espera la respuesta de un compañero antes de participar.
- **F3** responde en voz alta, y **G1** argumenta que su procedimiento corresponde a lo aprendido en el aula.
- La estudiante **G1** intenta explicar el inverso en la ecuación.

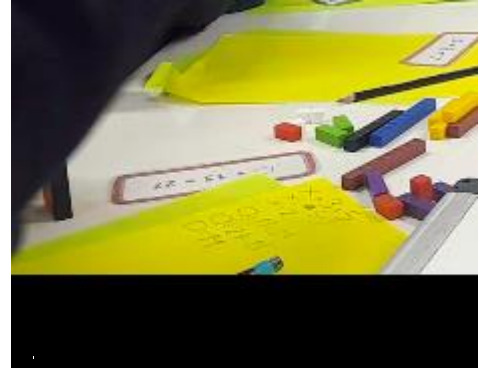


Imagen 4.1 Uso de material concreto y representaciones escritas en la resolución de una igualdad de un paso. Elaboración propia.

Descripción del fragmento

Frente a ecuaciones de un paso, el grupo alterna el uso de material concreto (regletas o porotos), cálculo mental y representación escrita. En este contexto, surge de manera explícita la idea de inversión de operaciones, cuando los estudiantes expresan que “para despejar la cajita hay que hacer la operación contraria”. Este enunciado refleja un razonamiento intencional orientado a mantener el equilibrio de la igualdad, mostrando que los niños comienzan a atribuir sentido al signo igual más allá de una orden de cálculo.

Interpretación de los resultados

El fragmento evidencia la consolidación de una comprensión relacional del signo igual, entendida como la equivalencia entre dos expresiones y no solo como la indicación de una respuesta (Castro y Molina, 2007). Los estudiantes no se limitan a ejecutar una operación mecánica, sino que reconocen las relaciones inversas entre las operaciones —por ejemplo, comprender que “si sumo 13 para llegar a 27, entonces debo restar 13 para volver al número inicial”—. Esta noción de reversibilidad constituye un hito en la transición desde el pensamiento aritmético hacia el pensamiento algebraico estructural, al favorecer la comprensión de que las operaciones pueden deshacerse mutuamente para mantener una relación de equilibrio (Blanton y Kaput, 2005).

La inversión también se vincula con la construcción del concepto de variable como elemento dependiente de una relación y no como un valor aislado. Al aplicar la inversión, los niños operan sobre una incógnita sin conocer su valor, mostrando una forma elemental de generalización. Desde la perspectiva de las trayectorias de aprendizaje (Clements y Sarama, 2009), esta conducta corresponde a un nivel de representación intermedia, donde el estudiante se apoya simultáneamente en la acción concreta, el lenguaje natural y el símbolo para construir significado.

En síntesis, la identificación y uso de la inversión de operaciones refleja un proceso de algebrización temprana: los niños comienzan a percibir las operaciones no solo como procedimientos, sino como relaciones reversibles que permiten transformar expresiones y preservar la igualdad. Este tipo de razonamiento es clave para el desarrollo del pensamiento relacional, base de la comprensión funcional del álgebra escolar.

Fragmento 2. Dos incógnitas y familias de igualdades

Entrevistador: “Doce más cofre perdido es igual a cofre perdido más siete más uno.”

F3/J5/I2/G1: Proponen valores distintos para cada cajita hasta lograr equilibrio (“ocho” y “doce”).

Entrevistador: “Dos más cinco es igual a 4 más tres... ¿solo estas sumas dan siete?”

Voces múltiples: “Seis más uno, siete más cero, diez menos tres, catorce menos siete, mil siete menos mil, nueve menos dos, ocho menos uno...”

Acciones de los participantes

- Frente al desafío $12 + \square = \square + 7 + 1$, los estudiantes observan con atención la situación planteada.
- **S4** utiliza porotos para representar los valores.
- **G1** piensa en voz alta, realizando el conteo mental.
- Todos los estudiantes desarrollan el desafío en hojas o pizarras.



Imagen 4.2 Resolución de una igualdad con dos incógnitas mediante material concreto y descomposición numérica. Elaboración propia.

Descripción del fragmento

En una igualdad con dos cajitas, los estudiantes ajustan valores en ambos lados hasta balancear. Luego generan múltiples descomposiciones del mismo total (7) con sumas y restas.

Interpretación de los resultados

Se evidencia argumentación colectiva para validar soluciones y generalización informal: no se persigue un único resultado, sino familias de expresiones equivalentes que preservan la igualdad (Kaput, 2005; Blanton y Kaput, 2005). Estas prácticas consolidan reglas estructurales (equivalencia, compensación) y constituyen oportunidades formativas de argumentación matemática como práctica social (Cervantes-Barraza et al., 2019), coherentes con progresiones que integran lo concreto, lo pictórico y lo simbólico (Clements y Sarama, 2010).

4.3 Episodio 3 - El reto de las desigualdades

Fragmento 1. De la igualdad al orden: introducción de comparadores

Entrevistador: “Tres más uno versus dos más dos más dos... ¿sigue siendo igual?”

G1: “No.”

F3: (Coloca símbolo): “Hacia allá... ‘tres más uno’ es menor que ‘dos más dos más dos’.”

I2/G1: “Sí.”

Acciones de los participantes

- Ante el desafío $3 + 1$ versus $2 + 2 + 2$, **G1** y **F3** toman de inmediato los símbolos para incorporarlos en el ejercicio.
- Por su parte, **S4** y **J5** registran la operación en sus pizarras sin seguir las instrucciones entregadas.

Descripción del fragmento

A partir de una situación de equilibrio inicial, los estudiantes modifican una de las expresiones y reconocen que la relación deja de ser de igualdad, sustituyendo el signo “=” por “<”. De forma espontánea, eligen el símbolo y la orientación correcta, evidenciando comprensión semántica de los comparadores.

Interpretación de los resultados

El grupo muestra un avance conceptual desde la equivalencia hacia el orden, comprendiendo que el signo igual no representa una operación, sino una relación entre expresiones que puede alterarse al modificar los términos. Esta distinción entre igualdad y desigualdad constituye un paso esencial en el pensamiento algebraico temprano, pues amplía el campo de relaciones que los estudiantes pueden analizar (Kaput, 2000; Blanton y Kaput, 2005).

La elección adecuada del comparador y su dirección indica que los estudiantes han comenzado a internalizar la noción de magnitud y a operar sobre las propiedades de la suma sin depender del resultado numérico. En términos cognitivos, esto implica reconocer que las operaciones mantienen una estructura que puede compararse, y no solo calcularse, lo que marca el tránsito hacia un razonamiento estructural propio del álgebra. Además, la posibilidad de representar la desigualdad mediante materiales concretos y registros simbólicos responde al modelo COPISI (concreto–pictórico–simbólico), el cual promueve la construcción de significados progresivos al conectar la acción con la representación y el símbolo (Alsina y Bosch, 2024).

Fragmento 2. Inecuaciones de un paso y conjuntos solución

Entrevistador: “El cofre perdido más 2 es mayor que 3 y el cofre es menor que ocho ... ¿es solo un resultado?”

G1/J5: “¡Hay más!”

I2: “Todos los que no se pasen de ocho.”

F3: “cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.”

Acciones de los participantes

- Frente al desafío $\square + 2 > 3$, **J5** resuelve en la pizarra de manera rápida para demostrar la inecuación y entrega su trabajo al **Entrevistador**, quien lo utiliza como ejemplo para el grupo.



Imagen 4.3 Registro del trabajo de los estudiantes durante el grupo focal. Elaboración propia.

- Al resolver el desafío $\square < 8$, los estudiantes resuelven rápidamente la inecuación y expresan sus respuestas de manera verbal.



Imagen 4.4 Registro del trabajo de los estudiantes en la resolución de una inecuación. Elaboración propia.

Descripción del fragmento

Frente a las expresiones $\square + 2 > 3$ y $\square < 8$, los estudiantes identifican múltiples valores que cumplen la condición, verbalizando que “no hay un solo resultado” y generando una lista de números posibles que mantienen la desigualdad.

Interpretación de los resultados

El razonamiento evidenciado en este fragmento marca una ruptura epistemológica con la noción de solución única, propia del enfoque aritmético. Los niños conciben la variable como un conjunto de posibilidades, reconociendo que una desigualdad describe infinitas combinaciones válidas en lugar de un único valor.

Esta comprensión es un indicador de algebrización temprana del pensamiento, al situar la incógnita dentro de un rango y no como un número aislado (Castro y Molina, 2007). Los estudiantes dejan de buscar un único resultado, como ocurre en la aritmética, y comienzan a reconocer que una desigualdad puede tener varios valores posibles. Este cambio revela un avance en su comprensión de la variable, que ya no se entiende como un número fijo, sino como una cantidad que puede variar dentro de ciertos límites. Al expresar su idea con frases como “todos los que no se pasen de ocho”, muestran una comprensión inicial del sentido de

desigualdad, aunque aún apoyada en el lenguaje cotidiano más que en símbolos formales (Kaput, 2008; Castro y Molina, 2007).

De acuerdo con las trayectorias de aprendizaje propuestas por Clements y Sarama (2009), este tipo de actividad corresponde a un nivel de verbalización y registro intermedio, donde el estudiante aún depende del lenguaje natural, pero demuestra una comprensión conceptual profunda. En este sentido, la actividad favorece el tránsito desde el razonamiento cuantitativo hacia una comprensión relacional y funcional de la variable.

Fragmento 3. Verificación y argumentación

Entrevistador: “Cuatro mayor que uno más dos... ¿está correcto?”

G1: “Uno más dos son tres, entonces cuatro es mayor.”

F3/S4: “Está bien.”

Descripción del fragmento

Durante la verificación, los estudiantes evalúan la validez de la desigualdad a partir de razonamientos verbales y comparaciones directas, sin apoyo de material concreto ni registros gráficos.

Interpretación de los resultados

El fragmento muestra un tránsito desde comparaciones perceptivas hacia argumentaciones basadas en operaciones numéricas. Este cambio sugiere un fortalecimiento de los criterios de orden y comparación, coherentes con el desarrollo del pensamiento numérico en edades tempranas (Martínez et al., 2013).

Este tipo de razonamiento se alinea con la perspectiva del pensamiento algebraico temprano (Blanton y Kaput, 2005), donde la argumentación se constituye en un medio para generalizar y para validar el equilibrio o desequilibrio entre expresiones. Así, los niños comienzan a construir una lógica de comparación que supera el uso instrumental del símbolo y se orienta hacia la coherencia estructural de las expresiones.

4.4 Episodio 4 - Inventores de desafíos

Fragmento 1. Producción y explicación de ecuaciones e inecuaciones

Entrevistador: “Inventen una igualdad o desigualdad y explíquenla.”

F3: “Equis menos ocho es igual treinta dos.”

Entrevistador: “¿Y cómo lo resolviste?”

F3: “Equis igual treinta y dos, equis es igual a cuarenta.”

I2: “La incógnita menos seis es igual a cuatro... entonces sería diez, y diez menos cuatro me da seis.”

J5: “Cuatro más nueve es igual a incógnita más cinco es igual a dieciocho... entonces la incógnita sería uno y daría diecinueve.”

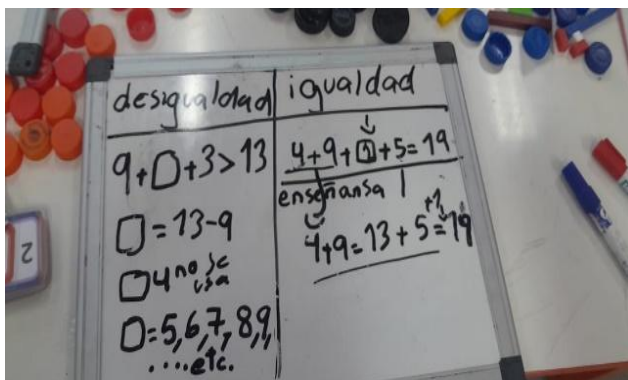
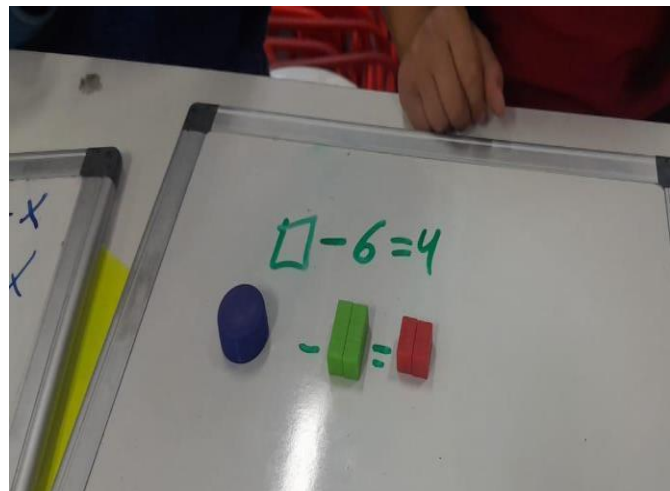
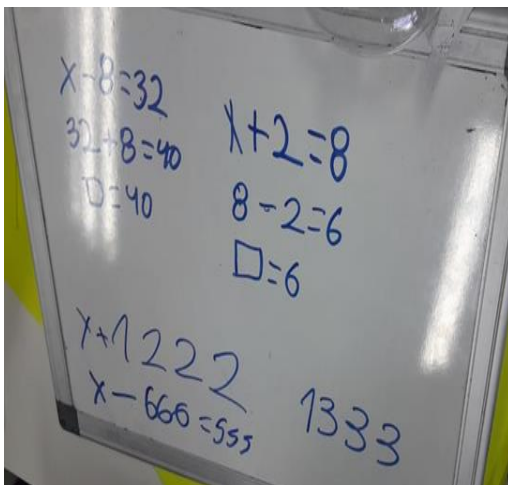


Imagen 4.5 Producción autónoma de ecuaciones e inecuaciones y sus resoluciones mediante diversas representaciones. Elaboración propia.

Descripción del fragmento

En esta instancia, los estudiantes asumen un rol activo al formular y resolver sus propias ecuaciones e inecuaciones, explicando los procedimientos y utilizando distintos recursos: lenguaje oral, escritura simbólica y material concreto (bloques y porotos). El grupo propone expresiones diversas que incluyen despeje, operaciones inversas y comparación de magnitudes.

Interpretación de los resultados

La actividad revela un nivel avanzado dentro del proceso de algebrización temprana, al permitir que los estudiantes pasen de resolver situaciones propuestas por la docente a generar y justificar sus propios enunciados matemáticos. Este cambio de rol —de ejecutores a productores de relaciones— evidencia la internalización de estructuras algebraicas básicas, como la equivalencia y el orden (Kaput, 2000; Blanton y Kaput, 2005).

Las expresiones formuladas (“ $x - 8 = 32$ ”, “ $x + 2 = 8$ ”) muestran que los estudiantes comprenden la igualdad como una relación de equilibrio entre expresiones, más que como un simple anuncio de resultado. Este entendimiento es propio del pensamiento relacional, una de las bases conceptuales del razonamiento algebraico (Castro y Molina, 2007). Además, al aplicar operaciones inversas para “despejar la incógnita”, se observa una comprensión funcional del lenguaje simbólico y una progresiva autonomía operativa, coherente con lo que Clements y Sarama (2009) describen como la transición hacia niveles de formalización simbólica dentro de las trayectorias de aprendizaje.

El intercambio verbal y la revisión conjunta de los procedimientos —“me equivoqué”, “compruébalo”— expresan un tipo de argumentación espontánea, en la que los errores son asumidos como parte del razonamiento. Esta dinámica comunicativa transforma la experiencia en un espacio de validación colectiva, donde la justificación de procedimientos adquiere un valor epistémico similar al de la obtención del resultado. Tales interacciones favorecen el desarrollo de una comprensión estructural del álgebra, que integra justificación, generalización y simbolización (Blanton et al., 2018; Molina, 2009).

Desde la perspectiva del sentido algebraico (Alsina y Bosch, 2024), la coexistencia de registros —material, pictórico y simbólico— refuerza la comprensión de las relaciones entre cantidades y permite avanzar hacia un razonamiento abstracto con significado. Así, el trabajo con ecuaciones e inecuaciones inventadas se convierte en una instancia clave para articular acción, lenguaje y símbolo, promoviendo aprendizajes que trascienden el cálculo y apuntan a la generalización de propiedades y estructuras.

5. Conclusiones y discusión

El propósito de esta discusión es analizar e interpretar los resultados obtenidos en nuestro estudio, relacionándolos con el marco referencial y con investigaciones previas sobre pensamiento algebraico temprano, con el fin de comprender qué significan los hallazgos y cómo se articulan con el conocimiento existente.

En coherencia con el carácter exploratorio del estudio, esta investigación se centró en describir cómo estudiantes de 4° básico comprenden las desigualdades en situaciones de inecuaciones, atendiendo a sus estrategias, errores y niveles de razonamiento algebraico temprano. Lo novedoso radica en documentar evidencia situada sobre la emergencia del pensamiento relacional en un nivel donde dicho conocimiento se encuentra en formación (Blanton et al., 2015; Molina, 2014; Kaput, 2000). Estos resultados se alcanzaron mediante un grupo focal y análisis temático reflexivo, herramientas que permitieron acceder al razonamiento discursivo de los estudiantes y no solo a sus resultados numéricos (Patton, 2005; Braun y Clarke, 2019). Asimismo, se reconoce que otras vías metodológicas —por ejemplo, diseños longitudinales o intervenciones con manipulativos, tal como sugieren Clements y Sarama (2010) y Gómez y González (2018)— podrían conducir a una comprensión aún más profunda del fenómeno, lo que abre espacios para futuras investigaciones.

Por otra parte, los datos analizados evidencian una progresión cognitiva clara, en la que los estudiantes transitaron desde la manipulación concreta hacia la formulación simbólica y la generalización informal, comprendiendo la igualdad, la desigualdad y la variable como relaciones estructurales entre cantidades.

5.1 De la igualdad como equilibrio a la comprensión relacional

Los resultados muestran que, en las primeras experiencias, los niños comprendieron la igualdad a partir de acciones de equilibrio perceptivo, que luego tradujeron en expresiones simbólicas como $x + 3 = 5$. Este tránsito confirma el papel del signo igual como símbolo de equivalencia y no como mero indicador de resultado, en línea con lo planteado por Castro y Molina (2007) y Blanton y Kaput (2005).

Este cambio semántico marca el inicio del pensamiento relacional, entendido como la capacidad de establecer comparaciones y transformaciones entre expresiones sin depender del cálculo directo. En coherencia con las trayectorias de aprendizaje de Clements y Sarama (2009),

las acciones manipulativas —agregar, quitar, balancear— permitieron que los estudiantes construyeran un modelo mental de la igualdad como equilibrio, proyectado posteriormente hacia representaciones pictóricas y simbólicas.

En esta etapa, la manipulación de materiales (tapitas, regletas, porotos) actuó como mediador fundamental entre la acción concreta y la representación abstracta, coherente con el modelo COPISI (Alsina y Bosch, 2024), que articula los planos concreto, pictórico y simbólico de manera progresiva.

5.2 Del cálculo aritmético al razonamiento estructural

A medida que las tareas avanzaban en complejidad, los estudiantes dejaron de centrarse en el resultado para focalizarse en las relaciones entre operaciones. Comenzaron a emplear operaciones inversas para despejar la incógnita, manifestando comprensión del funcionamiento estructural del lenguaje algebraico. Este tipo de razonamiento coincide con los hallazgos de Blanton et al. (2018), quienes sostienen que la enseñanza del álgebra temprana debe centrarse en la estructura de las operaciones más que en la memorización de pasos.

Nuestros registros evidencian, además, que los niños fueron capaces de auto verificar sus procedimientos, corregir errores y argumentar sus respuestas frente a sus compañeros. Tales interacciones constituyen instancias de argumentación matemática inicial, donde el error se resignifica como oportunidad de razonamiento y validación social (Cervantes-Barraza et al., 2019). En consecuencia, el grupo focal se configuró como un espacio de producción y validación colectiva del conocimiento, desplazando el foco desde la repetición hacia la exploración y la justificación.

5.3 Comprensión del orden y la desigualdad

En las situaciones centradas en desigualdades, los estudiantes ampliaron su razonamiento al reconocer relaciones de orden y cota, utilizando correctamente los comparadores ($<$, $>$). Las expresiones “hay más” y “todos los que no se pasen de ocho” muestran que los niños comprendieron la variable como conjunto de soluciones posibles, lo que representa un avance respecto del pensamiento aritmético.

De acuerdo con Kaput (2000) y Pincheira y Alsina (2021), esta comprensión refleja una algebrización temprana, en la que la incógnita deja de ser un número único para convertirse en

una familia de valores que satisfacen una condición. Las verbalizaciones de nuestros estudiantes —que enumeran y justifican los valores válidos— evidencian una generalización informal que anticipa la noción de intervalo o rango de soluciones.

Estos hallazgos confirman que las desigualdades constituyen un terreno propicio para promover el razonamiento relacional y la variabilidad de las expresiones, aspectos que fortalecen el tránsito del pensamiento aritmético al algebraico. Desde una perspectiva didáctica, nuestros resultados refuerzan la pertinencia de introducir relaciones de orden desde edades tempranas, tal como recomiendan Alsina y Bosch (2024).

5.4 La invención de relaciones como evidencia de algebrización

En la última secuencia, los estudiantes asumieron un rol activo al crear y explicar sus propias ecuaciones e inecuaciones, evidenciando autonomía y comprensión de las relaciones estructurales. Esta invención libre transformó el momento en un espacio de exploración y generalización, donde el error se valoró como parte del proceso de construcción.

Tal como plantea Kaput (2005), la algebrización del currículo se logra cuando los estudiantes dejan de aplicar fórmulas para producir y justificar sus propias relaciones matemáticas. En nuestro estudio, este fenómeno se observó cuando los niños propusieron expresiones como $x - 8 = 32$ o $x + 2 = 8$, y fueron capaces de explicar sus estrategias.

Asimismo, la interacción entre registros —oral, concreto, pictórico y simbólico— fortaleció el sentido algebraico, entendido como la habilidad de conectar y traducir representaciones diversas (Alsina y Bosch, 2024). Los niños mostraron flexibilidad al pasar del uso de tapitas al lenguaje simbólico, y luego a la argumentación verbal, evidenciando comprensión integrada entre acción, símbolo y discurso.

5.5 Progresión cognitiva como trayectoria de pensamiento algebraico

El conjunto de nuestros resultados permite delinear una trayectoria cognitiva y semiótica que comienza con acciones de correspondencia concreta, progresa hacia relaciones aritméticas con incógnita y culmina en formas de generalización informal. Siguiendo a Cañadas y Molina (2016), estas etapas reflejan distintos niveles de algebrización:

- a. Nivel empírico, caracterizado por la acción perceptiva (“hacer igual con tapitas”);

- b. Nivel relacional, donde los estudiantes explicitan operaciones con incógnita (“ $x + 3 = 5$ ”, “restar para encontrar el número”);
- c. Nivel generalizador, en el que emergen expresiones abiertas (“todos los que no se pasen de 8”).

Esta progresión confirma que el pensamiento algebraico se desarrolla gradualmente, mediado por la acción, el lenguaje y la interacción social. En nuestro caso, los avances observados se sostuvieron gracias al diseño de experiencias que articularon el plano concreto con el simbólico, tal como sugieren las trayectorias de aprendizaje de Clements y Sarama (2009).

5.6 La mediación del lenguaje y la argumentación

El lenguaje desempeña un papel protagónico en la construcción del conocimiento algebraico. Las expresiones espontáneas —“me equivoqué”, “compruébalo”, “es como una ecuación”— funcionaron como mecanismos de regulación cognitiva, evidenciando reflexión metacognitiva y construcción compartida del significado.

De acuerdo con Radford (2022), el lenguaje, el gesto y la acción corporal constituyen mediadores esenciales del pensamiento algebraico en su fase temprana. En nuestras observaciones, las explicaciones entre pares y la validación grupal permitieron transformar la experiencia manipulativa en comprensión simbólica, dando forma a una comunidad de razonamiento donde la palabra se convierte en instrumento del pensamiento. Estas prácticas confirman que el aprendizaje del álgebra no se reduce al dominio de reglas, sino que se configura como un proceso social, argumentativo y sensible, en el que los niños negocian significados y construyen colectivamente su comprensión (Cervantes-Barraza et al., 2019).

En este sentido, nuestro estudio aporta evidencia empírica situada en el contexto chileno sobre cómo los estudiantes de 4° año básico construyen significados algebraicos desde experiencias manipulativas, dialógicas y creativas. De igual forma, los hallazgos corroboran las trayectorias de aprendizaje propuestas por Clements y Sarama (2009) y amplían la comprensión de la algebrización en contextos escolares reales, demostrando que es posible promover el pensamiento algebraico con recursos sencillos y actividades lúdicas.

Asimismo, confirmamos que la invención y la argumentación de los propios enunciados favorecen la comprensión estructural y fortalecen habilidades de razonamiento, exploración y justificación. Estas evidencias se alinean con la propuesta de Blanton et al. (2018) y Alsina y

Bosch (2024), quienes destacan la relevancia de la creación y comunicación de relaciones algebraicas como práctica formativa central en la enseñanza inicial del álgebra.

Reconocemos como principal limitación la dependencia inicial del material concreto, necesaria para sostener la comprensión en las primeras fases, pero que redujo el énfasis en los registros simbólicos y escritos. Esta transición entre lo manipulativo y lo representacional se identifica como un paso crítico dentro de las trayectorias de aprendizaje (Clements y Sarama, 2009), ya que los estudiantes tienden a apoyarse en estrategias perceptuales antes de alcanzar niveles de abstracción simbólica. En consecuencia, varios de ellos mantienen una estructura cognitiva asociada a la resolución mecánica de ejercicios, lo que genera frustración y desconfianza al enfrentarse a situaciones abiertas o que requieren formular ecuaciones o inecuaciones sin un procedimiento preestablecido.

Otra limitación corresponde al número reducido de participantes entrevistados y evaluados, lo que restringe la posibilidad de generalizar los hallazgos. Asimismo, se observó una mayor participación de las niñas en las instancias de argumentación y diálogo matemático, fenómeno también documentado en estudios sobre la interacción y el razonamiento en contextos colaborativos (Molina, 2014). Este aspecto abre una línea de indagación relevante sobre las dinámicas de género en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano.

Como proyección, se propone dar continuidad a la investigación mediante un seguimiento longitudinal, entendido como el acompañamiento sistemático de los mismos estudiantes a lo largo de varios cursos escolares, con el fin de observar la evolución de sus representaciones simbólicas y la consolidación del lenguaje algebraico formal (Blanton et al., 2015). Del mismo modo, se sugiere diseñar y aplicar secuencias didácticas centradas en la argumentación y la comparación de expresiones, que permitan fortalecer la comprensión relacional y extender el enfoque de trabajo con ecuaciones e inecuaciones a nuevos niveles educativos (Godino et al. 2014).

5.7 Contraste con evidencia externa.

En el contexto chileno, los resultados de esta investigación se alinean con lo planteado por Acevedo y Huerta (2020), quienes destacan que la superación de las dificultades persistentes en álgebra escolar exige otorgar sentido y significado a los conceptos desde edades tempranas mediante el uso de materiales concretos y contextos relevantes, es decir, situaciones cercanas a la vida del estudiante, culturalmente comprensibles, que dan sentido al uso de desigualdad o equivalencia. Estos aportes respaldan el enfoque implementado en este estudio, que integró

materiales concretos y situaciones cercanas para favorecer la comprensión relacional de desigualdades. Asimismo, los hallazgos de Pinto, Ayala y Molina (2023) evidenciaron que la expresión y representación de patrones promueve la emergencia del pensamiento algebraico en estudiantes chilenos, reforzando la importancia del lenguaje y de las representaciones gráficas, dimensiones que también emergieron en esta investigación al analizar las justificaciones de los estudiantes con apoyo de materiales concretos. De manera complementaria, Narváz Orellana (2024) subrayó que la mediación docente resulta decisiva para que las acciones manipulativas se articulen con el discurso matemático formal, lo que coincide con la necesidad identificada en este trabajo de fortalecer la verbalización y argumentación para avanzar desde estrategias perceptuales hacia estructuras relacionales más generalizables.

En el ámbito internacional, los hallazgos de esta investigación también se vinculan con estudios que abordan la emergencia del pensamiento algebraico temprano en educación básica. Es el caso de Pérez Martín (2022), en España, quien identificó que la insuficiente presencia del álgebra en los primeros años genera dificultades en la transición aritmético-algebraica, lo que coincide con los desafíos observados en este estudio al presentar desigualdades en formato sólo simbólico. Por su parte, Ureña Alpízar (2021), en Costa Rica, destacó que la diversidad de sistemas de representación y contextos constituye un eje transversal para el desarrollo del pensamiento funcional, aportando una perspectiva que valora los distintos tipos de representaciones matemáticas, complementario al utilizado en este análisis y que apoya las proyecciones sobre la inclusión de simulaciones manipulativas. Finalmente, los resultados reportados por Bautista-Pérez (2021), en México, refuerzan el valor pedagógico de la retroalimentación a partir del error en la construcción del razonamiento algebraico, lo cual se refleja en la interacción grupal analizada, donde la reflexión colectiva permitió resignificar errores como oportunidades para comprender la desigualdad desde una perspectiva relacional.

5.8 Conclusiones

La presente investigación sobre Pensamiento Algebraico Temprano: Comprensión de Desigualdades en 4° Básico aporta evidencias relevantes acerca de cómo los estudiantes comenzaron a construir nociones algebraicas desde edades tempranas, particularmente en torno al significado relacional de la desigualdad. En el plano teórico, permitió ampliar la comprensión del pensamiento algebraico temprano como un proceso gradual, situado y mediado por la experiencia escolar, articulando los aportes de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget con los enfoques didácticos de Kaput (2000), Clements y Sarama (2010), y Molina (2014).

El estudio también permite enriquecer el marco conceptual existente al demostrar que el tránsito del pensamiento aritmético al algebraico no depende exclusivamente de la edad, sino de las oportunidades didácticas que favorecen la construcción de relaciones, equivalencias y desigualdades a través de la acción, la representación y el discurso. En particular, los resultados mostraron que los estudiantes lograron reconocer la desigualdad como una relación entre cantidades y no únicamente como un cálculo numérico, lo cual da respuesta a la pregunta de investigación ¿cómo comprenden los estudiantes de 4° básico los problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones? y confirma que es posible introducir el sentido de inecuación desde edades tempranas cuando se favorecen experiencias de interacción, representación y reflexión matemática (Kaput, 2000; Molina, 2014; Blanton et al., 2015).

Al tratarse de un estudio de carácter exploratorio, estos hallazgos no buscaron generalizar los resultados, sino ofrecer una aproximación inicial situada que abriera nuevas rutas de indagación para la enseñanza del álgebra temprana. Lo anteriormente expuesto se articuló con perspectivas didácticas que promueven la comprensión relacional del álgebra y la argumentación entre pares (Alsina y Bosch, 2024; Cervantes-Barraza et al., 2019). Asimismo, el contraste con evidencia externa permitió reconocer que los hallazgos se alinean con tendencias internacionales que destacan el valor de los múltiples registros, la verbalización y la retroalimentación del error como mediadores en la algebrización temprana (Pinto et al., 2023; Ureña Alpízar, 2021; Bautista-Pérez, 2021).

Desde una perspectiva práctica, la investigación evidenció que la utilización de materiales manipulativos —como las regletas y porotos— junto con el diálogo matemático y la argumentación colectiva constituyeron estrategias efectivas para favorecer la comprensión relacional. La metodología empleada, basada en el paradigma cualitativo y sustentada en el análisis temático reflexivo, resultó especialmente pertinente para acceder a los razonamientos, significados y comprensiones construidas por los estudiantes, permitiendo caracterizar con profundidad su comprensión del concepto de desigualdad. En este sentido, el grupo focal se valoró como una técnica adecuada para los fines exploratorios del estudio, al facilitar la interacción verbal y la co-construcción de ideas matemáticas en un ambiente dialógico. Estas estrategias validaron la idea de que el aprendizaje algebraico se fortaleció cuando lo simbólico emergió desde experiencias significativas que integren lo concreto y lo verbal, en coherencia con las trayectorias de aprendizaje propuestas por Clements y Sarama (2009).

En relación con los objetivos de investigación, se logró caracterizar la comprensión de los estudiantes de 4° básico sobre los problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones, identificando las principales dificultades conceptuales y procedimentales, así como sus estrategias y niveles de razonamiento algebraico emergentes. Los participantes manifestaron una progresión cognitiva desde el pensamiento empírico hacia un razonamiento estructural relacional: comprendieron la igualdad como equilibrio, la desigualdad como relación de orden y la variable como conjunto de valores posibles (Molina, 2009; Kaput, 2005). Sin embargo, se constató que persisten concepciones operativas del signo igual y una dependencia marcada del contexto visual, lo que evidenció la necesidad de fortalecer la transición hacia la representación simbólica.

Los resultados mostraron, además, que la verbalización, la reflexión sobre el error y la validación colectiva funcionaron como mediadores esenciales en la construcción del conocimiento matemático (Radford, 2022; Cervantes-Barraza et al., 2019). Estos hallazgos respondieron de manera coherente a los objetivos planteados, confirmando la pertinencia del diseño de estudio de caso y del enfoque cualitativo para describir los procesos de comprensión del álgebra temprana.

Por otra parte, se había proyectado incorporar al estudio una segunda técnica de recolección de datos (observación directa de aula), que no se concretó por limitaciones de tiempo y disponibilidad institucional. Tampoco fue posible realizar un seguimiento longitudinal para observar la evolución del pensamiento algebraico en los participantes a lo largo de un periodo escolar más extenso, lo que habría permitido identificar tendencias de aprendizaje y consolidación conceptual de manera más robusta. A pesar de ello, la coherencia interna del análisis y la riqueza interpretativa de los datos aseguraron la validez del estudio.

Algunos resultados inesperados surgieron durante la sesión grupal, como la creatividad de los estudiantes al generar sus propias inecuaciones y estrategias de comparación, lo que abrió nuevas líneas de investigación sobre la creatividad y la metacognición en la resolución de problemas algebraicos en edades tempranas, en sintonía con investigaciones que destacan la importancia de estas habilidades para el aprendizaje matemático autónomo y reflexivo (Ricardo-Fuentes, 2023). Asimismo, la marcada participación de las niñas en las discusiones sugirió la conveniencia de explorar la dimensión de género en la argumentación matemática, en concordancia con estudios previos que abordan esta variable (Molina, 2014).

En cuanto a las implicaciones teóricas y metodológicas, los resultados confirmaron que la comprensión de las desigualdades podía considerarse un indicador temprano de pensamiento

relacional, en correspondencia con las trayectorias de aprendizaje del pensamiento algebraico (Clements y Sarama, 2010). En consecuencia, se propuso que la enseñanza de la matemática básica integrara una visión del álgebra como lenguaje para describir relaciones y estructuras, enfatizando el uso progresivo de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

Para futuras investigaciones, se sugiere combinar enfoques cualitativos y cuantitativos que permitan ampliar el alcance de los hallazgos y contrastar la evolución del pensamiento algebraico en distintos contextos educativos. Además, se considera relevante incorporar herramientas digitales interactivas que potencien el uso de simulaciones manipulativas, como balanzas virtuales o entornos de modelación algebraica, para favorecer aprendizajes más inclusivos, en línea con el Decreto 83/2015 del Ministerio de Educación de Chile (Ministerio de Educación de Chile, 2015).

Finalmente, se concluyó que enseñar álgebra en edades tempranas no implicaba adelantar contenidos, sino transformar la manera en que los estudiantes comprenden las relaciones numéricas, promoviendo una mirada estructural y generalizadora de la matemática escolar. En este sentido, y adicionalmente se recomienda fortalecer la formación inicial docente mediante programas que integren el diseño de trayectorias de aprendizaje progresivas y el desarrollo de habilidades para interpretar los distintos niveles de razonamiento algebraico. Asimismo, se sugiere realizar estudios longitudinales que acompañen el desarrollo del pensamiento algebraico desde 1° a 6° básico, para consolidar una progresión coherente y contextualizada del aprendizaje.

En síntesis, esta investigación aporta evidencia empírica y conceptual que reafirma la importancia de articular acción, representación y discurso en la enseñanza del álgebra temprana, contribuyendo a una educación matemática más comprensiva, equitativa y promotora del pensamiento crítico. Se espera que estos hallazgos contribuyan a nutrir la práctica docente y a fortalecer una mirada curricular que conciba el álgebra como un proceso formativo continuo, capaz de generar oportunidades reales de acceso a formas avanzadas de razonamiento matemático desde los primeros años escolares.

Referencias

- Acevedo, C. F. A., & Huerta, C. (2020). *El álgebra escolar con sentido y significado para los estudiantes chilenos*. Memorias Departamento de Matemáticas, Universidad de Santiago de Chile. <https://www.mem.dmcc.usach.cl/wp-content/uploads/2024/12/2020-EI-Acevedo-C..pdf>
- Alsina, Á., & Bosch, E. (2024). Álgebra en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido algebraico. *Tangram. Revista de Educación Matemática*, 7(3), 1–31. <https://doi.org/10.30612/tangram.v7i3.18851>
- Barbour, R. S. (2018). *Doing Focus Groups* (2.^a ed.). SAGE Publications.
- Bautista-Pérez, J. L. (2021). Desarrollo de razonamiento algebraico elemental a través de situaciones de desigualdad. *Revista de Educación Matemática*, 29(1), 125–140. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892021000100125
- Biswas, T. N., & Roy, S. (2021). Difficulties in learning algebra: Diagnosing errors and misconceptions of undergraduate students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 1084–1105. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1828587>
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. En J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133–162). Lawrence Erlbaum Associates.
- Blanton, M., Kaput, J., Moreno, L., Brizuela, B., & Gardiner, A. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *ZDM*, 37(1), 36–45. <https://doi.org/10.1007/BF02655897>
- Blanton, M. L., Stephens, A. C., Knuth, E. J., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39–87.
- Blanton, M., Brizuela, B., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A., Stroud, R., Fonger, N., & Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 27–49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2
- Braun, V., & Clarke, V. (2019). Reflecting on reflexive thematic analysis. *Qualitative Research in Sport, Exercise and Health*, 11(4), 589–597. <https://doi.org/10.1080/2159676X.2019.1628806>
- Brizuela, B. M., Blanton, M. L., Sawrey, K., Newman-Owens, A., & Kim, Y. (2022). *Algebra in the elementary grades: Developing relational thinking*. National Council of Teachers of Mathematics.

- Burgos Navarro, M. (2023). Razonamiento algebraico elemental. Implicaciones en la formación de profesores. Editorial Universidad de Almería.
- Caamaño-Espinoza, C. (2021). El pensamiento algebraico: Obstáculos y desafíos en la transición de la aritmética al álgebra. *Revista de Investigación e Innovación Educativa*, 9(2), 145–165.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silberglitt, M. (2024). A meta-analysis of intervention effects on algebraic thinking among elementary and middle school students. *ZDM – Mathematics Education*, 56(3), 473-492.
- Cañadas, M. C., Molina, M., & Palarea, M. M. (2014). Dificultades del alumnado en la transición del pensamiento aritmético al algebraico. *Educación Matemática*, 26(3), 69–97.
- Cañadas, M., & Molina, M. (2016). Desarrollo del pensamiento estructural en edades tempranas. En M. Molina, E. Castro & M. Cañadas (Eds.), *Pensamiento algebraico elemental en la educación primaria* (pp. 199–218). Ediciones Universidad de Granada.
- Cárdenas-Forero, Ó. L. (2021). *La constitución del niño preescolar a través de la enseñanza del saber matemático en el preescolar público (1980–1990)*. *Revista Colombiana de Educación*, 83, 1–17. <https://doi.org/10.17227/rce.num83-10706>
- Carraher, D., Schliemann, A., & Brizuela, B. (2000). Early algebra, early arithmetic: Treating operations as functions [Presentación de conferencia]. 22nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA), Tucson, AZ, Estados Unidos. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/253197510>
- Carraher, D., & Schliemann, A. D. (2020). Early algebra teaching and learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 249–252). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_13
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 75–94). SEIEM.
- Castro, E., & Molina, M. (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, 19(2), 67-94. <https://doi.org/10.24844/EM1902.03>
- Cerda, A., Leiva, L., & Godoy, A. (2018). Tratamiento de la inecuación en el currículo y textos escolares: análisis y consideraciones para la enseñanza. *Boletim de Educação Matemática*, 28(1).
- Cervantes-Barraza, J. A., Valbuena, S., & Paternina, J. (2019). La argumentación matemática como práctica social en la escuela. *Revista Colombiana de Educación*, (76), 1–23. <https://doi.org/10.17227/rce.num76-8150>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). *Learning trajectories in mathematics education. Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2010). *Las trayectorias del aprendizaje en las primeras matemáticas – secuencias de adquisición y aprendizaje*. Centre of Excellence for Early Childhood Development (CEECD).
- Coombs, H. (2022). *Case study research: Single or multiple?* Recuperado de <https://haydencoombs.com/2022/09/16/case-study-research-single-or-multiple/>
- Drijvers, P., Goddijn, A., & Streefland, L. (2019). Algebraic skill versus algebraic insight: A study on students' understanding of inequalities. *Mathematics Education Research Journal*, 31(3), 321–341.
- Feldman, D. H. (2015). *Piaget's stages: Implications for early childhood education*. In B. Spodek & O. N. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 138–151). Routledge.
- Flick, U. (2018). *Introducción a la investigación cualitativa* (6ª ed.). Ediciones Morata.
- Godino, J. D. (2012). La enseñanza de la matemática escolar: un enfoque desde la teoría de situaciones didácticas. *Revista de Educación Matemática*, 32(1), 199-219.
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de razonamiento algebraico elemental. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 285–294). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Gómez, P., & González, A. (2018). Pensamiento relacional en educación primaria: Uso de la balanza matemática para introducir desigualdades. En A. Pizarro-Canales, C. Caamaño-Espinoza & M. C. Briebe-Briebe (Eds.), *Didáctica de la matemática para primer ciclo de educación básica: Un aporte a la formación continua de profesores, Tomo I* (pp. 130–155). Ediciones Universitarias de Valparaíso. https://www.euv.cl/archivos_pdf/DDM_1.pdf
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59–78.
- Institute of Education Sciences. (2021). *Assisting students struggling with mathematics: Intervention in the elementary grades* (WWC Practice Guide, v2). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. <https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/PracticeGuide/WWC2021006-Math-PG.pdf>
- Kaput, J. J. (2000). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K–12 curriculum. En M. L. Blanton, D. W. Carraher, & J. Kaput (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 25–56). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Kaput, J. J. (2005). *What is algebra? What is algebraic reasoning?* En J. J. Kaput, D. W. Carragher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–18). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J., Carragher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds.). (2017). *Algebra in the early grades*. Routledge.
- Khan, S. (2007). Redefining case study. *International Journal of Qualitative Methods*, 6(2), 80–94. <https://doi.org/10.1177/160940690700600208>
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.
- Mainali, B. R. (2021). *Representation in teaching and learning mathematics. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1–21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>
- Malisani, E., & Spagnolo, F. (2009). From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the “variable”. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 19–41. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9157-x>
- Martínez, S., Varas, M. L., López, R., Ortiz, A., & Solar, H. (2013). *Álgebra: Recursos para la formación inicial de profesores de educación básica*. Ediciones SM.
- Medina, A. J. (2000). El legado de Piaget. *Educere*, 3(9), 11–15. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35630903>
- Ministerio de Educación de Chile. (2015, 30 de enero). *Decreto Exento N.º 83/2015: Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y educación básica*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1074511>
- Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases curriculares de la educación básica: 1.º a 6.º básico*. Gobierno de Chile. <https://www.curriculumnacional.cl>
- Ministerio de Educación de Chile & Universidad Diego Portales. (2018). *Progresiones de aprendizaje en espiral: Orientaciones para su implementación. Matemática (1.ª ed.)*. División de Educación General, Unidad de Educación Especial.
- Molina, M. (2007). *Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica*. *Educación Matemática*, 19(2), 67–94.
- Molina, M. (2009). *Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria*. PNA – Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 3(3), 135–156. <https://doi.org/10.30827/pna.v3i3.6186>
- Molina, M., & Castro, E. (2012). Dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *Gaceta de la RSME*, 17(3), 559–579.

- Morales, J. (2017). *Dificultades en la comprensión del lenguaje algebraico: Un estudio con estudiantes de educación primaria* [Tesis doctoral]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Narvárez Orellana, R. (2024). *Generalización y mediación en patrones algebraicos: Un enfoque semiótico-cultural* (Tesis doctoral). Universidad de Granada. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/90414/101672.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas "Thales".
- Navarrete Ramírez, R. A., & Guzmán Rugel, M. B. (2023). Desarrollo del pensamiento lógico en estudiantes de un colegio de Guayaquil desde la teoría de Piaget. *Revista Maestro y Sociedad*, 20(1), 252–257. <https://maestrosociedad.uo.edu.cu>
- OECD. (2022). *Mathematics Framework: PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2022-assessment-and-analytical-framework_72d1fdf2-en.htm
- OpenAI. (2023). *ChatGPT (versión GPT-4)* [Modelo de lenguaje AI]. OpenAI. <https://chat.openai.com/chat>
- Patton, M. Q. (2005). *Qualitative Research & Evaluation Methods* (3rd ed.). Sage Publications.
- Pérez Martín, R. (2022). *Pensamiento algebraico, conocimiento y dificultades en la generalización en primaria* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Valladolid. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/57664/TFM-G1688.pdf>
- Perplexity AI. (2023). *Perplexity* [Asistente de búsqueda con IA]. <https://www.perplexity.ai>
- Pincheira, S., & Alsina, Á. (2021). Relaciones de equivalencia y desigualdad en el currículo de matemáticas: un análisis desde la educación primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35(71), 159–180. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a08>
- Pincheira, N., Acosta, Y., & Alsina, Á. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *Pensamiento Matemático: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 17(1), 1-26.
- Pinto, E., Ayala, M., & Molina, M. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la expresión y representación de patrones. *Enseñanza de las Ciencias*, 41(1), 15–34. <https://ensciencias.uab.cat/article/download/v41-n1-pinto-ayala-molina/5835-pdf-es/27358>
- Powell, S. R., Stephens, A. C., Strnadová, N., & Bryant, B. R. (2020). Supporting students with mathematics difficulties in algebra. *Intervention in School and Clinic*, 56(2), 88–97.
- Radford, L. (2022). The progressive development of early algebraic thinking: Radical change and the sensuous body. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 447-467.

- Reyes, P., & Luci, G. (2025). *Manual de orientaciones para el trabajo anual del Seminario de la Especialidad y Seminario de Grado en la carrera de Pedagogía en Educación Básica*. Universidad de Las Américas.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2018). Un modelo de niveles de algebrización de la relación funcional. En C. Kieran (Ed.), *La enseñanza y el aprendizaje del pensamiento algebraico en niños de 5 a 12 años: La evolución global de un campo emergente de investigación y práctica* (pp. 205–231). Fondo de Cultura Económica.
- Schliemann, A. D., Carraher, D. W., & Brizuela, B. M. (2003). Bringing out the algebraic character of arithmetic. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(4), 206-210.
- Singapur, D. (2010). *Declaración De Singapur Sobre La Integridad En La Investigación*.
- Thomas, G. (2021). *How to do your case study* (3.^a ed.). SAGE Publications.
- UNESCO. (2021). *Ética de la investigación en contextos escolares: Guía para América Latina y el Caribe*. <https://unesdoc.unesco.org/>
- Universidad de Las Américas. (2025). *Marco para el uso de la inteligencia artificial en los procesos de enseñanza y aprendizaje*. Dirección de Docencia. <https://www.udla.cl/>
- von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U. y Yin, L. (2024). *Resultados Internacionales TIMSS 2023 en Matemáticas y Ciencias*. Boston College, Centro de Estudios Internacionales TIMSS y PIRLS . <https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460>

Anexo 1. SOBRE LA PARTICIPACIÓN DE SU PUPILO EN EL PROYECTO PIR 202402

Estimado/a apoderado/a de niños de educación básica,

La Universidad de Las Américas de Chile invita a participar a su pupilo/a en el proyecto **PIR 202402** denominado “**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**”. Este proyecto consiste en la observación y análisis de las interacciones de docentes universitarios con sus estudiantes en formación inicial docente, específicamente en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En este contexto, los futuros profesores practican junto con el docente formas de enseñar matemática, lo cual se traduce en el favorecimiento del desarrollo del pensamiento matemático en los niños de educación básica que tienen la posibilidad de participar.

La participación de su pupilo(a) en este proyecto es **confidencial** e involucra la grabación de una actividad preparada por un estudiante y un docente, que tiene una duración de hasta 30 minutos, además, se considera una entrevista, que no debería tomar más de 10 minutos y se espera que el grupo participante no supere a los 6 niños por actividad. La grabación y el material obtenido será utilizado como material de clases y como insumos para la elaboración de artículos científicos.

Los alcances y resultados de las grabaciones de esta investigación están orientados a mejorar la formación inicial de los/as profesores/as tanto en la Facultad de Educación de la Universidad como también a nivel país. El acto de autorizar a su pupilo/a es **absolutamente libre y voluntaria**, en la implementación de la experiencia de aprendizaje en la Universidad se tiene como foco al estudiante, pero tanto su pupilo/a como el entorno de la actividad será grabada y utilizada como un ejemplo de práctica de enseñanza, el nombre de su pupilo/a será tratado de manera **anónima** en todas las publicaciones que se hagan del estudio.

El responsable de la custodia de las grabaciones será la Investigadora Responsable, Sra. Pamela Reyes, quien tomará todas las medidas necesarias para cautelar el tratamiento de éstas en medios digitalizados con acceso restringido para los fines indicados. Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores del proyecto, los cuales también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos vídeos los minutos necesarios para usarlos en el curso. Todo el material será conservado para los fines de esta investigación y quedarán registrados de manera **anónima** para usos de reportes y de las solicitudes que devengan del estudio.

La Investigadora Responsable del proyecto y la Universidad de Las Américas de Chile aseguran la total **cobertura de costos del estudio**, por lo que la participación de su pupilo no le significará a usted gasto alguno. Por otra parte, la participación en este estudio **no involucra pago o beneficio económico**. Además, la Investigadora Responsable, junto con la Institución Patrocinante adoptarán todas las medidas que sean necesarias, de modo de garantizar en la debida forma, **la salud e integridad física y psíquica** de los participantes en el estudio.

Si tiene dudas sobre la participación de su pupilo/a en el proyecto puede hacer preguntas en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto.

Desde ya le agradecemos su consentimiento de participación.

Pamela Reyes Santander
Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

08 de Julio de 2023

Yo, [REDACTED] apoderada/a de [REDACTED] declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la Universidad y la cual fue preparada por un estudiante en formación inicial en conjunto con un docente universitario, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

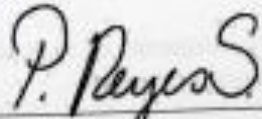
Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.



Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[REDACTED]
Nombre y firma Apoderado/a del niño/a


Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

08 de 07 de 2025

 apoderado/a  declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la Universidad y la cual fue preparada por un estudiante en formación inicial en conjunto con un docente universitario, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

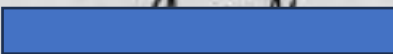
He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.


Nombre y firma Apoderado/a del niño/a


Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

07 de Julio de 2025

Yo, [REDACTED] apoderado/a de [REDACTED] declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la Universidad y la cual fue preparada por un estudiante en formación inicial en conjunto con un docente universitario, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[REDACTED]
Nombre y firma Apoderado/a del niño/a

[REDACTED]
Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

OP de Julio de 2025

Yo, [Redacted], apoderado/a de [Redacted] declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la Universidad y la cual fue preparada por un estudiante en formación inicial en conjunto con un docente universitario, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[Redacted]
Nombre y firma Apoderado/a del niño/a

26.09.2025

[Redacted]
Pamela Reyes Santánder Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

09 de 07 de 2025

Yo, [REDACTED], apoderado/a de [REDACTED], declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la Universidad y la cual fue preparada por un estudiante en formación inicial en conjunto con un docente universitario, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.


Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[REDACTED]
Nombre y firma Apoderado/a del niño/a


Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

Anexo 2. CARTA DE AUTORIZACIÓN DIRECTIVOS DE INSTITUCIONES O CENTROS

Sra.

Carmen Jara Díaz

Directora de la Escuela Provincia de Chiloé

Santiago

Presente

Usted ha sido invitado a participar en el proyecto de investigación titulado: "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente", a cargo del investigador -Pamela Reyes Santander, docente de la Facultad de Educación, de la Universidad de Las Américas. El objetivo de esta carta es ayudarla a tomar la decisión de autorizar la realización de la presente investigación en el marco de la *escuela* que usted dirige.

El propósito general del estudio es observar y analizar las interacciones de docentes universitarios con sus estudiantes en formación inicial docente, específicamente en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Los resultados de esta investigación permitirán reflexionar sobre la propia práctica y ver nuevas estrategias para la implementación de las prácticas pedagógicas esenciales.

En este contexto, la investigación liderada por las estudiantes Paula Ibarra y Evelyn Zúñiga, titulada "*Pensamiento Algebraico Temprano: Comprensión de Desigualdades en 4° Básico*", tiene como propósito caracterizar la comprensión que poseen los estudiantes de 4° año básico frente a problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones. La pregunta central que guía este estudio es: ¿Cómo comprenden los estudiantes de 4° básico los problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones?

A través de la presente carta, **se le solicita la autorización** para que miembros del equipo de investigación a cargo de la Sra. Pamela Reyes establezcan contacto con el centro que usted dirige, así como con sus *estudiantes*, a fin de coordinar la manera en que se puede invitar a los usuarios del centro a participar del estudio de manera voluntaria.

El procedimiento de toma de contacto y reclutamiento de los participantes se desarrollará en las siguientes etapas:

- Establecer un primer acercamiento con los estudiantes de 4° año básico, a quienes se invitará cordialmente a participar en el estudio.
- Solicitar la firma de los consentimientos informados por parte de sus apoderados, así como el asentimiento verbal o escrito de los estudiantes.
- Coordinar con el establecimiento los horarios adecuados para la realización de entrevistas y aplicación de actividades.
- Activar el sistema de grabación de clases, exclusivamente con fines investigativos y con la debida autorización de las familias participantes.

Al aceptar participar y autorizar el estudio en la institución que usted dirige, se le solicita que facilite las condiciones y el espacio físico para que los miembros del equipo de investigación puedan realizar los procedimientos antes descritos.

Asimismo, el equipo de investigación le ofrece la posibilidad de que usted y su institución reciban una retroalimentación general sobre los resultados del estudio una vez finalizado éste, ya sea de tipo escrito o a través de charlas. Cabe señalar que no se entregará información individualizada sobre casos específicos, sino que las conclusiones generales del estudio, resguardando así la confidencialidad y anonimidad de los participantes.

Si usted tiene cualquier duda o consulta respecto a esta investigación, puede comunicarse con la investigadora principal del estudio, Sra. Pamela Reyes, al correo electrónico: preyess@udla.cl. Asimismo, puede contactar a las estudiantes responsables del desarrollo del estudio: Paula Ibarra Barrera al correo paula.ibarra.barrera@gmail.com y Evelyn Zúñiga Castro al correo zunigacastroevelyn@gmail.com.

Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas:
Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl
Secretaria: Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrera@udla.cl

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA CARTA DE AUTORIZACIÓN Y DE QUE ME EXPLIQUEN SU CONTENIDO, ASÍ COMO DE HACER PREGUNTAS ACERCA DE LA INVESTIGACION TITULADA: *"Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente"*.

HE COMPRENDIDO LA INFORMACIÓN QUE ME HAN ENTREGADO Y A TRAVÉS DE LA FIRMA DE ESTE DOCUMENTO **EXPRESO MI CONFORMIDAD Y AUTORIZACION** PARA LA REALIZACION DE ESTE ESTUDIO EN LA ESCUELA PROVINCIA DE CHILOÉ DE LA COMUNA DE SANTIAGO.


CARMEN JARA DÍAZ
DIRECTORA DE LA ESCUELA PROVINCIA DE CHILOÉ DE SANTIAGO




PAMELA ALEJANDRA REYES SANTANDER
DIRECTORA DEL PROYECTO

Santiago, 30 de 05 de 2025.

Anexo 3. CONSENTIMIENTO INFORMADO

SOBRE LA PARTICIPACIÓN DE SU PERSONA EN EL PROYECTO PIR 202402

Estimado/a estudiante en formación inicial docente,

La Universidad de Las Américas de Chile lo invita a participar en el proyecto **PIR 202402** denominado “**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**”. Este proyecto consiste en la observación y análisis de las interacciones de docentes universitarios con sus estudiantes en formación inicial docente, específicamente en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En este contexto, los futuros profesores como usted participan normalmente de las clases que han sido planificadas por el docente para el logro de los resultados de aprendizaje propuestos por el programa del curso.

La participación de su persona en este proyecto es **confidencial** e involucra la implementación de un cuestionario que no debería exceder los 30 minutos. Los datos obtenidos serán utilizados como material de clases y como insumos para la elaboración de artículos científicos.

Los alcances y resultados de esta investigación están orientados a mejorar la formación inicial de los/as profesores/as tanto en la Facultad de Educación de la Universidad como también a nivel país. El acto de participar es **absolutamente libre y voluntaria**, tu nombre e identidad será tratado de manera **anónima** en todas las publicaciones que se hagan del estudio.

El responsable de la custodia de los datos producidos por el cuestionario será la Investigadora Responsable, Sra. Pamela Reyes, quien tomará todas las medidas necesarias para cautelar el tratamiento de éstos en medios digitalizados con acceso restringido para los fines indicados. Los cuestionarios serán digitalizados y almacenados en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores del proyecto, los cuales también han firmado confidencialidad. Todo el material será conservado para los fines de esta investigación y quedarán registrados de manera **anónima** para usos de reportes y de las solicitudes que devengan del estudio.

La Investigadora Responsable del proyecto y la Universidad de Las Américas de Chile aseguran la total **cobertura de costos del estudio**, por lo que tu participación no te significará gasto alguno. Por otra parte, la participación en este estudio **no involucra pago o beneficio económico**. Además, la Investigadora Responsable, junto con la Institución Patrocinante adoptarán todas las medidas que sean necesarias, de modo de garantizar en la debida forma, **la salud e integridad física y psíquica** de los participantes en el estudio.

Si tiene dudas sobre su participación en el proyecto puede hacer preguntas en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto.

Desde ya le agradecemos su consentimiento de participación.

CONSENTIMIENTO INFORMADO

__07__ de ____julio____ de 2025__

Yo, ~~Paula Ibarra Barrera~~ declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación en la implementación del proyecto **PIR 202402** denominado **“Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente”**.

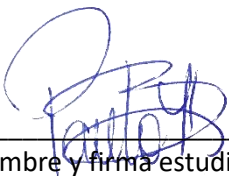
He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y en qué consiste mi participación. Sé que los datos del cuestionario servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de la Facultad de Educación de esta casa de estudios y como material de investigación.

Los cuestionarios se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Todo el material quedará registrado de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que me puedo retirar cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirse directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.


Nombre y firma estudiante de FID


Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

07 de Julio de 2025_

Yo, _____ declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación en la implementación del proyecto PIR 202402 denominado "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y en qué consiste mi participación. Sé que los datos del cuestionario servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de la Facultad de Educación de esta casa de estudios y como material de investigación.

Los cuestionarios se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Todo el material quedará registrado de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que me puedo retirar cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto. O bien, dirigirme directamente al Comité de Bioética y Bioseguridad de la Universidad.

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.


Nombre y firma estudiante de FID


Pamela Reyes Santander Directora del Proyecto

Anexo 4. Protocolo de Aplicación del Grupo Focal

Antes de la sesión

1. Documentación y consentimiento

La persona responsable de la actividad deberá gestionar de manera anticipada la entrega y recolección de la documentación necesaria para garantizar la participación de los estudiantes en el grupo focal. Para ello, se entregará a los apoderados una carta de autorización en la que se explique claramente el propósito de la actividad, su dinámica de desarrollo y los objetivos educativos que se persiguen.

Junto a esta carta, se proporcionará un formulario de consentimiento informado en el que se solicitará la autorización expresa para la participación del estudiante, el registro audiovisual de la sesión y el uso de imágenes que puedan captarse durante la actividad. Se debe incluir una sección específica donde los apoderados puedan manifestar su decisión respecto al uso posterior de las imágenes, otorgando la posibilidad de que estas sean eliminadas o utilizadas únicamente con fines educativos.

Es importante señalar que sólo se permitirá la participación de aquellos estudiantes cuyos apoderados hayan entregado el consentimiento firmado. Esta medida asegura el respeto a la privacidad y la protección de los datos personales de los menores, garantizando un proceso transparente y éticamente responsable.

2. Condiciones del espacio físico

Para la realización de la actividad es indispensable contar con un espacio físico adecuado que favorezca la concentración y el desarrollo óptimo de las tareas propuestas. Este ambiente debe garantizar condiciones de tranquilidad, buena ventilación e iluminación natural, minimizando al máximo las posibles interrupciones externas.

El mobiliario debe ser ergonómico y adaptado a la estatura de los estudiantes, disponiendo de mesas y sillas que permitan trabajar de manera cómoda y segura. Además, se requiere un espacio amplio y despejado, que facilite la disposición y manipulación de materiales concretos necesarios para la actividad, tales tarjetas, cajitas y cubos encajables.

Todos los materiales deben estar previamente organizados y dispuestos en el lugar antes del inicio de la sesión, a fin de optimizar el tiempo y asegurar la fluidez de la actividad.

3. Revisión de los materiales y dispositivos de registro

Es indispensable organizar con antelación todos los recursos didácticos necesarios para el desarrollo adecuado de la actividad. Entre estos se incluyen regletas Cuisenaire, cajitas, lentejas, tapitas, tarjetas numéricas, papel, lápices, cubos encajables y cualquier otro material que facilite la participación activa de los estudiantes en las tareas propuestas.

Del mismo modo, se debe realizar una revisión exhaustiva de los dispositivos destinados al registro de la actividad, asegurando el correcto funcionamiento de los equipos de grabación de audio y video, según corresponda. También es necesario disponer de un cuaderno o fichas de observación, las cuales permitirán documentar de manera sistemática las interacciones y producciones de los estudiantes durante el grupo focal.

La preparación cuidadosa de estos materiales garantiza un entorno de aprendizaje adecuado, propicio para la observación y el análisis de los procesos de razonamiento matemático de los participantes.

4. Revisión y práctica del guión

El moderador/a debe estudiar previamente el guión del grupo focal, practicar su tono comunicacional y planificar estrategias para incentivar la participación respetuosa y espontánea de los estudiantes.

Durante la sesión

1. Inicio – Presentación y normas (5 minutos)

"¡Hola a todos! Mi nombre es _____ y hoy vamos a hacer una actividad especial para aprender matemáticas de una manera diferente. Vamos a conversar, jugar y resolver desafíos juntos. Lo importante aquí no es quién sabe más, sino que todos podamos pensar, preguntar y aprender en equipo.

Antes de empezar, quiero preguntarles algo importante:

¿Recuerdan que en una ocasión les pedimos permiso, junto a sus familias, para grabar esta actividad? (Escuchar respuestas).

Muy bien, gracias por recordarlo.

Entonces, quiero confirmar con ustedes:

¿Siguen de acuerdo en que registremos esta sesión para poder revisar cómo aprendemos juntos? (Esperar respuestas afirmativas).

Perfecto, muchas gracias. Desde este momento comenzaremos la grabación, pero solo vamos a registrar lo que trabajemos en grupo. No diremos nombres ni mostraremos sus caritas, solo nos servirá para recordar lo que haremos hoy."

"Ahora, antes de comenzar con los desafíos, quiero que conversemos un poquito:

¿Qué creen ustedes que necesitamos hacer para que todos podamos trabajar tranquilos y disfrutar esta actividad? (Escuchar algunas respuestas).

Por ejemplo, si uno de sus compañeros está hablando, ¿qué creen que deberíamos hacer los demás? (Si responden "escuchar", retomar: 'Muy bien, escuchar con atención nos ayudará a entendernos mejor').

Y si alguien se equivoca al responder, ¿qué opinan? ¿Está mal equivocarse?

(Guía la conversación: 'Exacto, equivocarse no es malo. Al contrario, nos ayuda a aprender y a pensar mejor. Aquí todos podemos equivocarnos sin problema').

Otra cosa, si alguno de ustedes quiere compartir una idea, ¿cómo podríamos hacerlo para que todos tengamos la oportunidad de participar? (Si responden que levantando la mano o pidiendo la palabra, retomar: 'Perfecto, entonces podemos levantar la mano y compartir nuestras ideas cuando queramos').

Entonces, con todo lo que ustedes mismos dijeron, hoy vamos a trabajar escuchándonos con atención, participando con libertad y sin miedo a equivocarnos, porque todas las ideas son importantes. ¿Les parece bien? (Esperar su acuerdo: '¡Genial! Así seguro aprenderemos mucho juntos')."

"Para empezar, quiero hacerles una pregunta sencilla: ¿Alguna vez han jugado a resolver desafíos en grupo, como un juego de pistas o un rompecabezas?

(Escuchar sus respuestas y acogerlas con entusiasmo: '¡Qué entretenido!', 'Eso suena divertido').

Pues hoy haremos algo parecido, pero con las matemáticas. Vamos a buscar soluciones, compartir ideas y pensar en equipo. No importa si al principio no sale bien, lo importante es intentarlo.

Así que, si estamos todos listos... ¡empecemos!"

2. Desarrollo de actividades (35-45 minutos)

Se desarrollan las actividades según el guion previamente planificado.

El moderador/a guía la reflexión de los estudiantes con las preguntas sugeridas, adaptándolas según las verbalizaciones, razonamientos y dudas de los participantes.

Se debe observar atentamente la forma en que los estudiantes interactúan con el material concreto, modificando las preguntas si es necesario para profundizar en su comprensión.

3. Registro de la sesión (simultáneo a la actividad)

La sesión debe ser registrada en video solo si se cuenta con la autorización previa de los apoderados.

Se debe asegurar que el registro respete la privacidad de los estudiantes conforme a los acuerdos de consentimiento.

4. Cierre de la actividad (5 minutos)

El moderador/a agradece la participación del grupo y valora los aportes realizados.

Se invita a los estudiantes a compartir sus percepciones: "¿Qué actividad les gustó más?" ¿Por qué? Cuéntame un poco más... ¿Qué parte fue más divertida?, ¿Cuál les pareció más desafiante?"

Antes de terminar, quiero darles las gracias a todos y todas por su participación en esta actividad. Ha sido muy valioso escuchar sus ideas, ver cómo pensaban, cómo se atrevieron a compartir sus respuestas y cómo fueron aprendiendo juntos.

Recuerden que equivocarse también es parte del aprendizaje, y lo importante siempre es intentarlo, preguntar y seguir pensando. Cada uno de ustedes aportó algo especial hoy, y eso hace que la actividad haya sido tan interesante.

Les agradezco de corazón su disposición, su respeto y sus ganas de participar. Espero que hayan disfrutado tanto como yo esta experiencia.

Con esto, damos por finalizada nuestra sesión. ¡Muchas gracias por su trabajo y nos vemos en otra oportunidad!"

Después de la sesión

1. Organización de los registros

El investigador/a debe clasificar el material recolectado (audios, fotografías, producciones y notas) etiquetándolo de forma anónima y ordenada. Se recomienda respaldar la información en un dispositivo seguro y con acceso restringido.

2. Análisis preliminar de la información

Se realizará un análisis inicial de la información recopilada durante la sesión, con el propósito de identificar y describir aspectos clave del desempeño de los estudiantes en relación con el trabajo propuesto. Este análisis considerará los siguientes criterios:

- El nivel de comprensión del concepto de igualdad y desigualdad
- El uso de representaciones verbales, simbólicas y concretas
- Las estrategias de resolución frente a incógnitas
- Las principales dificultades observadas

Adicionalmente, cualquier otro aspecto relevante que emerja durante la actividad, aun cuando no esté contemplado explícitamente en los criterios anteriores, será recogido y registrado, en tanto aporte información significativa para el análisis de la experiencia.

3. Resguardo ético

Se debe garantizar la confidencialidad de los datos y el resguardo de la identidad de los participantes. Todo el material debe ser utilizado exclusivamente para fines investigativos declarados y no podrá ser difundido sin anonimización completa.

Anexo 5. Guion completo – grupo focal 4° básico

Pensamiento algebraico e inecuaciones

Hilo conductor: Circo de las Matemáticas

Bienvenida e Introducción (5 minutos)

Narrativa: El docente se presenta de manera cercana y entusiasta: "Hola, soy [nombre], y hoy seremos los ayudantes de un gran malabarista del circo. Él ha perdido un cofre con piezas muy importantes para su espectáculo y necesita nuestra ayuda para recuperarlo. No es oro ni joyas: son piezas matemáticas que le permiten hacer sus mejores trucos. Para ayudarlo, tendremos que resolver desafíos siguiendo pistas. Lo más importante es pensar, compartir ideas y disfrutar aprendiendo juntos."

Normas conversadas: El docente guía el establecimiento de acuerdos de convivencia: escuchar a quien habla, no interrumpir, atreverse a participar sin miedo a equivocarse, y validar que equivocarse es parte del aprendizaje.

Consentimiento: Recordar que las familias autorizaron grabar la actividad y confirmar que los estudiantes siguen de acuerdo.

Pregunta inicial de confianza: "¿Alguna vez han jugado a seguir pistas o buscar un tesoro? Hoy haremos algo parecido, pero ayudando al malabarista con matemáticas."



Desarrollo de actividades (35-45 minutos)

Pista 1: El desafío de la igualdad

Narrativa

"El equilibrista del circo está practicando y necesita asegurarse de que en sus trucos siempre haya la misma cantidad o que pueda saber cuándo tiene más o menos que en otro lado. Nos dejó una nota: *'Comparen bien, porque a veces no todo es igual; quiero saber cuándo tengo más, cuándo menos y cuándo lo mismo'*. Hoy vamos a ayudarlo a descubrir esas relaciones, no solo mirando, sino también usando números para explicarlo."

Actividad: Presentar dos colecciones con regletas y tapitas para que los estudiantes determinen si son iguales, mayores o menores.

- Ejemplos:
 - 3 tapitas vs 5 tapitas
 - 2 tapitas + regleta amarilla vs 5 tapitas
 - 4 tapitas vs 2 tapitas + regleta roja
- Pedir que representen con material concreto y luego con tarjetas de símbolos ($>$, $<$, $=$).

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático

1. "¿Cómo sabes que una expresión numérica es mayor o menor que otra?"

2. "¿Qué comparación harías entre 3 tapitas y 2 tapitas + 1 regleta amarilla?"
3. "¿De qué manera podrías representar esa relación usando símbolos matemáticos?"
4. "¿Podrías pensar en otra combinación que sea mayor que 4? ¿Y una que sea menor?"
5. "Si cambiamos un elemento, ¿cómo cambia la comparación? ¿Por qué?"

Recursos

- Regletas Cuisenaire
- Tapitas plásticas
- Tarjetas con expresiones numéricas y símbolos $>$, $<$, $=$

Pista 2: El cofre del número perdido (incógnitas y equivalencia)

Narrativa

"El payaso del circo perdió el número exacto de globos que debía usar en su acto. No sabe si tenía la misma cantidad que en otro grupo o si le faltaban algunos. Nos dejó este enigma: *'Descubran el número que falta para que las dos partes tengan el mismo valor'*. Hoy no solo vamos a buscar el número escondido, sino también a explicar por qué las cantidades son iguales."

Actividad : presentar tarjetas con igualdades incompletas, como:

- $\square + 3 = 7$
- $5 + \square = 9$
- $\square + 2 = \square + 1 + 1$
- $5 + 2 = 4 + 3$

Usar material concreto (regletas, tapitas, fichas en cajitas) para **probar y verificar**.

Representar las soluciones tanto de forma concreta como simbólica.

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático

- "¿Cómo sabes que dos expresiones tienen el mismo valor?"
- "Si ves $5 + 2$ y $4 + 3$, ¿qué piensas? ¿Son iguales? ¿Por qué?"
- "¿Qué harías para comprobarlo sin contar desde cero cada vez?"
- "¿Qué número debe ir en la cajita para que ambas partes sean iguales? ¿Cómo lo averiguaste?"
- "¿Puedes pensar en otra forma de obtener el mismo resultado que 7?"

Recursos

- Tarjetas con ejercicios
- Regletas Cuisenaire
- Tapitas plásticas
- Tarjetas con símbolos $=$

Pista 3: El reto de las desigualdades (inecuaciones y patrones)

Narrativa

"El malabarista quiere asegurarse de que en sus trucos algunas cantidades sean mayores, otras menores y a veces iguales. Nos dejó una nota: *'Comparen bien, no todo es igual; quiero saber cuándo tengo más, cuándo menos y cuándo lo mismo, y si eso pasa siempre o solo a veces'*. Hoy vamos a investigar esas relaciones y descubrir si encontramos alguna regla que se repita."

Actividad: Presentar pares de expresiones numéricas con material concreto (regletas y tapitas):

- $3 + 1$ vs $2 + 2$
- 5 vs $2 + 1$
- $\square + 2 > 3$
- $4 + 7$ y $7 + 4$ (explorar si hay un patrón)
- Identificar si la relación es mayor que ($>$), menor que ($<$) o igual ($=$).
- Buscar múltiples soluciones para una misma desigualdad.
- Plasmar las comparaciones con símbolos y explicar el razonamiento.

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático

- "¿Cómo sabes si una expresión numérica es mayor o menor que otra?"
- "¿Es cierto que 5 es mayor que $2 + 1$? ¿Por qué?"
- "Si representas $4 + 7$ y $7 + 4$, ¿qué observas? ¿Siempre ocurre lo mismo en este tipo de casos?"
- "¿Puedes inventar una expresión numérica que no cumpla esta regla?"
- "En la desigualdad $\square + 2 > 3$, ¿qué números podrían ir en la cajita para que se cumpla? ¿Cuántas soluciones hay?"
- "¿Cómo puedes demostrar que tu respuesta es correcta?"

Recursos

- Regletas Cuisenaire
- Tapitas plásticas
- Tarjetas con comparaciones y ejercicios
- Símbolos $>$, $<$, $=$ en cartulina
- Hojas para registrar soluciones y patrones encontrados

Pista 4: Inventores de desafíos (aplicación y argumentación)

Narrativa

"Para abrir el cofre final, el malabarista les pide que inventen un truco matemático que pueda usar en su espectáculo. Puede ser una situación donde las cantidades sean iguales o donde una sea mayor o menor que la otra. No basta con mostrarlo: deberán explicar cómo saben que su comparación es correcta."

Actividad

- En grupos, crear una situación de igualdad o desigualdad usando regletas y tapitas.
- Representar la situación de forma concreta, simbólica y escrita.
- Presentar el desafío inventado al resto del grupo, explicando el razonamiento.
- Los demás estudiantes intentan resolver el desafío y verificar la respuesta.

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático y argumentación

- "¿Cómo sabes que una expresión numérica representa una cantidad mayor que otra? Por ejemplo: si tienes $5 + 2$ y 9 , ¿cuál es mayor? ¿Cómo lo sabes?"

- "¿Qué pasos seguiste para comprobar que tu desafío es correcto?"
- "¿Hay otra forma de demostrarlo usando material concreto?"
- "Si tu desafío fuera una desigualdad, ¿cuántas respuestas posibles tendría?"
- "¿Cómo lo explicarías al malabarista para que lo entienda y lo pueda usar en su show?"

Recursos

- Regletas Cuisenaire
- Tapitas plásticas
- Hojas y lápices
- Tarjetas con símbolos $>$, $<$, $=$

Pista 5: Cierre y reflexión (explicación de procedimientos)

Narrativa

"Gracias a su ayuda, el malabarista ha recuperado su cofre y está listo para su gran presentación. Pero él dice que el verdadero tesoro no eran las piezas del cofre, sino la capacidad que ustedes demostraron para pensar, explicar lo que hicieron y trabajar en equipo. Antes de terminar, vamos a conversar sobre cómo resolvieron cada desafío."

Actividad

- Cada estudiante o grupo elige una de las pistas que más le gustó.
- Explican paso a paso cómo la resolvieron, describiendo cada acción y la razón de cada una.
- El grupo escucha y, si quiere, propone otras formas de resolver el mismo problema.

Preguntas para elicitación pensamiento matemático y comunicación

- "¿Cómo lo resolviste? Cuéntame paso a paso."
- "¿Por qué lo hiciste así? ¿Qué pensaste en cada paso?"
- "¿Lo harías de otra forma? ¿Cuál y por qué?"
- "¿Cómo puedes estar seguro/a de que tu respuesta es correcta?"
- "¿Qué aprendiste hoy que podrías usar en otro desafío?"

Recursos

- Hojas y lápices para anotar o dibujar procedimientos.
- Material concreto utilizado durante las pistas (regletas, tapitas, tarjetas, símbolos) para apoyar la explicación.

Anexo 6. Validación Experto Externo

**UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS
FACULTAD DE EDUCACIÓN. TESIS DE
PREGRADO**

Pensamiento Algebraico Temprano: Comprensión de Desigualdades en 4° Básico.

Estimado/a docente:

Junto con saludar, solicitamos a Usted que pueda colaborarnos desde su experticia profesional y académica, con la validación de nuestro INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS el cual es un Grupo Focal y forma parte de nuestra tesis de pregrado titulada: ***Pensamiento Algebraico Temprano: Comprensión de Desigualdades en 4° Básico.***

Las observaciones, correcciones y sugerencias que usted nos pueda realizar son de gran valor para mejorar la calidad de nuestra entrevista y ser un real apoyo en nuestro trabajo de tesis.

Se presenta a continuación una pauta de validación que solicitamos complete con sus apreciaciones. Se exponen de igual manera los objetivos del trabajo de título en los cuales solicitamos que usted consigne sus correcciones y sugerencias.

Atentamente

Estudiantes tesistas: Paula Ibarra Barrera

Evelyn Zúñiga Castro

Antecedentes del docente que valida:

1. Nombre:	Andrea Pizarro Canales
2. Profesión o Actividad:	Profesora de matemáticas
3. Grado Académico:	Doctora en Didáctica de la Matemática
4. Institución o lugar de trabajo en que se desempeña:	Ensemble
5. Años de experiencia en educación:	27

Antecedentes del Trabajo de título;

1. Docente Guía	Dra. Pamela Reyes Santander.
2. Título:	Pensamiento Algebraico Temprano: Comprensión de Desigualdades en 4° Básico.
3. Tema de estudio	Álgebra temprana.
4. Pregunta de investigación	¿Cómo comprenden los estudiantes de 4° básico los problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones?
3. Objetivo General:	Caracterizar la comprensión de problemas de desigualdad en el contexto de las inecuaciones en estudiantes de 4° básico.

Validación de experto

Para responder, por favor completar la tabla indicándonos si está de acuerdo o no y en los comentarios poner los cambios y sugerencias.

Teoría	Criterio	Pregunta	¿Está de acuerdo, si o no?	Comentarios
Reconoce relaciones de mayor o menor (números, cantidades). Piaget citado en Feldman (2015)	En niveles superiores se retoman estas comparaciones al abordar desigualdades e inecuaciones numéricas.	¿Qué haces cuando quieres saber cuál es más pesado? ¿Cómo lo averiguaste?	No	El contexto no está suficientemente matematizado para permitir observar la comprensión de una relación de desigualdad en términos numéricos o simbólicos, lo que es el foco del estudio. Se sugiere: “¿Cómo puedes saber quién tiene más dulces sin contarlos?” o “¿Cómo sabes cuál número es mayor?”
Usa el signo igual como relación de equivalencia. Castro y Molina (2007)	Luego se amplía con igualdades simbólicas ($x + 2 = 7$), explorando el equilibrio y la resolución de ecuaciones simples.	¿Qué piensas cuando ves que dos operaciones dan el mismo resultado? ¿Cómo sabes que son iguales?	Si con reparos	La pregunta es pertinente para indagar la equivalencia, pero puede ser confusa. Sugiero: “Si ves $5 + 2$ y $4 + 3$, ¿qué piensas? ¿Son iguales? ¿Por qué?” para fomentar la comparación explícita entre expresiones.
Reconoce patrones y regularidades. Kaput (2000)	Más adelante se formaliza como generalización algebraica ($a + b = b + a$, propiedades de las operaciones).	¿Siempre pasa lo mismo en las sumas? ¿Por qué? ¿Puedes explicarlo con tus palabras?	Si	Buena pregunta para abrir la puerta a generalizaciones. Se sugiere incorporar ejemplos concretos: “Si haces $3 + 5$ y luego $5 + 3$, ¿qué observas? ¿Siempre pasa eso?” para fomentar verbalización y justificar patrones.

<p>Argumenta sobre igualdades e inecuaciones simples. Blanton y Kaput (2005)</p>	<p>Se retoma en grados superiores al resolver inecuaciones y representar soluciones gráficamente.</p>	<p>¿Cómo sabes si una expresión es mayor o menor que otra? ¿Qué piensas cuando ves que algo no está equilibrado?</p>	<p>Si, con reparos</p>	<p>Pertinente, pero podría beneficiarse de un ejemplo más concreto. Por ejemplo: “Si tienes $5 + 2$ y 9, ¿cuál es mayor? ¿Cómo lo sabes?” La noción de “equilibrio” puede ser compleja si no está visualmente representada (ej. balanza o bloques).</p>
<p>Explica sus procedimientos con lenguaje propio. Clements y Sarama (2009)</p>	<p>Se avanza hacia la argumentación estructurada y el uso del lenguaje matemático formal.</p>	<p>¿Cómo resolviste el problema? ¿Por qué lo hiciste así?</p>	<p>Si</p>	<p>Pregunta abierta muy útil. Puede complementarse con: “¿Lo harías de otra forma? ¿Cuál?” para fomentar metacognición y diversidad de estrategias.</p>

Fuente: Elaboración propia.

Firma del profesional experto:



Adjuntamos el correo electrónico que usted nos envíe como confirmación de su validación y enviaremos una copia de nuestro trabajo final en el cual confirmamos su participación.

¡Muchas gracias por ayudarnos!

Validación mejorada según sugerencias de criterios de experto

Teoría	Criterio	Pregunta
Reconoce relaciones de mayor o menor (Piaget citado en Feldman, 2015)	En niveles superiores se retoman estas nociones al abordar desigualdades e inecuaciones numéricas simples.	¿Cómo sabes que una expresión es mayor o menor? Explica con ejemplos. ¿De qué manera podrías representarlo?
Usa el signo igual como relación de equivalencia (Castro y Molina, 2007)	Luego se amplía con igualdades simbólicas y resolución de ecuaciones simples.	¿Cómo sabes que dos expresiones están en igualdad? "Si ves $5 + 2$ y $4 + 3$, ¿qué piensas? ¿Son iguales? ¿Por qué?"
Reconoce patrones y regularidades (Kaput, 2000)	Modelaciones se formalizan como propiedades de las operaciones.	Si haces $4+7$ y $7+4$ ¿Qué observas? ¿Siempre ocurre lo mismo en este tipo de casos? ¿Puedes inventar uno que no cumpla la regla?
Argumenta sobre igualdades e inecuaciones simples (Blanton y Kaput, 2005)	En grados superiores resuelve y representa soluciones gráficamente.	¿Cómo sabes que algo no está en igualdad? Por ejemplo: "Si tienes $5 + 2$ y 9 , ¿cuál es mayor? ¿Cómo lo sabes?"
Explica sus procedimientos con un lenguaje claro (Clements y Sarama, 2009)	Se avanza hacia la argumentación estructurada, manteniendo lenguaje formal.	¿Cómo lo resolviste? ¿Por qué lo hiciste así? ¿Lo harías de otra forma? ¿Cuál? Cuéntame paso a paso y explica por qué cada paso es correcto.

Anexo 7. Recursos

Presentación Circo Matemático



1



3

BIENVENIDA E INTRODUCCIÓN (5 MINUTOS)

Narrativa: El docente se presenta de manera cercana y entusiasta: "Hola, soy [nombre], y hoy seremos los ayudantes de un gran malabarista del circo. El ha perdido un cofre con piezas muy importantes para su espectáculo y necesita nuestra ayuda para recuperarlo. No es oro ni joyas: son piezas matemáticas que le permiten hacer sus mejores trucos. Para ayudarlo, tendremos que resolver desafíos siguiendo pistas. Lo más importante es pensar, compartir ideas y disfrutar aprendiendo juntos."

Normas conversadas: El docente guía el establecimiento de acuerdos de convivencia: escuchar a quien habla, no interrumpir, atreverse a participar sin miedo a equivocarse, y validar que equivocarse es parte del aprendizaje.

Consentimiento: Recordar que las familias autorizaron grabar la actividad y confirmar que los estudiantes siguen de acuerdo.

Pregunta inicial de confianza: "¿Alguna vez han jugado a seguir pistas o buscar un tesoro? Hoy haremos algo parecido, pero ayudando a los artistas del circo con matemáticas."

EL DESAFÍO DE LA IGUALDAD

"El equilibrista del circo está practicando y necesita asegurarse de que en sus trucos las dos partes estén perfectamente equilibradas. Nos dejó una nota: 'Encuentren el número que falta para que todo quede justo igual'. Hoy vamos a ayudarlo a descubrir cómo lograr que las cantidades de un lado y del otro sean equivalentes, usando materiales y números."

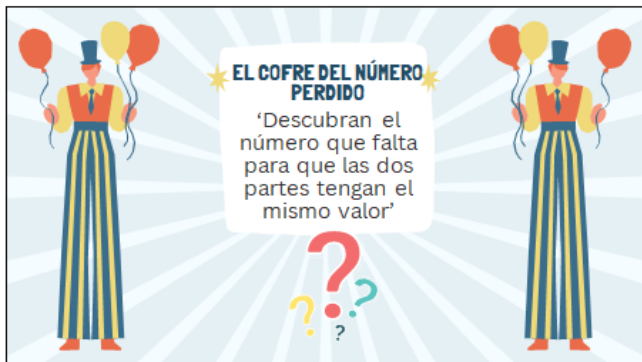
Actividad

- Presentar dos colecciones con regletas y tapitas para que los estudiantes determinen si son iguales, mayores o menores.
- Ejemplos:
 - 3 tapitas vs 5 tapitas
 - 2 tapitas + regleta amarilla vs 5 tapitas
 - 4 tapitas vs 2 tapitas + regleta roja
- Pedir que representen con material concreto y luego con tarjetas de símbolos ($>$, $<$, $=$).

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático

- ¿Cómo sabes que una expresión es mayor o menor que otra?"
- ¿Qué comparación harías entre 3 tapitas y 2 tapitas + 1 regleta amarilla?"
- ¿De qué manera podrías representar esa relación usando símbolos matemáticos?"
- ¿Podrías pensar en otra combinación que sea mayor que 4? ¿Y una que sea menor?"
- Si cambiamos un elemento, ¿cómo cambia la comparación? ¿Por qué?"

4



5



7

EL COFRE DEL NÚMERO PERDIDO

"El payaso del circo perdió el número exacto de globos que debía usar en su acto. No sabe si tenía la misma cantidad que en otro grupo o si le faltaban algunos. Nos dejó este enigma: 'Descubran el número que falta para que las dos partes tengan el mismo valor'. Hoy no solo vamos a buscar el número escondido, sino también a explicar por qué las cantidades son iguales."

Actividad

- Presentar tarjetas con igualdades incompletas, como:
 - $\square + 13 = 27 / 25 + \square = 39$
 - $18 + \square = 50 / \square = 40 - 19$
 - $\square + 2 = \square + 1 + 1 / 12 + \square = \square + 7 + 1$
 - $5 + 2 = 4 + 3$
- Usar material concreto (regletas, tapitas, fichas en cajitas) para probar y verificar.
- Representar las soluciones tanto de forma concreta como simbólica.

Preguntas para elicitación de pensamiento matemático

- ¿Cómo sabes que dos expresiones tienen el mismo valor?"
- ¿Qué harías para comprobarlo sin contar desde cero cada vez?"
- ¿Qué número debe ir en la cajita para que ambas partes sean iguales? ¿Cómo lo averiguaste?"
- Si ves $5 + 2$ y $4 + 3$, ¿qué piensas? ¿Son iguales? ¿Por qué?"
- ¿Puedes pensar en otra forma de obtener el mismo resultado que 7?"

EL RETO DE LAS DESIGUALDADES

"El malabarista del circo quiere asegurarse de que en sus trucos algunas cantidades sean mayores, otras menores y, en ocasiones, iguales. Nos dejó una nota: 'Descubran cuándo tengo más, cuándo menos y cuándo lo mismo, y si eso se repite siempre o solo algunas veces'. Hoy vamos a investigar esas comparaciones y buscar reglas o patrones que se repitan."

Actividad

- Comparar con material concreto:
 - $3 \cdot 1$ vs $2 + 2 / 2$ regletas negras vs 1 naranja 2 rojas
 - 5 vs $2 + 2 / 1$ azul vs 2 café
- Visualizar con regletas/tapitas y decidir: ¿cuál es mayor, cuál menor o si son iguales?

Introducir desigualdades con incógnitas:

- $\square + 2 > 3 / \square < 8 / 4 > 1 + 2$ → buscar distintos valores que cumplen la condición.
- Identificar que hay múltiples soluciones y no solo una respuesta cerrada.

Explorar patrones de igualdad conmutativa:

- $4 + 7$ y $7 + 4$ → observar que siempre dan el mismo resultado.
- Reflexionar: ¿pasa siempre en cualquier suma?

Plasmar con símbolos y justificar:


- Usar $>$, $<$, $=$ para registrar las comparaciones.
- Explicar en palabras o con material cómo comprobarlo.



* INVENTORES DE DESAFÍOS *

No basta con mostrarlo: deberán explicar cómo saben que su comparación es correcta.

10



* El verdadero tesoro no eran las piezas del cofre, sino la capacidad que ustedes demostraron para pensar, explicar lo que hicieron y trabajar en equipo. *

* INVENTORES DE DESAFÍOS *

Para abrir el cofre final, el malabarista les pide que inventen un truco matemático que pueda usar en su espectáculo. Puede ser una situación donde las cantidades sean iguales o donde una sea mayor o menor que la otra. No basta con mostrarlo: deberán explicar cómo saben que su comparación es correcta."

Actividad

1. En grupos, crear una situación de **igualdad o desigualdad** usando regletas y tapitas.
2. Representar la situación de forma concreta, simbólica y escrita.
3. Presentar el desafío inventado al resto del grupo, explicando el razonamiento.
4. Los demás estudiantes intentan resolver el desafío y verificar la respuesta.

Preguntas para elicitación pensamiento matemático y argumentación

1. ¿Cómo sabes que una expresión numérica representa una cantidad mayor que otra? Por ejemplo: si tienes $5 + 2$ y 9 , ¿cuál es mayor? ¿Cómo lo sabes?"
2. ¿Qué pasos seguiste para comprobar que tu desafío es correcto?"
3. ¿Hay otra forma de demostrarlo usando material concreto?"
4. "Si tu desafío fuera una desigualdad, ¿cuántas respuestas posibles tendría?"
5. ¿Cómo lo explicarías al malabarista para que lo entienda y lo pueda usar en su show?"

11

* CIERRE *

"Gracias a su ayuda, el malabarista ha recuperado su cofre y está listo para su gran presentación. Pero él dice que el verdadero tesoro no eran las piezas del cofre, sino la capacidad que ustedes demostraron para pensar, explicar lo que hicieron y trabajar en equipo. Antes de terminar, vamos a conversar sobre cómo resolvieron cada desafío."

Actividad

- Cada estudiante o grupo elige una de las pistas que más le gustó.
- Explican paso a paso cómo la resolvieron, describiendo cada acción y la razón de cada una.
- El grupo escucha y, si quiere, propone otras formas de resolver el mismo problema.

Preguntas para elicitación pensamiento matemático y comunicación

1. ¿Cómo lo resolviste? Cuéntame paso a paso."
2. ¿Por qué lo hiciste así? ¿Qué pensaste en cada paso?"
3. ¿Lo harías de otra forma? ¿Cuál y por qué?"
4. ¿Cómo puedes estar seguro/a de que tu respuesta es correcta?"
5. ¿Qué aprendiste hoy que podrías usar en otro desafío?"

13

Barras Cuisinaire



Tapas de Bebidas



Pizarras Individuales



Hojas y Lápices



Tarjetas

$2 + \square = \square + 1 + 1$	<	>
$2 + 5 = 4 + 3$	<	>
$12 + \square = \square + 7 + 1$	=	=

Anexo 8. Carta Gantt



Anexo 9: Transcripción Grupo Focal

Entonces, la primera duda, el primer desafío, lo hace el malabarista. El malabarista, nos deja una pista: encuentra el número que falta para que todo sea justo igual, ya. Entonces, yo les voy a presentar dos colecciones. Les voy a colocar, colocar aquí tres tapitas. Vamos a hacer lo mismo en las dos partes, tres tapitas, ya, permiso. Tres tapitas versus cinco tapitas. Y vamos a poner aquí cinco tapitas.

¿Cómo podríamos nosotros hacer esto para que sea justo igual en ambos lugares? ¡Aquí! Háganlo con las tapitas, si quieren, para que esto sea justo igual, G1:. Así, esto versus esto.

I2: Entonces, que estos sean iguales a estos, o estos a estos.

Entrevistador: Exacto, como usted guste.

J5: O sea, tía, ¿es como una ecuación?

Entrevistador: Es como una ecuación, ya ¿y cómo lo haríamos?, ¿cómo lo podríamos representar?

J5: Incógnita...

Entrevistador: Ya, la incógnita.

J5: Más...más tres es igual a cinco.

Entrevistado: A ver, ¿lo puedes dibujar? ¿Incógnita?

J5: Hago la x

Entrevistador: ¿Sí? Más tres es igual a cinco.

J5: y **Entrevistador:** Es igual a cinco.

Entrevistador: Y entonces, ¿cuál sería esa incógnita?

Hablen, díganlo.

I2: Dos.

Entrevistador: Dos, perfecto. Y ¿cómo lo podríamos aquí representar en lo concreto con las tapitas? ¿Cuántas tapitas nos faltarían?

I2: y **G1:** Dos

Entrevistador: Dos. Eso, dos.

Haga la rayita no se preocupe.

Perfecto. Entonces, ¿serían? ¿tres?

G1: Dos. ¿Tres más dos eh... sería...ehh... tres más dos son? Cinco

Entrevistador: Ajá.

G1: Y aquí hay cinco. Entonces, tres más dos igual cinco.

Entrevistador: ¿Tienes aquí un símbolo donde lo puedas representar?

Muy bien, muy bien también, perfecto.

Ahh, don S4 se está adelantando un poco. Pero está bien, muy bien.

Ahora, si yo tengo... A ver, voy a mostrar tres tapitas. ¿Ya? Vamos a dejar tres tapitas.

Vamos a dejar estas tres tapitas. No importa. Pero, voy a poner una regleta amarilla, una regleta amarilla.

G1: ¿Cuánto vale esa regleta amarilla?

Entrevistador: Ahí, ¿cuánto vale esa regleta amarilla?

I2: y **F3:** Cinco, cinco.

Entrevistador: Entonces, ¿cuántas tapitas? Para que quede, como dijo el malabarista, todo igual.

I2: ¿Cuántas tapitas tendríamos que colocar acá?

J5: Acá tendríamos que dejar tres, y ahí este...mira si le quitamos como unas tres.

G1: Ahh, se dejan dos. Lo mismo

Entrevistador: Perfecto. ¿Sería lo mismo?

G1: Si

Entrevistador: Exacto.

J5: Es como así como que... es así como un juego y...se cae...y

Entrevistador: Y se agrega la otra. Perfecto. Muy bien.

J5: Y ahí quedarían cinco

Entrevistador: Muy bien. ¿S4? ¿F3? Perdón.

F3: Estaba haciendo la suma

Entrevistador: ¿Estaba haciendo la suma?

Pero ¿estás de acuerdo con tus compañeras?

Y, ¿Cómo lo podríamos hacer sin contar desde cero? ¿Es necesario empezar a contar desde cero para obtener esa igualdad?

G1: No.

Entrevistador: No, ¿Por qué no?

I2: Porque lo podemos representar simplemente escribiéndolo

Entrevistador: Solo, simplemente escribiéndolo. Perfecto.

Muy bien. Muy bien, vamos muy bien chicos, son muy rápidos.

Y finalmente, voy a poner... cuatro tapitas. Vamos a poner aquí cuatro tapitas, ya. Versus dos tapitas.

J5: ¿Cómo que versus?

Entrevistador: Versus. Porque están contrarios.

Por eso es versus. ¿ok?

J5: **Cuatro** tapitas versus cuatro tapitas.

Entrevistador: Cuatro tapitas versus dos tapitas, pero una regleta roja.

G1: Oh, o sea que sería, ehh cuatro. Cuatro...

Entrevistador: ¿Qué vemos aquí?

¿Cómo representamos esto?

J5: Diez.

Entrevistador: **Mira** ¿Por qué sería cero?

I2: Porque lo restamos.

G1: Entonces sería uno.

Entrevistador: Aquí hay algo mayor o menor que... ¿O son iguales? ¿Cuál sería el símbolo que utilizarían? Y acá los chicos. ¿S4, F3:?.

F3: Ese.

Entrevistador: Ese. ¿Lo pueden colocar?

I2: No, igual, igual.

Entrevistador: Perfecto. ¿Es lo mismo entonces?

I2: J5: G1: F3: S4 Sííí.

Entrevistador: Muy bien, chicos. Pasamos el primer desafío. Entonces, entendimos ¿cierto? que hay una igualdad.

G1: Sí.

Ahora va a estar un poco más difícil, porque ahora el payaso perdió la cantidad de globos que tenía que llevar. Se le olvidó y hay que encontrar estos números perdidos.

G1: Ok

Entrevistador: Ya. Entonces. Vamos a jugar aquí con las tarjetas.

I2: Está al revés

Entrevistador: La primera.

G1: Está al revés

Entrevistador: ¿Dónde está? Ah la dejé acá.

G1:(Susurro) Está al revés

Entrevistador: Esta. Trece. Bah, perdón.

Trece, ahí, está el cofre perdido más trece, igualdad veintisiete.

¿Cuál sería ese? ¿Cuál es el número?

I2: Trece menos veintisiete. No, veintisiete menos trece.

Entrevistador: ¿Cómo lo representarían? Acuérdense que están aquí los materiales, pueden hacerlo como ustedes quieran.

G1: Ahh, también, ehh tres por...veintisiete

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve...

Entrevistador: Sáquelo

G1: ¿Hay uno de diez? ¿hay uno de diez?

Entrevistador:

Este, si no me equivoco.

G1: Ya, diez, ehh ocho, nueve, diez, serían noventa ehhh y trece.

Entrevistador: Muy bien. ¿Cuál sería el resultado?

J5: Catorce.

Entrevistador: Catorce.

J5: Para que sea una igualdad.

Entrevistador: Para que sea una igualdad, perfecto.

I2: y **G1:** Yyyy...siete... (ininteligible)

G1: Y acá sería ehh...

Entrevistador: Ocupalo ahí...¿Estás representando el catorce J5:? Estás haciendo toda la... el cofre perdido.

G1: Trece, catorce. Yo creo que era mío ese lápiz. Catorce.

Entrevistador: (Inaudible) Perfecto

G1: Y con ese serían catorce

Entrevistador:¿S4? Está haciendo una más difícil S4...

Muy bien, ahora, otra, dieciocho más el cofre perdido es igual a cincuenta

G1: Cincuenta...

Entrevistador: ¿Cuántos globos tiene que haber en ese cofre? Para que el payaso pueda, ahí está dieciocho. Esta F3:

G1: Treinta y dos

F3: ¿Treinta y dos?

G1: Si, treinta y dos

Entrevistador:¿Treinta y dos? ¿Cómo lo averiguaste?¿Cómo lo lograste F3:?

F3: Restando

Entrevistador:¿Restando?, ¿lo mismo? Lo mismo.

G1: Si, es que la profe nos enseñó que restaban los (chicos), y cuando suman ...la inversión, o sea contraría.

Entrevistador: Y ahí entonces con el treinta y dos ¿habría la igualdad?

I2: Ehh...no

Entrevistador: ¿No? Dieciocho más treinta y dos ¿es igual a cincuenta?

I2: Si

Entrevistador: Ahh, perfecto, muy bien, ya. Veo que les gusta, y son bastante rápidos así es que ahora les voy a hacer una un poquito, un poquito más difícil.

Ahí compártanlo para verlo

Compártalo con los chicos J5: porque tengo solamente dos. Ahí miren, doce más cajita es igual a otra cajita más siete más uno.

Acuérdense que tienen los bloques, las tapitas, hay porotos, pueden representarlo como ustedes gusten

G1: Exacto...

J5: Y no salió la igualdad de esto.

Entrevistador: Tienen que descubrirlo ustedes, ayuden al payaso ¿a ver...?

J5: Esto se suma

Entrevistador: Eso se suma

F3: Doce más ocho

Entrevistador: Yaa...doce más ocho...

F3: Veinte

Entrevistador: Veinte y, ¿para que sea igual?

I2: No, doce menos ocho

G1: Doce menos ocho...es más fácil la idea...mira, es doce menos ocho...ehh

Entrevistador: Tiene que ser igual, muy bien J5:...

No hay ninguna regla, yo no he dicho que el número sea el mismo, yo no he dicho que en ambos cofres sea el mismo número.

F3: dijo doce más ocho, ¿cierto? doce más ocho

F3: Veinte

Entrevistador: Veinte, y para que al otro costado haya veinte, ¿cómo podría, qué número nos estaría faltando?

F3: Ehh, el doce

Entrevistador: ¿El doce?... Puede ser una opción... ¿cierto?

I2: De hecho si, el doce

Entrevistador: ¿Cierto? ¿Podría ser una opción?

G1: El doce, Si, el doce lo ponemos acá y acá ponemos el veinte

Entrevistador: Exacto

I2: Ajá, aquí va el doce

Entrevistador: ¿Sí? ¿Y en la otra cajita cuál iría?

G1: El veinte

Entrevistador: ¿El veinte? ¿Segura?

G1: No, no, no...espérate...en la otra cajita iría el...

Entrevistador: F3: ¿Cuál iría en la otra cajita? Si es que ahí está el doce.

F3: El ocho

Entrevistador: Ocho, para que en ambos lados...¿cuánto sería?

I2: ¡Ahh! poh este, sería la incógnita que está con el doce...sería ocho...y este igual sería doce

Entrevistador: Exactamente

J5: Entonces ¿es ocho?

Entrevistador: Exactamente, y la otra sería

J5: Doce

Entrevistador: Doce

I2: Sí, doce

Entrevistador: Y ahí descubrimos las dos incógnitas. Ya, pero ustedes estaban buscando un número, un solo número, que fueran...

I2: Que era ese

Entrevistador:, y eran distintos números

G1: Eran distintos número .Tiene razón, eran dos

Entrevistador: Exactamente. Es que eran dos incógnitas, por eso

G1: (Ininteligible) Ahora vemos...las dos

Entrevistador:: Ahora quiero que miren este. Aquí está, doce más cinco igualdad cuatro más tres

F3: Doce más cinco, igualdad

G1: ¡Dos!

Entrevistador: Dos más cinco, perdón

¿Qué número estamos representando ahí?

J5: O sea que estos dos están iguales de las sumas

Entrevistador: ¿Cuál sería eso J5:?

¿Y solamente, esas sumas me representan ese número?

Igualdad. ¿me prestas tu...? Muy bien. Miren chicos.

¿Cierto? lo sumas esto...siete

J5: ¡Dos!

Entrevistador: Bah, dos más cinco, siete. Cuatro más tres, siete.

¿Sólo estos números me dan siete?

I2: J5: G1: F3: S4 Noo

Entrevistador:: ¿Ah, no? ¿Cuál F3:?

F3: Ehh, seis más uno

Entrevistador: ¿Cuál?

I2: Ehh, cuatro más dos... cuatro más tres

Entrevistador: Cuatro más tres

F3: Yo me sé otro. Seis más uno

Entrevistador: ¿Ya?

J5: Siete más cero

Entrevistador: Siete más cero, muy bien. ¿Cuál más S4?

G1: Ehh, cinco...

S4 Diez menos tres

Entrevistador: Diez menos tres, perfecto

G1: Cinco más dos

Entrevistador: Cinco más dos, perfecto. ¿Algún otro?

I2: Ehh...catorce menos siete

Entrevistador: Catorce menos siete...¿otro? Entonces, ¿solamente es esto? Hay muchas posibilidades para (ininteligible)

F3: Nueve menos dos

Entrevistador: Nueve menos dos, muy bien

S4 Ciento siete menos cien

G1: Veinte menos diecisiete

F3: Ocho menos uno

Entrevistador: Ocho menos uno

¿Ciento, cuánto...?

S4 Ciento siete menos, menos cien

Entrevistador: Muy bien, nos da igual el siete, perfecto

F3: Mil menos...

Entrevistador:: **Muy** bien... ¿Mil menos? ejjjj...

F3: Ehh...Novecientos noventa y siete

Entrevistador: ¿Novecientos noventa y...?

F3: Novecientos noventa y...

Entrevistador: Tres

F3: Tres

Entrevistador

Muy bien, ya. Ahora, el reto de las desigualdades

J5

¡Ehhhh!

Entrevistador

¡Uhhh!

Ahora se pone un poco más difícil. El malabarista ahora tiene que descubrir algunos números, pero unos pueden ser mayor o menor, o igual. Aquí ya no hablamos solo de igualdad, hablamos de lo que allá el S4 ya está hace rato está ahí jugando, con algunos que son mayor o menor que, ¿ya? Primero se los voy a representar. Vamos a guardar esto, porque ya avanzamos con esto. Lo voy a representar con las tapitas y con los bloques que teníamos acá.

J5

Con las tapitas

Entrevistador

¿Con las tapitas?, perfecto. Vamos a retirar estas láminas.

G1

¿Tienes Confort para...?

Entrevistador

Yo creo que ahí tenían...la profesora ayudante nos indica (ininteligible).

S4

La mayoría está...

Entrevistador

Tres...

S4

No me des porotos

Entrevistador

Más uno...mira.

I2

Creo que está de nuevo al revés

Entrevistador

Lo que pasa es que la impresión está así.

S4

Esos son mis porotos. Versus...uno

Entrevistador

Tres más uno versus...

F3

Tres más uno versus...

Entrevistador

Dos más dos, están los contrarios.

S4

Ahh, un poroto malo

G1

Ahh, espérate, son tres más uno

Entrevistador

Están los contrarios.

Tres más uno, voy a poner el bichito, tres más uno, es igual a dos más dos ¿cierto?

I2

Noo, sii, obvio que se puede hacer

Entrevistador

Si se puede, si se borra

¿Cierto? Teníamos la igualdad

G1

Sip

Entrevistador

Pero ahora si yo le coloco,

J5

Tres...

Entrevistador

Más dos

J5

Más dos

Entrevistador

Más dos

G1

O sea que sería...

Entrevistador

¿Qué símbolo...? ¿cómo lo podrían representar?, ¿sigue siendo igual?

G1

Noo

Entrevistador

Entonces, ¿cuál es el símbolo que tendríamos que usar? Ahí están los símbolos. Si quieren, lo rayan... ¡ah, por fin!

F3

¿Este?, posible y ¿este?, posible

Entrevistador

Exacto. Acá entonces, F3 ¿cómo sería, cómo quedaría aquí?

G1

Este sería

Entrevistador

¿Cómo quedaría aquí representado? ¿Hacia allá o hacia acá?
Acá están los símbolos ¿cómo quedaría representado F3?

F3

Hacia allá

Entrevistador

¿Hacia allá?, ¿cómo puedes leer esto?

F3

Trece más uno, menor...dos más dos, más dos.

Entrevistador

Es menor ¿están de acuerdo las chicas?

I2 y G1

Sii

S4

X es igual a cinco

Entrevistador

¿Cómo? X es igual a cinco

G1

Había tres incóg... ehh tres incógnitas, si estaba bien

F3

Yo...(ininteligible) porotos

J5

Solo si fuese, ¡ya! solo si fuese este número cuatro ahí sería una igualdad

G1

Cuatro menor que..ehh...

Entrevistador

Exactamente

G1

Nueve menos dos, serían cuatro, cinco, seis

Entrevistador

Sí, entonces tres más uno

G1

Menor

Entrevistador

Menor que

G1

Que

Ehh...dos más dos más dos

Entrevistador

¿Cuál sería la igualdad aquí?

I2

Eh, dos

Entrevistador

¿Y acá?

F3

Con porotos, representamos con porotos

G1

Ehh, cuatro, cinco, seis

Entrevistador

¿Cuál sería la igualdad aquí?
¿Cuánto sería la igualdad?

G1

Seis

J5

G1, G1 ¿me prestas ese Confort?

Entrevistador

Perfecto.

Ya, ahora quiero que representemos acá

J5

¡Ehh, profe!

I2 G1

Ahhhh

Entrevistador

A ver, ¿qué se nos presenta aquí, ahora?

El cofre perdido, más dos...

J5

Ah, eso es fácil

Entrevistador

Es mayor que...tres

J5

Dos más...

S4

Cien igual es mayor que veinte

J5

Es fácil

Entrevistador

Ya, perfecto

Es fácil J5 ¿por qué es fácil?

S4

Porque es fácil

I2

Ese es... ¡Ah! mayor que

Entrevistador

Mayor que

¿S4? a tí te gustan estas. Tengo una cajita más dos, es mayor que tres

F3

El resultado sería

Entrevistador

Calcula el resultado F3

F3

Dos

Entrevistador

Dos. Dos... qué, es mayor que tres. Y ¿es solo ese resultado?

G1

No, hay más mayor

Entrevistador

¡Hay más! Y si yo coloco el uno aquí ¿me sirve?

J5

No, porque no se usa, porque o sino te daría una igualdad.

Entrevistador

Exacto, y no estamos buscando igualdad ¿cierto? estamos buscando...

I2 J5 G1

¡Desigualdad!

Entrevistador

Desigualdad, perfecto.

Simple, mire que simple

G1

Ohhhh

Entrevistador

Simple, ¿Ahí, qué número colocaríamos en esa cajita?

F3

Nueve

Entrevistador

Nueve, nueve ¿seguro? Mírala. Míralo bien el cofre

J5

Estos dos se separan, uno es más mayor entonces se podría hacer como siete, seis cinco, cuatro...

Entrevistador

Perfecto

F3

Serían...ooo

G1

Ocho y medio

J5

Y etc.

Entrevistador

¿Cuánto sería entonces, J5?, ¿tenemos una posibilidad?

J5

Mmm, chi

Entrevistador

¿Solo tenemos, solo un resultado?

J5

Ah, no

Entrevistador

¿No?

J5

Hay más

Entrevistador

¿Cuántos tenemos?

I2

Ehh, tenemos...

J5

Siete, seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno

F3

Siete, seis, cinco...

S4

Infinitos

I2

Todos los que no se pasen de ocho

Entrevistador

Todos los que no se pasen de ocho. Perfecto

F3

O sea, sería cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.

I2

Tres, cuatro, cinco, seis, siete

Entrevistador

Muy bien, muy bien. Ya...

J5

Otra, otra, otra

Entrevistador

Ya, mucho más fácil. Es mucho más fácil.

G1

Si, como no

Entrevistador

Cómo no si es mucho más fácil. ¿Cómo cumplimos esa desigualdad? Cuatro es mayor que uno más dos.

El S4. S4, mira, representa eso.

G1

Cuatro, es menor que...uno

F3 Yo también quiero una tabla

Entrevistador

¿Quiere una tabla?

I2

Yo también quiero una tabla. Soy la única que no tengo tabla.

Entrevistador

Aquí hay dos. Aquí está la tabla.

F3

Cuatro

S4

Cuatro

Entrevistador

Cuatro

S4

Mayor que

Entrevistador

Mayor que

S4

Uno más dos

Entrevistador

Uno más dos

F3

Más dos, sería

G1

O sea, es que uno más dos son tres, entonces, el cuatro es mayor

Entrevistador

¿Está bien o está mal?, ¿está bien o está mal lo que estamos expresando aquí?

F3

Está, está, está, está

Entrevistador

¿Está correcto o incorrecto?

F3 y S4

Está

Entrevistador

Estáa, bien

S4

Bien.

Entrevistador

Perfecto

G1

Bien

Entrevistador

¿Solamente el cuatro puede ser la opción o pueden ver más?

G1

Noo

I2

No, o sea el uno, dos, tres

Entrevistador

Exactamente, muchas opciones

F3

Está bien, bien mal

Ya, y ahora, el reto final. El reto final. El reto final es que ustedes inventen una igualdad o desigualdad, como ustedes quieran y la puedan explicar a su compañero. Inventen ustedes, inventen una...

F3: Una igualdad

Entrevistador: O desigualdad

I2: ¿Pueden ser ecuaciones o inecuaciones?

G1: Ecuaciones e inecuaciones

Entrevistador: Exactamente, ecuaciones e inecuaciones. Quiero que inventen ustedes una y que después la puedan explicar.

F3: ¿La puedo resolver?

Entrevistador: Por supuesto, si esa es la idea. Y que la puedan representar con los bloques, los porotos, todo lo que ustedes gusten.

F3: Porotos, porotitos

Entrevistador: Porotitos, porotitos

I2: Porotos, porotitos

Entrevistador: Mira, corazones, muy bien.

S4 Ciento veintinueve millones doscientos treinta y cinco mil trescientos cincuenta y seis.

Entrevistador: Ja, ja, ¿es igual a qué?, ¿es mayor qué o es menor qué o es igual?

F3: Es menor que dos mil. Listo.

Entrevistador: Muy bien. ¿Dejamos que los compañeros terminen y después lo explicamos F3:?
Ja, ja, ja, ja, yaa, perfecto, perfecto, si.

J5: Terminé la igualdad

Entrevistador: Muéstralo a la cámara. J5: ¿me lo puedes explicar?

J5: Este tres más uno es igual que incógnita más cinco igual a dieciocho. O sea, estos dos, o sea, tres más uno, este tenemos que sumarlos, pa' abajo

Entrevistador: ¿Yaa?

J5: Y la incógnita se queda ahí. Y este, se suma con...a verte, ah espérate, ah espérate que me equivoqué en esta.

Entrevistador: Sí, tranquila.

(Ininteligible) tenemos bloques también

F3: Treinta y uno

Entrevistador: S4 ¿me lo puedes explicar?

¿Y por qué lo borraste?, ¿me lo podrías explicar?

S4 Ese es el ejemplo

Entrevistador: Yaa, ese es el ejemplo. Ciento...

S4 Cien...ciento veintinueve millones doscientos treinta y cinco mil trescientos cincuenta y seis

Entrevistador: Menos x es igual a...

S4 Ciento veintinueve millones doscientos treinta y cinco mil

Entrevistador: Perfecto, lo entiendo, muy bien

F3: ¿me puedes explicar?

F3: X menos... x menos ocho es igual treinta y dos

Entrevistador: ¿Y cómo lo resolviste?

F3: X treinta y dos más ocho es igual a cuarenta

Entrevistador: Entonces, tu cofre perdido es igual a seis

F3: Esto es x más dos es igual a ocho. Ocho menos dos es igual a seis

Entrevistador: Muy bien. Entonces el cofre perdido es igual a seis, perfecto.

¿Ahora sí? Ahora sii, ya lo entendí, claro, le había colocado dos símbolos iguales. Ahora entiendo ¿lo puedes explicar J5:?

J5: Estee cuatro más nueve, estee se lo suman y estee da trece

Entrevistador: Ajá

J5: Estee... y estee la incógnita, la incógnita, lo dejamos allí como... y este, en este, se sum... ya que este dio trece... se lo suman. Y estee tienen que sumarle, estee algo más para que diera el resultado o sino daría dieciocho y la incógnita, entonces la incógnita sería un uno y daría diecinueve.

Entrevistador: Perfecto, muy bien

J5: Mostrarlo, ahí está

I2: Lo tengo

Entrevistador: ¿Ya?

I2: ¿Hay que achicarlo?

Entrevistador:: Si, no, no importa. Muy bien

I2: Ehh, la incógnita menos seis es igual a cuatro

Entrevistador:: Ajá

I2: Y el seis le quito cuatro me da... ah al, al seis, seis más cuatro me da diez

Exacto

y...entonces este sería diez y diez menos cuatro me da seis,

Perfecto.