UDLA UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICAS FÍSICA Y ESTADÍSTICA

FACULTAD DE INGENIERÍA Y NEGOCIOS

Problemas propuestos y resueltos de Matemática para Medicina Veterinaria

Fondo Concursable de Generación de Material Académico

Autores
Mg. Cecilia Herrera Cruz
Mg. Katherine Sandoval Perdomo
Mv. René Oliva Flores

Fondo Concursable de Generación de Material Académico

ISBN:

Primera edición: Septiembre 2025

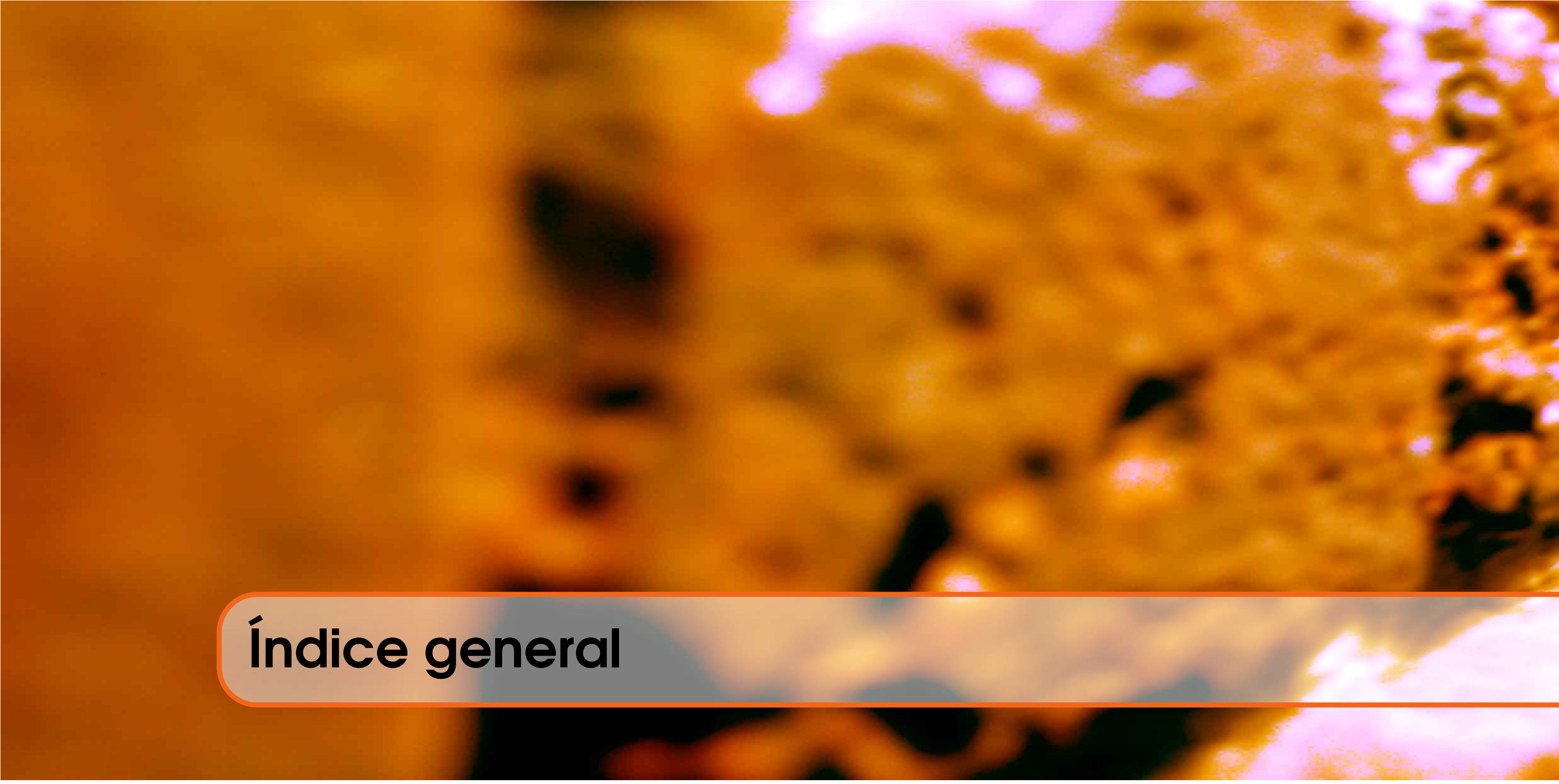
Imagen de portada: Shutterstock

Autores: Cecilia Herrera Cruz, Katherine Sandoval Perdomo y René Oliva Flores

Edición
Camila Muñoz Parietti

Coordinación
Ricardo Monge Rogel

Universidad de Las Américas
Dirección: Avda. Manuel Montt 948, Providencia, Santiago de Chile.
www.udla.cl



Índice general

I Unidad I: Proporciones, porcentajes, potencias y raíces

II Unidad II: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

III Unidad III: Funciones

Unidad I: Proporciones, porcentajes, potencias y raíces

1. Ejercicios resueltos

1.1 Proporción directa e inversa

Problema 1. Por cada 2 kilos de producción de leche, las vacas adultas requieren de 7 kg de materia seca. ¿Cuántos kilos de materia seca se necesitan para una producción de 300 kilos de leche?

Desarrollo: Construimos la regla de tres simple:

Kilos de leche		Kilos materia seca
2	$\longrightarrow$	7
300	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{300 \cdot 7}{2} = 1050$$

Así, se requerirán 1.050 kilos de materia seca.

Problema 2. En una lechería hay que atender a unas terneras enfermas con diarrea. Se debe preparar suero mezclando agua (litros) y glucosa en polvo (cucharadas) en la razón de 1 : 4. Si una cucharada equivale a 12 gramos, ¿cuántos gramos de glucosa en polvo se requiere en una mezcla con 6 litros de agua?

Desarrollo: Construimos la regla de tres simple:

Litros de agua		Cucharadas de glucosa
1	$\longrightarrow$	4
6	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{6 \cdot 4}{1} = 24$$

Así, se requerirán 24 cucharadas de glucosa.

Construimos nuevamente una regla de tres simple:

Cucharadas		Gramos de glucosa
1	$\longrightarrow$	12
24	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{24 \cdot 12}{1} = 288$$

Así, se necesitarán 288 gramos de glucosa.

Problema 3. En una reserva natural, por cada 2 animales invertebrados hay 5 animales vertebrados. Si la reserva tiene 567 animales entre vertebrados e invertebrados, ¿cuántos animales vertebrados tiene la reserva?

Desarrollo: Se considera X: número de animales invertebrados, e Y: número de animales vertebrados.

$$X + Y = 567$$

$$\frac{2}{5} = \frac{X}{Y}$$

$$X = \frac{2}{5}Y$$

Así,

$$\frac{2}{5}Y + Y = 567$$

$$\frac{7}{5}Y = 567$$

$$Y = 405$$

De este modo, hay 405 animales vertebrados en la reserva.

1.2 Proporción compuesta

Problema 1. Suponga que en una granja hay 60 animales, entre vacas, ovejas y caballos. La razón entre vacas, ovejas y caballos es de 5 : 2 : 3. ¿Cuántas vacas hay más que caballos? ¿Cuántos caballos hay más que ovejas?

Desarrollo: Sea v: número de vacas, o: número de ovejas y c: número de caballos.

Así:

$$v+o+c=60$$

Además,

$$\frac{v}{5}=\frac{0}{2}=\frac{c}{3}=k$$

donde k es la constante de proporcionalidad. De esta forma, $v=5k$, $o=2k$, y $c=3k$. Al reemplazar esta información en

$$v+o+c=60$$

$$5k+2k+3k=60$$

$$10k=60$$

$$k=6$$

Luego, al reemplazar $v=5k$, $o=2k$ y $c=3k$, se encuentra que $v=30$, $o=12$ y $c=18$.

Entonces, ¿cuántas vacas hay más que caballos? Hay 12 vacas más que caballos. ¿Y cuántos más caballos hay que ovejas? Hay 6 caballos más que ovejas.

Problema 2. Suponga que unas ratas de laboratorio se alimentan con una mezcla de tres nutrientes: A, B y C. Un saco del alimento pesa 600 gramos y los nutrientes se distribuyen respectivamente en la razón de 2 : 3 : 1. ¿Cuántos gramos del nutriente A se encuentran en 10 sacos de este producto?

Desarrollo:

$$\frac{A}{2}=\frac{B}{3}=\frac{C}{1}=k$$

Donde k es la constante de proporcionalidad.

Así, $A=2k$, $B=3k$ y $C=k$.

$$A+B+C=600$$

$$2k+3k+k=600$$

$$6k=600$$

$$k = 100$$

Entonces, en un saco del alimento hay 200 gramos del producto A.

Así, en 10 sacos se requieren $10 \cdot 200 = 2000$ gramos del alimento A.

Problema 3. Con 700 kilos de forraje se alimenta a 10 vacas de igual peso durante 7 días. ¿Por cuántos días comen ellas con 1400 kilos de alimento si el dueño compró 4 vacas más?

Desarrollo: Primero, construimos la regla de tres simple:

Vacas		Días		Kilos
10	$\longrightarrow$	7	$\searrow$	700
14	$\longrightarrow$	x	$\nearrow$	1400

$$14 \cdot x \cdot 700 = 10 \cdot 7 \cdot 1400$$

$$x = 10$$

De este modo, el alimento duraría 10 días con el mayor número de vacas.

1.3 Conversión de unidades

Problema 1. El médico veterinario me indicó alimentar a mi gato sano con 25 gramos de un alimento por cada kilo de peso corporal al día. Yo compré un saco de 3 kilos del alimento y el médico me obsequió 2 bolsas de muestra de 150 g cada una. Si mi gato pesa 4 kilos, ¿durará un mes todo este alimento?

Desarrollo: Como mi gato pesa 4 kilos, diariamente debería consumir $25 \cdot 4 = 100$ gramos. Construimos ahora una regla de tres simple:

Kilos		Gramos
1	$\longrightarrow$	1000
3	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{3 \cdot 1000}{1} = 3{,}000$$

Así, la bolsa de alimento que compré tiene 3,000 gramos de comida. Si además agregamos las 2 muestras gratis, tenemos 3.300 gramos del alimento.

Hacemos nuevamente una regla de tres simple:

Días		Gramos
1	$\longrightarrow$	100
x	$\longrightarrow$	3300

Luego

$$x = \frac{3300 \cdot 1}{100} = 33$$

Así, el alimento durará 33 días, por lo que la bolsa durará el mes completo.

Problema 2. Marcela tiene enfermo a su conejo Teodoro. Su veterinario le indicó un antibiótico por cuatro días, en dosis diarias de 40 miligramos por kilo. Si Teodoro pesa $1,25$ kilos, ¿cuántos gramos del medicamento recibió?

Desarrollo: Primero construimos la regla de tres simple:

Miligramos (mg)		Kilos (kg)
40	$\longrightarrow$	1
x	$\longrightarrow$	1,25

Luego

$$x = \frac{1,25 \cdot 40}{1} = 50$$

Así, al conejo se le deben administrar 50 mg diarios del antibiótico. Para saber cuánto recibe en cuatro días, nuevamente construimos la regla de tres simple:

Milígramos (mg)		Días
50	$\longrightarrow$	1
x	$\longrightarrow$	4

Luego

$$x = \frac{4 \cdot 50}{1} = 200$$

Así, se le administran 200 mg del medicamento en los cuatro días.

Finalmente, hacemos la conversión a gramos:

Gramos (g)		Milígramos (mg)
1	$\longrightarrow$	1000
x	$\longrightarrow$	200

Luego

$$x = \frac{200 \cdot 1}{1000} = 0,2$$

Teodoro recibió en total $0,2$ gramos del medicamento para su tratamiento.

Problema 3. Dos perros, Jack y Toro, estuvieron hospitalizados por deshidratación. Ambos pesan 10 kilos. Jack recibió 1 ml de suero por minuto en un transcurso de 24 horas. A Toro le administraron 1,3 ml de suero por minuto en un transcurso de 18 horas. ¿Cuál de estos perros recibió más suero?

Desarrollo: Jack recibió diariamente $60 \cdot 24 = 1440$ ml de suero en las 24 horas. Esto se debe a que el medicamento se administra por minuto.

El perro Toro recibió diariamente $60 \cdot 18 \cdot 1,3 = 1404$ ml en las 18 horas. Esto se debe a que el medicamento se administra por minuto.

Así, el perro Jack recibió más suero.

1.4 Porcentajes

Problema 1. Según el Registro Nacional de Mascotas, en tres años han logrado rescatar a 1,862,092 perros y gatos. El detalle se registra en el siguiente cuadro:

Figura 1. Sexo de perros y gatos según el Registro Nacional de Mascotas

SEXO

	PERRO	GATO
HEMBRA	753.731	248.091
MACHO	685.841	174.429

Nota. Adaptado de Subsecretaría de Desarrollo Regional y Administrativo, 2022.

En base a esta información, determine:

1. Del total de mascotas rescatadas, ¿qué porcentaje son perras?
2. Del total de gatos rescatados, ¿qué porcentaje son machos?

Desarrollo:

1. Del total de mascotas rescatadas, ¿qué porcentaje fueron perras?

   Construimos una regla de tres simple:

Mascotas		Porcentaje
1.862.092	$\longrightarrow$	100
753.731	$\longrightarrow$	x

   Luego

$$x = \frac{753{,}731 \cdot 100}{1{,}862{,}092} = 40,4776$$

   Aproximadamente, el 40 % del total de mascotas rescatadas fueron perras.

2. Del total de gatos rescatados, ¿qué porcentaje fueron machos?
   Construimos una regla de tres simple:

Gatos		Porcentaje
422.520	$\longrightarrow$	100
174.429	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{174{,}429 \cdot 100}{422{,}520} = 41,283$$

Del total de gatos rescatados, el 41 % son machos.

Problema 2. Se sabe que un perro presenta sobrepeso si supera entre un 10 % y un 20 % su peso ideal. En una clínica veterinaria, el 60 % de los 40 perros atendidos en el mes presenta sobrepeso. De todos ellos, el 25 % no tiene problemas cardíacos. Determine la cantidad de perros atendidos mensualmente que, además de tener obesidad, también tienen problemas cardíacos.

Desarrollo: Primero, construimos la regla de tres simple:

Perros atendidos en el mes		Porcentaje
40	$\longrightarrow$	100
x	$\longrightarrow$	60

Luego

$$x = \frac{60 \cdot 40}{100} = 24$$

De este modo, 24 perros atendidos en el mes presentan sobrepeso.

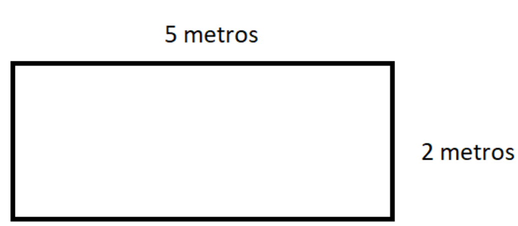
Perros		Porcentaje
24	$\longrightarrow$	100
x	$\longrightarrow$	75

Luego

$$x = \frac{75 \cdot 24}{100} = 18$$

Así, 18 perros atendidos en el mes presentan sobrepeso y además problemas cardíacos.

Problema 3. Se tiene un corral rectangular para gallinas, cuyas dimensiones se registran en la siguiente imagen:



Si el largo se aumenta en un 20 %, ¿en qué porcentaje se debería aumentar aproximadamente el ancho para que la superficie se duplicara?

Desarrollo: Construimos la regla de tres simple:

Metros		Porcentaje
5	$\longrightarrow$	100
x	$\longrightarrow$	20

Luego

$$x = \frac{5 \cdot 20}{100} = 1$$

Así, con un 20 % más, el largo del corral aumenta a 6 metros.

Como el área debe duplicarse, es decir, medir 20 metros cuadrados, ahora es necesario calcular el porcentaje de aumento del ancho con un largo de 6 metros:

$$A = 6 \cdot (2 + x\% \cdot 2) = 20$$

$$A = (2 + x\% \cdot 2) = \frac{20}{6}$$

$$A = (x\% \cdot 2) = \frac{20}{6} - 2$$

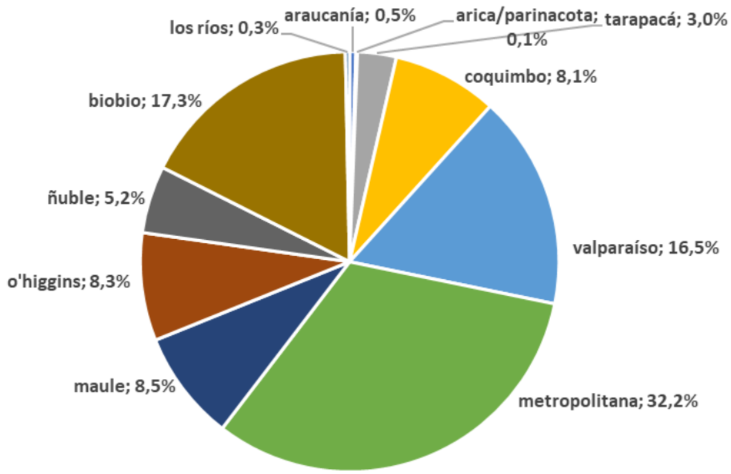
$$A = x\% = (\frac{20}{6} - 2) : 2$$

$$x = 0,666$$

En conclusión, con el nuevo largo del corral, el ancho debe aumentar en aproximadamente en un 66,7 % para que su superficie se duplique.

Problema 4. Según cifras de la Asociación de Productores de Huevos (Chile Huevos), la producción anual estimada del sector alcanzó la cifra de 4.600 millones de huevos en el año 2022. El detalle se registra en porcentajes y regiones en el siguiente gráfico:

Figura 2. Producción anual de huevos según región (en capacidad productiva, a marzo de 2023)



Nota. Adaptado de *Distribución geográfica de la producción*, de Chilehuevos, s.f., Asociación de productores de huevos.

¿Cuántos huevos no se produjeron en la región de Valparaíso?

Desarrollo: A partir de todos los datos del gráfico, primero calculamos el porcentaje que no corresponde a la región de Valparaíso.

$$100\,\% - 16,5\,\% = 83,5\,\%$$

Construimos la regla de tres simple:

Huevos		Porcentaje
4600 millones	$\longrightarrow$	100
x	$\longrightarrow$	83,5

Luego

$$x = \frac{4600 \cdot 83,5}{100} = 3841$$

Así, del total de huevos, 3841 millones de huevos no se produjeron en la región de Valparaíso.

Problema 5. Según un estudio de una conocida marca de alimentos de mascotas, un perro debería comer diariamente aproximadamente entre un $2\,\%$ a un $2,5\,\%$ de su peso corporal. Don Pedro tiene 4 perros y sus pesos en kilos se distribuyen en la siguiente tabla:

Perro	Peso (kilos)
Toby	12
Oso	22
Laika	16
Dolka	18

Si don Pedro compra una bolsa de alimento de 20 kilos para alimentar a sus perros, ¿cuánto le durará el alimento?

Desarrollo: Primero, buscamos cuánto alimento tendría que comer cada mascota, tomando en cuenta el $2,5\,\%$ de su peso corporal.

Perro	Peso (kilos)	Alimento (gramos)
Toby	12	300
Oso	22	550
Layka	16	400
Dolka	18	450
Total		1700

Es decir, sus perros consumen diariamente 1,7 kilos. Construimos ahora la regla de tres simple:

Alimento (kg)		Días
1,7	$\longrightarrow$	1
20	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{20 \cdot 1}{1,7} = 11,764$$

De este modo, si don Pedro alimenta a sus perros considerando la ración recomendada para cada uno, la bolsa le durará aproximadamente 11 días.

1.5 Potencias

Problema 1. Suponga que la cantidad de perros abandonados en el año, en un país ficticio, se registra según el siguiente cuadro:

Año	2021	2022	2023
Perros abandonados (en miles)	729	2187	6561

Si este modelo continúa, ¿cuántos perros abandonados llegaría a tener ese país para el año 2025? Escriba su resultado en notación científica.

Desarrollo: Al completar la tabla en potencias, se obtienen las siguientes cifras:

Año	2021	2022	2023	2024	2025
Perros abandonados (en miles)	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}

De esta forma, para el año 2025 se proyectarían $3^{10} \cdot 1000 = 59{,}049{,}000$ perros abandonados, que corresponde en notación científica a: $5,9049 \cdot 10^7$ perros abandonados.

Problema 2. Un caballo fina sangre en entrenamiento moderado requiere de 35.000 calorías diarias para tener una alimentación balanceada y de calidad. ¿Cuántas calorías en su alimentación requieren 8 caballos fina sangre para un entrenamiento de una semana? Exprese el resultado como notación científica.

Desarrollo: Primero construimos la regla de tres simple:

Caballos		Calorías
1	$\longrightarrow$	35.000
8	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{8 \cdot 35{,}000}{1} = 280{,}000$$

Así, se requieren diariamente 280.000 calorías para los 8 caballos.Volvemos a aplicar una regla de tres simple:

calorías		días
280.000	$\longrightarrow$	1
x	$\longrightarrow$	7

Luego

$$x = \frac{7 \cdot 280{,}000}{1} = 1{,}960{,}000$$

De este modo, en notación científica se requerirán $1,96 \cdot 10^6$ calorías para los 8 caballos en los 7 días de entrenamiento moderado.

Problema 3. A partir de una muestra obtenida en una planta faenadora, un investigador analiza el crecimiento de una población bacteriana en un medio de cultivo. Si al inicio del experimento hay $1,4 \cdot 10^4$ bacterias en el cultivo y se sabe que ellas se duplican cada 4 horas, ¿cuántas bacterias existirán al cabo de 12 horas?

Desarrollo: Completando la tabla en potencias, se tiene:

Horas		Bacterias
0	$\longrightarrow$	$1,4 \cdot 10^4$
4	$\longrightarrow$	$2 \cdot 1,4 \cdot 10^4$
8	$\longrightarrow$	$2^2 \cdot 1,4 \cdot 10^4$
12	$\longrightarrow$	$2^3 \cdot 1,4 \cdot 10^4$

Luego, a las 12 horas existirán $2^3 \cdot 1,4 \cdot 10^4 = 112,000$ bacterias.

Problema 4. Suponga que un avicultor ha observado que la cantidad de gallinas que tiene en su granja aumentó considerablemente de acuerdo al siguiente modelo:

Año	1	2	3
Número de gallinas	$2^3 \cdot 3$	48	$2^5 \cdot 3$

Su gallinero tiene una capacidad para albergar 3.000 gallinas. ¿En qué año debería ampliarlo?

Desarrollo: Comenzamos a descomponer los números para buscar un modelo que entregue la cantidad de gallinas del siguiente modo:

$$24 = 8 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$48 = 2 \cdot 24 = 2 \cdot 2^3 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$$

$$96 = 2 \cdot 48 = 2 \cdot 2^4 \cdot 3 = 2^4 \cdot 6$$

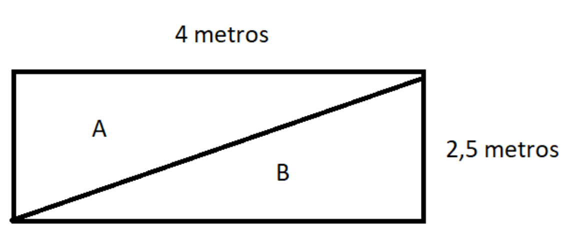
Por lo tanto, se ve que el crecimiento de las gallinas sigue un patrón:

- Al cuarto año, el avicultor tendrá $2^6 \cdot 3$ gallinas.
- Al quinto año, tendrá $2^7 \cdot 3$ gallinas.
- Al sexto año, tendrá $2^8 \cdot 3$ gallinas.
- Al séptimo año, tendrá $2^9 \cdot 3$ gallinas.
- Al octavo año, tendrá $2^{10} \cdot 3$ gallinas.

Siguiendo el patrón de seguimiento, en el octavo año existirán 3.072 gallinas. En conclusión, el gallinero del avicultor solo podrá albergar a sus 3000 gallinas hasta el séptimo año.

1.6 Raíces

Problema 1. En una lechería, una parte de sus mejores vacas está en un corral rectangular. Ahora necesitan dividir este sector en dos regiones, A y B. El corral posee las dimensiones como aparecen en la siguiente imagen:



Redondeando al entero más próximo, ¿de cuántos metros de alambre aproximadamente deben disponer para esta división?

Desarrollo: Sea x la cantidad de metros que se requiere de alambre. Si utilizamos el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$x^2 = 4^2 + (2,5)^2$$

$$x^2 = 22,25$$

Aplicamos raíz cuadrada y nos quedamos solamente con la parte positiva, dado que $x > 0$

$$x = \sqrt{22,25}$$

$$x = 4,71699$$

Para la nueva división, en la lechería deben disponer de aproximadamente 5 metros de alambre.

Problema 2. Según el libro *Precálculo. Matemáticas para el cálculo* de Stewart, Redlin y Watson, la relación longitud/peso para un lenguado del Pacífico se puede aproximar con la fórmula

$$L = 0,46\sqrt[3]{W}$$

donde W se mide en kilogramos y L es en metros. ¿Según esta fórmula, cuántos centímetros aproximadamente mide un lenguado de 1.200 gramos?

Desarrollo: Primero, hacemos la conversión de gramos a kilogramos como aparece en esta tabla:

Kg		Gramos
1	$\longrightarrow$	1000
x	$\longrightarrow$	1200

Esto da

$$x = \frac{1200 \cdot 1}{1000} = 1,2$$

Reemplazando esta información en la fórmula

$$L = 0,46\sqrt[3]{1,2}$$

$$0,4888$$

Metros		Centímetros
1	$\longrightarrow$	100
0,4888	$\longrightarrow$	x

se obtiene

$$x = \frac{0,4888 \cdot 100}{1} = 48,88$$

En conclusión, el lenguado mide aproximadamente 49 centímetros.

2. Ejercicios propuestos

2.1 Proporción directa e inversa

Problema 1. Un perro requiere administración de 600 ml de suero fisiológico intravenoso a una tasa de 20 ml por hora, en un tiempo total de 24 horas. Si este tiempo es inversamente proporcional a la tasa de administración, ¿cuánto tiempo tomará administrar el suero fisiológico si se aumenta la tasa de administración a 25 ml por hora?

Respuesta: Tomará 19,2 horas administrar el suero fisiológico.

2.2 Proporción compuesta

Problema 1. Un refugio de animales rescatados tiene un suministro de alimento especial para gatos, suficiente para alimentar a 12 gatos durante las próximas 2 semanas, distribuyendo raciones de 80 gramos por gato y por día. ¿Cuántos días durará el suministro de alimentos si el refugio recibe 4 nuevos gatos y el veterinario recomienda aumentar la ración a 90 gramos por gato y por día? (Aproxima el resultado al entero más cercano).

Respuesta: Aproximadamente, 9 días durará el suministro con esas nuevas condiciones.

2.3 Conversión de unidades

Problema 1. Para tratar una infección bacteriana, un gato necesita recibir 25 mg/kg de Metronidazol. Este medicamento viene en una suspensión oral, la que, por cada 100 ml de solución, contiene 2,5 g de

Metronidazol. Si el gato pesa 4,5 kg, ¿cuántos ml de suspensión oral se deben administrar?

Respuesta: Se administrarán 4,5 ml de suspensión oral para un gato con ese peso.

Problema 2. Un perro de 22 kg de peso necesita ser tratado con Carprofeno y se le administra una dosis de 4,4 mg/kg cada 24 horas. Si el medicamento está disponible en una solución inyectable cuya presentación es 44 mg/ml, ¿cuántos mililitros del medicamento debe inyectarse al perro cada 24 horas?

Respuesta: Se inyectan 2,2 ml del medicamento cada 24 horas.

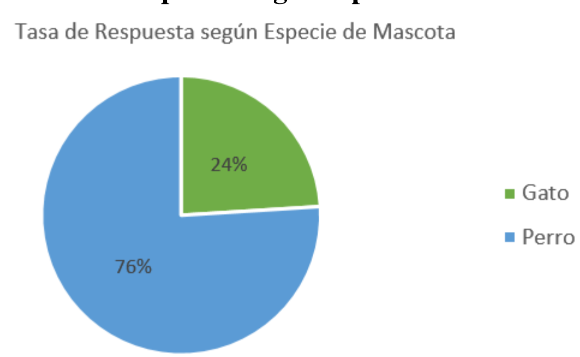
Problema 3. Un asesor médico veterinario le indica a usted que debe considerar una superficie total de 7 m^2 por vaca dentro de cada corral que tenga. Si usted dispone de 1,2 hectáreas de superficie para construir corrales, ¿cuántas vacas como máximo podría tener en la superficie disponible? Aproxime el resultado al entero más cercano, considerando que 1 hectárea =10.000 m^2.

Respuesta: Aproximadamente 1714 vacas.

2.4 Porcentajes

En el año 2021, se realizó la primera Encuesta Nacional a los tenedores de mascotas o animales de compañía en Chile. En ella, se reportaron 147.906 animales de compañía a nivel nacional, distribuidos de la siguiente manera:

Figura 3. Tasa de respuesta según especie de mascota



Fuente: Mardones y Guerrero, 30 de noviembre de 2021, Boletín Técnico.

Utilice esta información para responder los problemas 1 y 2.

Problema 1. Uno de los resultados de dicha encuesta indicó que el $77,5\,\%$ de los perros reside en casa. ¿Cuántos perros de la muestra reportada residen en casa? Aproxime sus resultados a los enteros más cercanos.

Respuesta: En casa residen 87.117 perros.

Problema 2. Gracias a la encuesta, también se supo que 33.515 gatos están esterilizados. Considerando esta información, ¿qué porcentaje de los gatos está esterilizado? Aproxime sus resultados a los enteros más cercanos.

Respuesta: Del total de gatos, hay 94 % de ellos esterilizados.

2.5 Potencias

Problema 1. En un programa de conservación, se estima que la población de ballenas jorobadas en un área protegida del océano es de aproximadamente $4,5 \cdot 10^3$ individuos. Los científicos calculan que la biomasa total de esta población, basada en un peso promedio de $3 \cdot 10^4$ kilogramos por ballena, es fundamental para evaluar el impacto ambiental. ¿Cuál es la biomasa total de la población de ballenas jorobadas en kilogramos, expresada en notación científica?

Respuesta: La biomasa total de la población de ballenas jorobadas es de $1,35 \cdot 10^8$ kg.

Problema 2. El Modelo de Crecimiento Exponencial es una herramienta matemática utilizada para describir cómo crece una población a lo largo del tiempo bajo condiciones ideales, donde no existen limitaciones significativas en recursos como el alimento, espacio o acceso a refugio. Este modelo es particularmente útil en situaciones donde la población de una especie se reproduce rápidamente y su tasa de crecimiento es constante. En el contexto de la medicina veterinaria y la biología de la conservación, el Modelo de Crecimiento Exponencial puede aplicarse para predecir el crecimiento de poblaciones de animales en reservas naturales, áreas de conservación o en entornos controlados como granjas. La función básica de este modelo es

$$P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$$

Donde $P(t)$: Población en el tiempo t.
P_0: Población inicial.
r: Tasa de crecimiento exponencial (por unidad de tiempo).
t: Tiempo transcurrido.
e: Base del logaritmo natural, aproximadamente igual a 2.718.

En este problema, analizaremos el crecimiento de una población de conejos en una reserva natural. En ella, la población de conejos es inicialmente de 150 individuos. Dado que los conejos se reproducen rápidamente, la tasa de crecimiento anual es del 25 %. ¿Cuál será la población de conejos después de 3 años? Aproxime los resultados al entero más cercano.

Respuesta: La población en tres años sería de 318 conejos.

2.6 Raíces

Problema 1. Un médico veterinario recibe un paciente proveniente de otra clínica veterinaria. Entre los antecedentes de su ficha, está su Índice de Masa Corporal (IMC) que es igual a 50 kg/m^2 y al especialista le surgen dudas sobre su valor. Si el paciente pesa 8 kg, ¿cuál debería ser su altura para que el valor registrado sea correcto?

Para calcular el IMC, se considera la siguiente fórmula:

$$IMC = \frac{P}{A^2}$$

Donde

- P: Peso corporal del animal en kilogramos (kg).
- Altura del animal en metros (m), medida desde el hombro hasta la base de la cola.

Respuesta: La altura tendría que ser de 0,4 metros.

II

Unidad II: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

3. Ejercicios resueltos

3.1 Expresiones algebraicas

Problema 1. Una fórmula que permite calcular las Necesidades Energéticas Diarias (NED) de una mascota es

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

Donde

- N: necesidad energética diaria en kilocalorías (kcal).
- P: peso del perro en kilogramos (kg).
- k: factor que depende del nivel de actividad y la edad del perro.

Despeje la variable P de la fórmula anterior.

Desarrollo:

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

$$\frac{N}{k} = P^{0,75}$$

$$\left(\frac{N}{k}\right)^{\dfrac{1}{0,75}} = P$$

Así

$$P = \left(\frac{N}{k}\right)^{\dfrac{4}{3}}$$

Problema 2. En una tienda de mascotas, compré 5 bolsas de comida para gatos. Cada bolsa cuesta \$$4p$. Dado que compré 5 de ellas, me hicieron un descuento del 5 % por cada bolsa. Determine una expresión algebraica que indique la cantidad total que se canceló.

Desarrollo: Por cada bolsa debo pagar:

$$4p - 5\,\% \cdot 4p$$
$$= 4p - 0,05 \cdot 4p$$
$$= 3,8p$$

Así, por las 5 bolsas tengo que pagar:

$$= 5 \cdot 3,8p$$
$$= 19p$$

Problema 3. La fórmula que permite obtener diariamente los Requerimientos Energéticos en Reposo (RER) que necesita un gato adulto con nivel de actividad promedio es:

$$\mathrm{RER} = 70 \cdot (P)^{75\,\%}$$

Los RER se mide en kcal/día.

Si P : peso del gato en kilogramos, despeje la fórmula P.

Desarrollo:

$$\mathrm{RER} = 70 \cdot (P)^{75\,\%}$$
$$\mathrm{RER} = 70 \cdot (P)^{0,75}$$

Aplicamos raíz:

$$\sqrt[0,75]{\frac{RER}{70}} = P$$

Problema 4. Según el libro PreCálculo, de Stewart, la relación longitud/peso para un lenguado del Pacífico, se puede aproximar con la fórmula

$$L = 0,46\sqrt[3]{W}$$

donde W se mide en kilogramos y L se mide en metros. ¿Cuánto pesa aproximadamente un lenguado que mide 50 cm?

Desarrollo: Primero, hacemos la conversión de centímetros a metros como aparece en la siguiente tabla:

Centímetros		Metros
100	$\longrightarrow$	1
50	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{50 \cdot 1}{100} = 0,5$$

Así, despejamos W en la fórmula

$$L = 0,46\sqrt[3]{W}$$

$$\frac{L}{0,46} = \sqrt[3]{W}$$

$$\left(\frac{L}{0,46}\right)^3 = W$$

Si se reemplaza la información en la fórmula

$$W = \left(\frac{0,5}{0,46}\right)^3$$

$$L = 1,28$$

se concluye que el lenguado pesa aproximadamente 1,28 kilos.

3.2 Ecuaciones de primer grado

Problema 1. Un veterinario lleva consigo 200 ml de un complejo vitamínico, para tratar individualmente a gallinas alojadas en tres gallineros distintos. El primer gallinero tiene 10 gallinas y el segundo gallinero tiene 15 gallinas. El veterinario les administra a cada gallina 3 ml y, al marcharse, se da cuenta de que aún tiene 65 ml sin administrar. Si el dueño del fundo detecta que 8 gallinas del tercer gallinero se escaparon y no alcanzaron a recibir el complejo vitamínico, analice lo siguiente: ¿si no se hubiesen escapado estas gallinas, le habría alcanzado al veterinario los 200 ml para todas ellas?

Desarrollo: Sea x el número de gallinas del tercer gallinero al que se les administró el complejo. El veterinario llega con 200 ml del complejo vitamínico y gastó 135 ml, ya que tiene 65 ml sin administrar.

Construyendo la ecuación se obtiene:

$$3 \cdot 10 + 3 \cdot 15 + 3 \cdot x = 135$$

$$30 + 45 + 3x = 135$$

$$3x = 60$$

$$x = 20$$

En el tercer gallinero, habían 20 gallinas a las que se les administró el complejo. Así, inicialmente el tercer gallinero tenía 28 gallinas. Luego:

$$3\cdot 10+3\cdot 15+3\cdot 28=159$$

Considerando esa cifra, el veterinario habría gastado 159 ml del complejo así que le alcanzaba el producto para administrar a todas ellas.

Problema 2. Suponga que a un caballo se le administra una cierta cantidad de ml de un suplemento nutricional. Ayer ya se le administró $\frac{1}{3}$ de él y hoy recibió $\frac{2}{3}$ de lo que se le administró el día de ayer. Si aún quedan 20 ml por administrar, ¿cuántos ml en total del suplemento recibirá el caballo?

Desarrollo: Sea x la cantidad de ml que recibirá en total el caballo.

Así:

$$x=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\right)x+20$$
$$x\left(1-\frac{1}{3}-\frac{2}{9}\right)=20$$
$$x(1-\frac{4}{9})=20$$
$$x=45$$

En total, el caballo recibirá 45 ml del suplemento.

Problema 3. Un veterinario tiene a cargo la salud de las ovejas, caballos y vacas de una parcela. La parcela está dividida en cuatro partes. En $\frac{1}{3}$ de esta tierra viven los caballos, en $\frac{2}{5}$ de esta tierra viven las ovejas y las 2 hectáreas (Ha) restantes se ocupan para la casa y el establo de las vacas. ¿Siguiendo la configuración descrita, de cuántos metros cuadrados es la parcela?
Indicación: 1 Ha equivale a 10.000 metros cuadrados.

Desarrollo: Sea x: hectáreas de la parcela.

Así:

$$x=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)x+2$$
$$x\left(1-\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\right)=2$$
$$x(\frac{4}{15})=2$$
$$x=7,5[Ha]$$

Ahora construimos la regla de tres simple:

Ha		m^2
1	$\longrightarrow$	10.000
7,5	$\longrightarrow$	x

Luego

$$x = \frac{7,5 \cdot 10000}{1} = 75,000$$

En conclusión, la parcela es de 75.000 metros cuadrados.

Problema 4. Se lanzó al mercado una nueva marca de alimentos congelados para perros. La caja contiene 12 bolsitas congeladas y de igual tamaño. El 40 % del peso de cada bolsita es proteína animal, el 20 % es arroz integral, el 20 % avena cocida y 50 gramos son de vegetales de la estación. ¿Cuántos kilos pesan 5 cajas de este alimento?

Desarrollo: Sea x el peso de cada bolsita del alimento.

$$x = x \cdot (0,4 + 0,20 + 0,20) + 50$$

$$x(1 - 0,4 - 0,20 - 0,20) = 50$$

$$x(0,2) = 50$$

$$x = 250$$

Cada bolsita del alimento pesa 250 gramos.

Como hay 12 en cada caja, entonces cada caja tiene 3.000 gramos del producto. Luego, 5 cajas tienen 15.000 gramos del producto, es decir, 15 kilos.

Problema 5. Peter es un perro adulto que pesa 10 kilos. Según su veterinario, él debe consumir una cantidad x de calorías diarias. Si durante la mañana consume la cuarta parte de lo que requiere, al medio día consume la tercera parte de las calorías que le quedan por consumir, en la media tarde consume un 40 % de las calorías que requiere diariamente y finaliza su día consumiendo 68 calorías. ¿Cuántas calorías diarias le recomendó el veterinario?

Desarrollo: Primero, construimos una ecuación de primer grado, en donde x representa la regla de tres simple.

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}x + 0,4x + 68 = x$$

$$x\left(1 - \frac{2}{4} - \frac{4}{10}\right) = 68$$

$$\frac{2}{20}x = 68$$

$$x = 680$$

Así, el veterinario recomendó para Peter un consumo de 680 calorías diarias.

Problema 6. La Productividad (L/ha/año) lechera de las vacas se puede calcular con la fórmula:

$$P = C \cdot v$$

Donde

- C: Carga (Vacas lactantes/ha).
- v: Producción por vaca (L/vaca/año).

Para calcular la carga, se divide el número de vacas que están produciendo leche por el número de hectáreas (ha) que utilizan para pastar y, para calcular la producción por vaca, se multiplica el promedio de litros/vaca/día por los 365 días del año.

Un veterinario tiene a cargo 50.000 metros cuadrados de terreno destinado para el cuidado de 40 vacas lecheras. Él sabe que la productividad lechera de las vacas es de 14.600 (L/ha/año). ¿Entonces, cuál es el promedio de litros/vaca/día

Desarrollo: Primero, calculamos el número de hectáreas como aparece en la siguiente tabla:

Hectáreas		Metros cuadrados
1	$\longrightarrow$	10.000
x	$\longrightarrow$	50.000

Luego

$$x = \frac{50{,}000 \cdot 1}{10{,}000} = 5$$

Ahora, obtenemos el valor de Carga (vacas lactantes/ha):

$$\text{Carga} = \frac{40}{5} = 8$$

De este modo, se dispone de 8 vacas lactantes por hectárea.

Por otra parte, tenemos que la productividad lechera de las vacas es de 14.600 (L/ha/año). Así, reemplazando la información obtenida en

$$P = C \cdot v$$

se tiene $14{,}600 = 8 \cdot v$

De este modo, $v = 1{,}825$ será la Producción por vaca (L/vaca/año). Finalmente, la Producción por vaca se obtiene multiplicando el promedio de litros/vaca/día por los 365 días del año. Así, si consideramos x como el promedio de litros/vaca/día, tendremos la ecuación

$$v = x \cdot 365$$

Luego

$$x = \frac{v}{365}$$

$$x = \frac{1825}{365}$$

$$x = 5$$

En conclusión, en promedio la producción de leche será de 5 litros diarios por vaca.

3.3 Sistemas de ecuaciones

Problema 1. Un veterinario compra 40 metros de alambre de púas con el fin de armar un corral rectangular para sus ovejas. En uno de sus lados se encuentra una muralla del granero. Los otros tres lados se cercarán con lo que compró. Determine el lado y ancho del corral si la superficie de la región cercada es de 200 metros cuadrados.

Desarrollo: Sea x: un lado (en metros) del terreno e y: lado (en metros) paralelo a la pared.

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 40 \\ x \cdot y = 200 \end{array}\right\}$$

Dado que ni x ni y pueden ser 0, despejamos y en la segunda ecuación y reemplazamos en la primera:

$$y = \frac{200}{x}$$

$$2x + \frac{200}{x} = 40$$

Multiplicamos por x y llegamos a

$$2x^2 - 40x + 200 = 0$$

.

Si dividimos por 2, tenemos

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x - 10)^2$$

Así, $x = 10$ e $y = 20$.

Las dimensiones del terreno son 10 metros y 20 metros.

Problema 2. Para tratar un cuadro infeccioso, una veterinaria necesita administrar dos medicamentos a un perro. Cada comprimido del medicamento A contiene 10 mg del principio activo para la infección y 5 mg del principio activo para la inflamación, mientras que cada comprimido del medicamento B contiene 8 mg del principio activo para la infección y 2 mg del principio activo para la inflamación. El perro necesita un total de 44 mg del principio activo para la infección y 16 mg del principio activo para la inflamación cada día. ¿Cuántos comprimidos de cada medicamento debe administrar diariamente la veterinaria a la mascota?

Desarrollo:
Sea x: número de pastillas del medicamento A, e y: número de pastillas del medicamento B.

$$\left.\begin{array}{r} 10x+8y=44 \\ 5x+2y=16 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos la segunda ecuación por (-2), así:

$$\left.\begin{array}{r} 10x+8y=44 \\ -10x-4y=-32 \end{array}\right\}$$

Sumando, se tiene

$$4y=12$$

$$y=3$$

Reemplazando en una ecuación se llega a

$$x=2$$

De este modo, se requieren 2 pastillas del medicamento A y 3 pastillas de cada medicamento B.

Problema 3. En la veterinaria Los Regalones, la atención de cada perro cuesta \$15,000, mientras que cuesta el doble la atención de un gato. El fin de semana se atendieron a 34 mascotas, perros y gatos, y los ingresos de esta veterinaria ascendieron a \$840,000. ¿Cuántos perros y cuántos gatos fueron atendidos el fin de semana?

Desarrollo: Sea x: número de atenciones de perros e y: número de atenciones de gatos.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=34 \\ 15000x+30000y=840{,}000 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos la primera ecuación por (-15000):

$$\left.\begin{array}{r} -15000x-15000y=-510000 \\ 15000x+30000y=840{,}000 \end{array}\right\}$$

Sumando, se tiene

$$15000y=330000$$

$$y = 22$$

Reemplazando en una ecuación se llega a

$$x = 12$$

En conclusión, ese fin de semana se atendieron 12 perros y 22 gatos.

Problema 4. Un hotel canino ubicado en las afueras de la ciudad ofrece la posibilidad de un servicio de traslado de animales, el que se cancela en forma adicional al pago del hotel. El furgón puede trasladar a varias mascotas al mismo tiempo y cobra un precio único por el traslado de todas ellas. Si cada dueño de mascota cancela por este servicio \$6,000, faltarían \$1,500 para cubrir el precio total del furgón. Mientras que si cada dueño de mascota cancela \$7,000, sobrarían \$10,500. ¿Cuál es el precio del furgón? y ¿cuántas mascotas fueron trasladadas?

Desarrollo: Sea x: número de mascotas que utilizarán el furgón e y: precio total del traslado.

$$\left.\begin{array}{r} 6000x + 1500 = y \\ 7000x - 10500 = y \end{array}\right\}$$

Igualando ambas ecuaciones, se tiene:

$$6000x + 1500 = 7000x - 10500$$

$$12{,}000 = 1000x$$

$$x = 12$$

Reemplazando esta información en cualquiera ecuación, se llega a

$$y = 73500$$

En este caso, se trasladaron 12 mascotas y el furgón cobró \$73,500.

3.4 Ecuaciones de segundo grado

Problema 1. Las entradas a un zoológico cuestan \$12,000, y a ese precio la asistencia un fin de semana es de 300 personas. Pero la empresa quiere aumentar el precio de las entradas. Estudios detectaron que por cada \$1,000 de aumento en el precio de la entrada, la asistencia disminuiría en 5 personas. ¿Con qué precio de las entradas la recaudación será de \$4,480,000?

Desarrollo: Sea x: el número de veces que se incrementa el precio de la entrada en 1000 pesos. Así, los ingresos se pueden modelar por la siguiente ecuación:

$$(12000 + 1000x) \cdot (300 - 5x) = 4{,}480{,}000$$

$$3{,}600{,}000 - 60{,}000x + 300{,}000x - 5000x^2 = 4{,}480{,}000$$

$$-5{,}000x^2 + 240{,}000x - 880{,}000 = 0$$

Dividimos por -5.000, entonces:

$$x^2 - 48x + 176 = 0$$

Resolviendo la ecuación se llega a $x = 4$ o $x = 44$.

Reemplazando esta información $\$12000 + 1000 \cdot 4 = 16000$, o bien $12000 + 1000 \cdot 56000$.

Así, la empresa puede cobrar \$16,000 o \$56,000 y, en ambos casos, obtendría el mismo ingreso.

Problema 2. Un veterinario le aconseja a un avicultor que la superficie útil de su nuevo gallinero debe ser como mínimo de 1 m^2 por cada 3 gallinas. El avicultor tiene 4,800 gallinas y el terreno destinado para el nuevo gallinero tiene forma rectangular. Su largo mide 60 metros más que el ancho. ¿Cuánto debería medir el ancho y largo del terreno para seguir la recomendación del veterinario?

Desarrollo: Primero, construimos una regla de tres simple:

Metros cuadrados		Gallinas
1	$\longrightarrow$	3
x	$\longrightarrow$	4800

Luego

$$x = \frac{4800 \cdot 1}{3} = 1600$$

Así, el gallinero debe tener una superficie de 1.600 metros cuadrados.

Construimos ahora la ecuación con x: ancho del gallinero.

$$1600 = x(60 + x)$$

$$x^2 + 60x - 1600 = 0$$

$$(x - 20)(x + 80)$$

De esta forma, $x = 20$, ya que $x = -80$ no es posible.

En conclusión, el ancho del gallinero debe medir 20 metros, mientras que su largo debería ser de 80 metros para seguir la recomendación.

3.5 Otras ecuaciones

Problema 1. Una fórmula que permite calcular las Necesidades Energéticas Diarias (NED) de una mascota es la siguiente:

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

Donde

- N: Necesidad energética diaria en kilocalorías (kcal).
- P: Peso del perro en kilogramos (kg).
- k: Factor que depende del nivel de actividad y la edad del perro.

Por ejemplo:

- Perros adultos sedentarios, se estima el valor de $k = 70$.
- Perros adultos activos, se estima el valor de $k = 100$.
- Cachorros en crecimiento, se estima el valor de $k = 150$.

Robin es un perro adulto activo y su veterinario indica que él debería pesar 18 kilos, sin embargo, su NED es de 976. ¿Cuántos kilos sobre su peso ideal tiene Robin?

Desarrollo:

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

$$976 = 100 \cdot P^{0,75}$$

$$\frac{976}{100} = P^{0,75}$$

$$\left(\frac{976}{100}\right)^{\frac{1}{0,75}} = P$$

Así

$$P = \left(\frac{976}{100}\right)^{\frac{4}{3}}$$

$$P = (9,76)^{\frac{4}{3}}$$

$$P = 20,8577$$

Robin pesa aproximadamente 21 kilos, así que tiene aproximadamente 3 kilos por sobre su peso ideal.

Problema 2. La siguiente fórmula permite calcular la cantidad de comida diaria que debe consumir un perro para estar sano:

$$C = \frac{N}{D}$$

Donde

- C : Comida diaria en gramos.
- N: Necesidad energética diaria en kilocalorías (kcal).

- D: Densidad energética del alimento (kcal/g).

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

Donde
- P: Peso del perro en kilogramos (kg).
- k: Factor que depende del nivel de actividad y la edad del perro.

Por ejemplo:
- Perros adultos sedentarios: $k = 70$.
- Perros adultos activos: $k = 100$.
- Cachorros en crecimiento: $k = 150$.

Luna es una perra adulta y sedentaria que pesa 20 kg. Se cambió su alimentación a una de mejor calidad, que tiene una densidad energética de 3,5 kcal/g. ¿Cuántos gramos de este nuevo alimento debe consumir diariamente Luna para cubrir todas sus necesidades energéticas?

Desarrollo: Como Luna pesa 20 kg y es adulta y sedentaria, entonces:

$$N = k \cdot P^{0,75}$$

Se tiene

$$N = 70 \cdot 20^{0,75}$$

$$N = 662$$

Por otra parte,

$$C = \frac{N}{D}$$

$$C = \frac{662}{3,5}$$

$$C = 189$$

Luna deberá consumir aproximadamente 189 gramos de este nuevo alimento para cubrir todas sus necesidades energéticas diarias.

Problema 3. Una fórmula que permite obtener los Requerimientos Energéticos en Reposo (RER) diarios que requiere un gato adulto con nivel de actividad promedio es la siguiente:

$$\mathrm{RER} = 70 \cdot (P)^{75\,\%}$$

RER se mide en (kcal/día) donde P : peso del gato en kilogramos (kg).

Tomy y Daly son dos gatos hermanos. Según el veterinario, Tomy tiene un RER de 234 (kcal/día). ¿Cuánto pesa Daly si se sabe que pesa el 80 % de lo que pesa Tomy?

Indicación: Aproxime sus desarrollo y respuestas al entero más próximo.

Desarrollo: Reemplazamos la información de Tomy en la fórmula:

$$\text{RER} = 70 \cdot (P)^{75\%}$$

$$234 = 70 \cdot (P)^{75\%}$$

Después, aplicamos raíz:

$$\sqrt[0,75]{\frac{234}{70}} = P$$

Así, $P = 4,99$.

Entonces, Tomy pesa aproximadamente 5 kilos.

Ahora, calculamos el 80% de 5 $0,80 \cdot 5 = 4$.

Entonces, Daly pesa 4 kilos.

Problema 4. Una fórmula que permite obtener los Requerimientos Energéticos en Reposo (RER) diarios que requiere un gato adulto con nivel de actividad promedio es la siguiente:

$$\text{RER} = 70 \cdot (P)^{75\%}$$

RER se mide en kcal/día donde P : peso del gato en (kg).

Para obtener los Requerimientos Energéticos Diarios (NER), este valor debe ajustarse según el nivel de actividad o situación particular del gato, multiplicando el RER por un factor apropiado.

Factores de ajuste:

- Gato casero con actividad baja: $RER \cdot 1,2$.
- Gato activo: $RER \cdot 1,4$.
- Gato obeso (para pérdida de peso): $RER \cdot 0,8$.
- Gato lactante o gatito en crecimiento: $RER \cdot 2$, o bien $RER \cdot 4$ (dependiendo de la etapa de lactancia o crecimiento).

Larry y Pepe son dos gatos hermanos. Larry está obeso y Pepe es un gato activo. Según el veterinario, Pepe tiene un RER de 216 (kcal/día). Si Larry pesa un 1 kilo y 800 gramos más que Pepe, ¿cuál debería ser el NER Larry?

Indicación: Aproxime sus respuestas al entero más próximo.

Desarrollo: Reemplazamos la información de Pepe en la fórmula:

$$\text{RER} = 70 \cdot (P)^{75\%}$$
$$216 = 70 \cdot (P)^{75\%}$$

Luego, aplicamos raíz:

$$\sqrt[0{,}75]{\frac{216}{70}} = P$$

Así, $P = 4,49$.
Entonces, Pepe pesa aproximadamente 4,5 kilos.

Si Larry pesa 1,8 kilos más, tenemos que Larry pesa 6,3 kilos. Así:

$$\text{RER} = 70 \cdot (6,3)^{75\%} = 278$$

Como Larry está obeso, para buscar el NER se aplica el factor correspondiente a gato obeso:

Gato obeso (para pérdida de peso): $278 \cdot 0,8 = 222,4$

Entonces, el NER Larry es de 222 kcal/día.

4. Ejercicios propuestos

4.1 Ecuaciones de primer grado

Problema 1. Un veterinario está monitoreando el crecimiento de un ternero en una granja. Al nacer, el ternero pesó 30 kg y producto de una dieta balanceada incrementó su peso en 800 gramos diarios. Si actualmente pesa 66 kg, ¿cuántos días han transcurrido desde su nacimiento?

Respuesta: Han transcurrido 45 días.

Problema 2. Un veterinario está organizando el traslado de un grupo de vacas de una finca a otra. Decide que se trasladarán 3/5 del total de las vacas de la finca. Posteriormente, llegan 8 vacas nuevas a la finca. Tras este cambio, el número de vacas restantes en la finca es la mitad del total inicial antes del traslado. ¿Cuántas vacas había en la finca antes del traslado?

Respuesta: En la finca había 80 vacas antes del traslado.

Problema 3. Un veterinario recomienda que un perro disminuya, semanalmente, el 2 % de su peso actual, para así alcanzar su peso ideal. Si el perro pesa actualmente 25 kg y su peso ideal es de 20 kg, ¿cuántas semanas tomará alcanzar el peso ideal? (Plantee y resuelva la ecuación).

Respuesta: Deben transcurrir 10 semanas para que el perro alcance su peso ideal.

4.2 Sistemas de ecuaciones

Problema 1. Un veterinario en Santiago debe administrar vacunas a perros y gatos. La vacuna para perros cuesta \$3,000 por dosis y la vacuna para gatos cuesta \$4,000 por dosis. Si el veterinario aplica un total de 12 vacunas y gasta \$41,000, ¿cuántas vacunas administró a perros y cuántas a gatos?

Respuesta: El veterinario administró 7 vacunas a los gatos y 5 vacunas a los perros.

Problema 2. En una granja en la Región de Coquimbo, un veterinario está controlando el consumo de agua de ovinos y caprinos. Un ovino consume 8 litros de agua al día y un caprino 6 litros de agua al día. Si en total hay 25 animales y consumen 172 litros de agua al día, ¿cuántos ovinos y cuántos caprinos hay en la granja?

Respuesta: En la granja, hay 11 ovinos y 14 caprinos.

Problema 3. Un perro requiere un tratamiento con dos medicamentos. El veterinario recomienda que la dosis combinada sea de 200 mg/día, distribuidos en proporciones de 3:1 entre el medicamento A y el medicamento B. ¿Cuántos miligramos de cada medicamento deben administrarse diariamente?

Respuesta: Se deben administrar 50 mg/día del medicamento B y 150 mg/día del medicamento A.

Problema 4. Para mejorar sus servicios, una clínica veterinaria realiza dos inversiones. La primera inversión es en equipos médicos, que le reporta un beneficio del 6 %. La segunda inversión es en medicamentos, con un beneficio del 4 %. Sabiendo que en total la clínica invirtió \$8,000,000, y que los beneficios obtenidos de la primera inversión superan en \$432,000 a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió la clínica en equipos médicos y cuánto en medicamentos?

Respuesta: La clínica invirtió \$7,520,000 en equipos médicos y \$480,000 en medicamentos.

4.3 Ecuaciones de segundo grado

Problema 1. Se necesita construir un cuarto de engorde rectangular para cerdos cuya longitud tenga 3 metros más que su ancho. Si el área del corral debe ser de 130 m^2, ¿cuáles serán sus dimensiones y el perímetro del cuarto?

Respuesta: Las dimensiones deben ser de 10 metros de ancho y 13 metros de largo, y el perímetro del cuarto será de 46 metros.

Problema 2. En un estudio farmacológico, un médico veterinario necesita estimar la velocidad de eliminación de un fármaco desde el cuerpo de un animal. Para ello, estudia la relación entre la concentración del fármaco en la sangre (en mg/lt) y el tiempo transcurrido (en horas). En uno de los casos de estudio, la concentración del fármaco en la sangre fue de 9,25 mg/lt, y el tiempo transcurrido se determinó por la expresión siguiente:

$$9,25 = 10 - 0,1t^2 + 0,05t$$

Calcule las horas transcurridas para alcanzar dicha concentración.

Respuesta: Transcurrieron 3 horas para alcanzar una concentración de 9,25 mg/lt.

Problema 3. Un veterinario descubrió que puede calcular la velocidad del flujo sanguíneo en una arteria de un perro usando la siguiente fórmula:

$$P = 46100v^2 + 31950v + 2256$$

Donde P es la presión en pascales y v es la velocidad en metros por segundo. Si la presión medida es de 13200 pascales, ¿cuál es la velocidad del flujo en cm/s?
Indicación: Entregue su respuesta con dos decimales.

Respuesta: La velocidad del flujo es de 25 cm/s cuando la presión arterial del perro es de 13200 Pa.

Unidad III: Funciones

5. Ejercicios resueltos

5.1 Funciones lineales

Problema 1. Suponga que la cantidad de anestesia A necesaria (en ml) para un animal de peso p (en kg) se puede modelar linealmente. Si para una intervención quirúrgica a un gato que pesa 4 kilos se le han administrado $0,4$ mg de anestesia, mientras que a un perro de 20 kilos se le han administrado 2 mg. Determine la función lineal que modele el problema.

Desarrollo: Se tienen los puntos $(4,0,4)$ y $(20,2)$. Usamos la fórmula:

$$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

$$y - 0,4 = \frac{2 - 0,4}{20 - 4}(x - 4)$$

$$y - 0,4 = 0,1(x - 4)$$

$$y = 0,1x - 0,4 + 0,4$$

$$y = 0,1x$$

Así, la función lineal que modela el problema es

$$f(x) = 0,1x$$

Problema 2. Para perros de una determinada raza y peso, un veterinario ha modelado la siguiente función lineal que relaciona la cantidad de comida (en kilos) con el peso del animal.

$$f(x) = 0,03x + 0,05$$

Donde x representa el peso en kg del perro, determine:

1. ¿Cuánta comida se le debe proporcionar a un perro de esta raza que pesa 10 kilos?
2. Si un perro de esta raza consume 290 gramos del alimento, ¿cuánto pesa el perro?

Desarrollo:

1. ¿Cuánta comida se le debe proporcionar a un perro de esta raza que pesa 10 kilos?

$$f(x) = 0,03x + 0,05$$

$$f(10) = 0,03 \cdot 10 + 0,05 = 0,35$$

De este modo, el perro deberá comer 350 gramos del alimento.

2. Si un perro de esta raza consume 290 gramos del alimento, ¿cuánto pesa el perro?

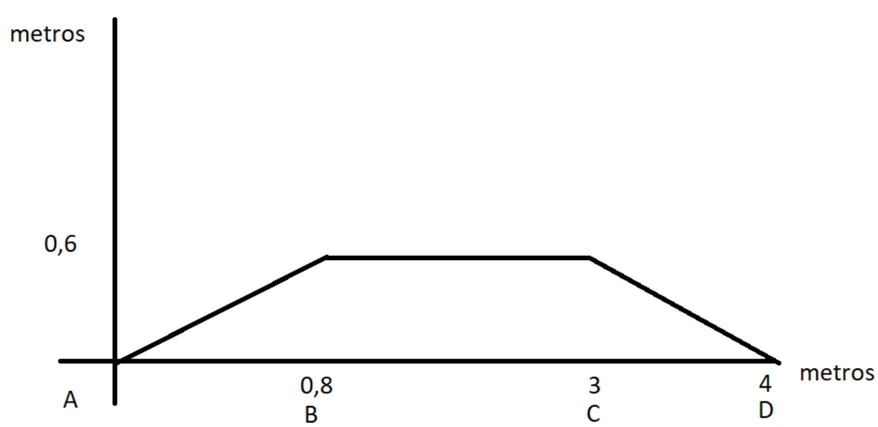
$$f(x) = 0,03x + 0,05$$

$$0,29 = 0,03x + 0,05$$

$$x = 8$$

El perro pesa 8 kilos.

Problema 3. El siguiente gráfico muestra la ruta que realiza semanalmente el perro Pepe en una tarima con su adiestrador canino.



Usando esta imagen, determine la función lineal que modela el tramo que realiza Pepe entre A y B.

Desarrollo: Sea $A(0,0)$ y $B(0{,}8,0{,}6)$ dos puntos de la recta. Usando la fórmula punto pendiente, se tiene:

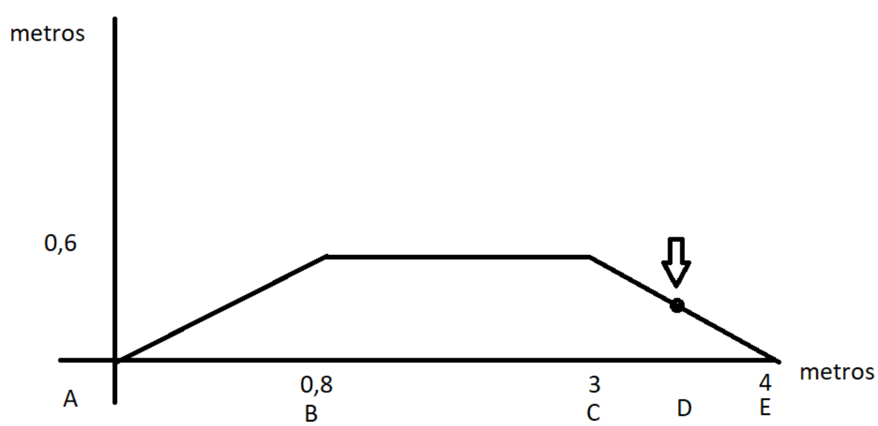
$$y - 0 = \frac{0{,}6 - 0}{0{,}8 - 0}(x - 0)$$

$$y = \frac{0{,}6}{0{,}8}(x)$$

$$y = 0,75x$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x$$

Problema 4. El siguiente gráfico muestra la ruta que realiza semanalmente el perro Pepe en una tarima con su adiestrador canino.



Si Pepe se sienta justo en un punto D cuando ya ha caminado 3 metros y medio, ¿cuáles son las coordenadas de D? Justifica analíticamente.

Desarrollo: Sea $C(3,0{,}6)$ y $E(4,0)$ dos puntos de la recta. Usando la fórmula punto pendiente se tiene:

$$y - 0{,}6 = \frac{0 - 0{,}6}{4 - 3}(x - 3)$$

$$y - 0{,}6 = \frac{-0{,}6}{1}(x - 3)$$

$$y = -0,6x + 1,8 + 0{,}6$$
$$y = -0,6x + 2{,}4$$

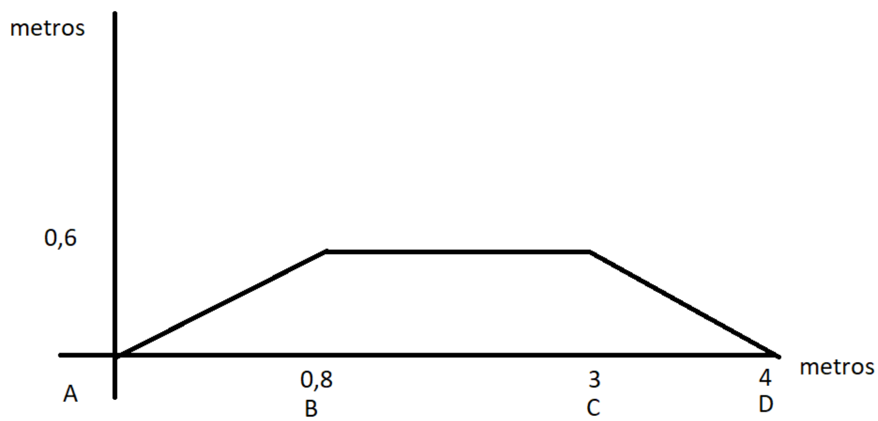
$$f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{12}{5}$$

Ahora reemplazamos $x = 3,5$

$$f(x) = -\frac{3}{5} \cdot 3,5 + \frac{12}{5} = 0{,}3$$

Las coordenadas del punto D son $D(3{,}5, 0{,}3)$.

Problema 5. El siguiente gráfico muestra la ruta que realiza semanalmente el perro Pepe en una tarima con su adiestrador canino.



Si Pepe se encuentra a una altura de 30 centímetros del suelo, ¿cuánto avanzó desde que inició su ruta?

Desarrollo: Hay dos opciones posibles: se encuentra entre los puntos A y B o se encuentra entre C y D.

En el primer caso, la función lineal es

$$f(x) = \frac{3}{4}x$$

Si reemplazamos los 30 cm, es decir, 0,3 metros, tenemos

$$0,3 = \frac{3}{4}x$$

$$x = \frac{4 \cdot 0,3}{3}x = 0,4$$

Así, Pepe avanzó 40 cm desde que inició su ruta.

En el segundo caso, la función lineal que se tiene es

$$f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{12}{5}$$

Si reemplazamos los 30 cm es decir 0,3 metros tenemos:

$$0,3 = -\frac{3}{5} \cdot x + \frac{12}{5}$$
$$0,3 - \frac{12}{5} = -\frac{3}{5} \cdot x$$
$$2,1 = \frac{3}{5} \cdot x$$
$$x = 3,5$$

Así, Pepe ha avanzado 3,5 metros desde que inició su ruta.

Problema 6. Para mejorar sus diagnósticos, una clínica veterinaria renueva sus equipos de radiografía digital cada 10 años. El costo inicial del equipo recientemente adquirido fue de $12,000,000. Cuando se renueve, se espera que este se pueda vender en $2,000,000.

1. Modele una función lineal que represente el problema.
2. ¿Cuál es el precio de la máquina con 4 años de uso?
3. Si el equipo se vende a $5,000,000, ¿cuántos años de uso tiene la máquina?

Desarrollo:

1. Modele una función lineal que modele el problema.

$$M(t) = 12{,}000{,}000 - at$$
$$M(10) = 12{,}000{,}000 - a \cdot 10 = 2{,}000{,}000$$
$$a = 1{,}000{,}000$$

Así,

$$M(t) = 12{,}000{,}000 - 1{,}000{,}000t$$

2. ¿Cuál es el precio de la máquina con cuatro años de uso?

$$M(4) = 12{,}000{,}000 - 1{,}000{,}000 \cdot 4$$

$$M(4) = 8{,}000{,}000$$

El precio de la máquina con cuatro años de uso es de $8,000,000.

3. Si el equipo se vende a \$5,000,000, ¿cuántos años de uso tiene la máquina?

$$M(t) = 12{,}000{,}000 - 1{,}000{,}000t$$

$$5{,}000{,}000 = 12{,}000{,}000 - 1{,}000{,}000t$$

$$t = 7$$

Si el equipo se vende a \$5,000,000, tiene 7 años de uso.

5.2 Funciones cuadráticas

Problema 1. Después de un riguroso examen, se detectaron parásitos en un can. Ellos se reprodujeron siguiendo este modelo

$$f(t) = -t^2 + 40t + 500$$

donde $f(t)$ corresponde al número de cientos de parásitos y t el tiempo en semanas desde que comenzaron los análisis.

Determine: ¿a las cuántas semanas se detectó la máxima cantidad de parásitos en el can? y ¿cuántos parásitos como máximo fueron encontrados?

Desarrollo:

$$f(t) = -t^2 + 40t + 500$$

El máximo se encuentra en el vértice, así:

$$V\left(\frac{-40}{2\cdot(-1)}, f\left(\frac{-40}{2\cdot(-1)}\right)\right)$$

$$V(20, 900)$$

A las 20 semanas de iniciado el estudio, se detectaron 90.000 parásitos.

Problema 2. Después de un exhaustivo examen, se detectaron parásitos en otro perro. Ellos se reprodujeron según el siguiente modelo:

$$f(t) = -t^2 + 40t + 500$$

Donde $f(t)$ corresponde al número de cientos de parásitos y t el tiempo en días desde que se administra un poderoso medicamento.

Determine, ¿a los cuántos días de administración del medicamento se logra erradicar por completo a los parásitos?

Desarrollo: Los parásitos se erradican cuando $f(t) = 0$. Así,

$$-t^2 + 40t + 500 = 0$$

Multiplicando la ecuación por (-1) se llega a

$$t^2 - 40t - 500 = 0$$

Resolvemos usando la fórmula

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2(a)}$$

donde $a = 1$, $b = -40$ y $c = -500$.

$$t = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4(1)(-500)}}{2(1)}$$

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{1600 + 2000}}{2}$$

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{3600}}{2}$$

$$t = \frac{40 \pm 60}{2}$$

$$t_1 = \frac{40 + 60}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$t_2 = \frac{40 - 60}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

Por lo tanto, la única solución posible es:

$t_1 = 50$

De este modo, a los 50 días de aplicado el medicamento se eliminan por completo los parásitos.

Problema 3. El perro Larry fue adiestrado para saltar obstáculos. El día de hoy está compitiendo en una prueba y su salto se modeló por la siguiente función cuadrática:

$$h(t) = -0,0692t^2 + 0,692t$$

Donde $h(t)$ representa la altura en metros que alcanza en el tiempo t medido en segundos. En la premiación, estuvieron todos los canes que saltaron más de 1, 70 metros. ¿Estuvo Larry en esa ceremonia?

Desarrollo: Como el modelo $h(t) = -0,0692t^2 + 0,692t$ representa una parábola que se abre hacia abajo, debemos buscar el vértice de ella.

$$V\left(\frac{-0{,}692}{2(-0{,}0692)}, h\left(\frac{-0{,}692}{2(-0{,}0692)}\right)\right)$$

$$V((5), h(5))$$

$$V(5, 1, 73)$$

Así, la altura máxima que alcanza Larry es de 1,73 metros por lo que también estuvo en la premiación.

Problema 4. El perro Larry fue adiestrado para saltar obstáculos. El día de hoy está compitiendo en una prueba y su salto se modeló por la siguiente función cuadrática:

$$h(t) = -0,0692t^2 + 0,692t$$

Donde $h(t)$ representa la altura en centímetros que alcanza en el tiempo t medido en segundos. ¿A los cuántos segundos alcanzó Larry una altura de 1,45 metros?

Desarrollo:

$$h(t) = -0,0692t^2 + 0,692t$$
$$1,45 = -0,0692t^2 + 0,692t$$
$$-0{,}0692t^2 + 0{,}692t - 1{,}45 = 0$$

Resolvemos usando la siguiente fórmula:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2(a)}$$

donde $a = -0{,}0692$, $b = 0{,}692$ y $c = -1{,}45$

$$t = \frac{-(0{,}692) \pm \sqrt{(0{,}692)^2 - 4(-0{,}0692)(-1{,}45)}}{2(-0{,}0692)}$$

$$t = \frac{-(0{,}692) \pm \sqrt{0,077504}}{2(-0{,}0692)}$$

$$t = \frac{-0{,}692 \pm 0{,}278395}{2(-0{,}0692)}$$

$$t = \frac{-0{,}692 + 0{,}278395}{-0{,}1384} \quad \text{ó} \quad t = \frac{-0{,}692 - 0{,}278395}{-0{,}1384}$$

$$t \approx 2{,}99 \quad \text{ó} \quad t \approx 7{,}01$$

$$t \approx 2{,}99, \quad t \approx 7{,}01$$

Así, en dos momentos de su salto, Larry alcanza una altura de 1,45 metros: a los casi 3 segundos y a los 7 segundos.

Problema 5. En una universidad, un equipo de profesores veterinarios junto a sus alumnos de último año de la carrera estudia la relación entre la dosis de un fármaco estimulante y la frecuencia cardíaca de un mamífero en reposo. Ellos detectaron que, al administrar el fármaco en pequeñas dosis, la frecuencia cardíaca aumenta, pero, si la dosis es demasiado alta, el efecto del fármaco se revierte y la frecuencia cardíaca disminuye debido a la sobrecarga del sistema cardiovascular. De este modo, ambas variables fueron modeladas por la siguiente función cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde x corresponde a la cantidad de mg administrados y $f(x)$ es la cantidad de latidos por minuto.

Los investigadores observaron que un perro mediano llamado Toby sin consumir el medicamento tuvo los mismos 70 latidos por minuto que cuando consumió 10 mg del medicamento. Si el máximo de latidos por minutos al que llegó el can fue de 110 latidos por minuto, determine la función cuadrática que se ajusta a los latidos de Toby.

Desarrollo:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 70$$
$$c = 70$$

Además,

$$f(10) = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 70$$
$$f(10) = 100a + 10b + 70 = 70$$
$$f(10) = 100a + 10b = 0$$
$$10a + b = 0$$
$$b = -10a$$

Por otra parte, si calculamos el vértice se tiene:

$$V\left(\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a})\right)$$
$$V\left(\frac{10a}{2a}, f(\frac{10a}{2a})\right)$$
$$V(5, f(5))$$
$$f(5) = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 70 = 110$$
$$f(5) = 25a + 5b = 40$$
$$f(5) = 25a + 5(-10a) = 40$$
$$a = -1,6$$
$$b = -10a = -10 \cdot -1,6$$

16

Luego, la función cuadrática que modela el problema es

$$f(x) = -1,6x^2 + 16x + 70$$

Problema 6. En una universidad, un equipo de profesores veterinarios junto a sus alumnos de último año de la carrera estudia la relación entre la dosis de un fármaco estimulante y la frecuencia cardíaca de un mamífero en reposo. Ellos detectaron que, al administrar el fármaco en pequeñas dosis, la frecuencia cardíaca aumenta, pero, si la dosis es demasiado alta, el efecto del fármaco se revierte y la frecuencia cardíaca disminuye debido a la sobrecarga del sistema cardiovascular. Es así que ambas variables las modelaron por la siguiente función cuadrática:

$$f(x) = -1,6x^2 + 16x + 70$$

Donde x corresponde a la cantidad de mg administrados y $f(x)$ es la cantidad de latidos por minuto.

Una estudiante investigadora quiere conocer cuántos mg le administraron los profesores a Toby si tiene 95,6 latidos por minuto y sabe que no pueden haberle administrado más de 7mg. ¿Es factible dar respuesta a su inquietud?

Desarrollo:

$$f(x) = -1,6x^2 + 16x + 70$$

$$95,6 = -1,6x^2 + 16x + 70$$

$$-1,6x^2 + 16x - 25,6 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot -1,6 \cdot -25,6}}{2 \cdot -1,6}$$

$$x = \frac{-16 \pm 9,6}{2(-1,6)}$$

$$x = \frac{-16 \pm 9,6}{-3,2}$$

$$x_1 = \frac{-16 + 9,6}{-3,2} = \frac{-6,4}{-3,2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-16 - 9,6}{-3,2} = \frac{-25,6}{-3,2} = 8$$

$x_1 = 2, \quad x_2 = 8$

Luego, la única solución posible es 2mg.

5.3 Funciones exponenciales

Problema 1. Un veterinario estudia los efectos de un antibiótico sobre los cultivos de bacterias en un laboratorio. Mediante técnicas de recuento de bacterias, él detecta que, desde que se agregó el antibiótico al cultivo, las 1.000 bacterias que había en un principio disminuyen de acuerdo al siguiente modelo:

$$P(t) = 1000 \cdot e^{-0,01t}$$

Donde t se mide en periodos de 8 horas desde que se administró el medicamento. ¿Cuántas bacterias murieron a las 24 horas de aplicarse el antibiótico al cultivo?
Indicación: Aproxime sus respuestas al entero más próximo.

Desarrollo:

$$P(t) = 1000 \cdot e^{-0,01t}$$

$$P(3) = 1000 \cdot e^{-0,01 \cdot 3} = 970$$

Luego de 24 horas de aplicarse el antibiótico en el cultivo se detectaron 30 bacterias menos.

Problema 2. Un veterinario estudia los efectos de un antibiótico sobre los cultivos de bacterias en un laboratorio. Mediante técnicas de recuento de bacterias, él detecta que, desde que se agregó el antibiótico al cultivo, las 1.000 bacterias que había en un principio disminuyen de acuerdo al siguiente modelo:

$$P(t) = 1000 \cdot e^{-0,01t}$$

Donde t se mide en periodos de 8 horas desde que se administró el medicamento. ¿Cuántos días han transcurrido si las bacterias disminuyeron en un 60 % respecto a las detectadas al inicio?
Indicación: Aproxime sus respuestas al entero más próximo.

Desarrollo:

$$P(t) = 1000 \cdot e^{-0,01t}$$

$$400 = 1000 \cdot e^{-0,01t}$$

$$0,4 = \cdot e^{-0,01t}$$

$$Ln(0,4) = -0,01t$$

$$t = 91,6$$

Es decir, pasaron 733 horas, es decir, aproximadamente 31 días.

Problema 3. En una industria lechera, el médico veterinario detecta a 100 bovinos afectados por una enfermedad de tipo infectocontagiosa. A partir de la observación diaria, la propagación de este virus a otros bovinos se modela con la función

$$P(t) = \frac{10000}{99 + e^{-0,6t}}$$

donde t se mide en días desde que se inició el estudio. Considerando el mes con 30 días, ¿cuántos animales infectados se pronostican al mes de iniciado el estudio?

Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

$$P(t) = \frac{10000}{99 + e^{-0,6t}}$$

$$P(30) = \frac{10000}{99 + e^{-0,6 \cdot 30}}$$

$$101$$

Se espera que a los 30 días de iniciado el estudio hayan aproximadamente 101 animales enfermos.

Problema 4. En una industria lechera, el médico veterinario detecta 100 bovinos afectados por una enfermedad de tipo infectocontagiosa. Según la observación diaria, la propagación de este virus a otros bovinos se ha podido modelar con la función:

$$P(t) = \frac{10000}{99 + e^{0,6t}}$$

donde t se mide en días desde que se inició el estudio. ¿A los cuántos días de iniciado el estudio, se detectaron 60 bovinos contagiados?

Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

$$P(t) = \frac{10000}{99 + e^{0,6t}}$$

$$60 = \frac{10000}{99 + e^{0,6t}}$$

$$60 \cdot (99 + e^{0,6t}) = 10000$$

$$60 \cdot 99 + 60 \cdot e^{0,6t} = 10000$$

$$60 \cdot e^{0,6t} = 4060$$

$$0,6t = ln(67,7)$$

$$t = 7,02$$

Aproximadamente, han pasado 7 días.

5.4 Funciones logarítmicas

Problema 1. Un veterinario está tomando muestras de contenido intestinal, monitoreando el crecimiento de un tipo de bacteria, en particular, en un perro con problemas digestivos. Se sabe que el número de bacterias N (en cientos) se puede modelar por la función

$$N(t) = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

en donde t es el tiempo en horas desde que comienza el monitoreo.

1. ¿Cuál será la cantidad de bacterias en el can al inicio del estudio?
2. ¿Cuál será la cantidad de bacterias en el can a las 11 horas de iniciado el estudio?

Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

1. ¿Cuál será la cantidad de bacterias en el can al inicio del estudio?

$$N(t) = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

$$N(0) = 500 + 200 \cdot Ln(0+1)$$

$$500$$

Al inicio del estudio, 50,000 será la cantidad de bacterias en el can.

2. ¿Cuál será la cantidad de bacterias en el can a las 11 horas de iniciado el estudio?

$$N(t) = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

$$N(11) = 500 + 200 \cdot Ln(11+1)$$

$$996,98$$

A las 11 horas de iniciado el estudio hay 99.698 bacterias en el can.

Problema 2. Un veterinario está tomando muestras de contenido intestinal, monitoreando el crecimiento de un tipo de bacteria, en particular, en un perro con problemas digestivos. Se sabe que el número de bacterias N (en cientos) se pueden modelar por la función

$$N(t) = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

en donde t es el tiempo en horas desde que comienza el monitoreo. ¿A las cuántas horas el can llegaría a tener un número aproximado de 108.889 bacterias?
Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

$$N(t) = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

$$1088,89 = 500 + 200 \cdot Ln(t+1)$$

$$2,94445 = Ln(t+1)$$

$$e^{2,94445} = t+1$$

$$t = 18$$

A las 18 horas llegaría el can a tener un número aproximado de 108.889 bacterias

Problema 3. Un veterinario está estudiando la absorción de un medicamento en el torrente sanguíneo de un perro. Se sabe que la concentración del medicamento en la sangre, medida en miligramos por litro C se modela por:

$$C(t) = 10 + 5 \cdot Log(t+1)$$

donde t se mide en horas desde que es administrado el medicamento. ¿A las cuántas horas se alcanzaría una concentración en la sangre de 14,77 miligramos por litro?
Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

$$C(t) = 10 + 5 \cdot Log(t+1)$$

$$14,77 = 10 + 5 \cdot Log(t+1)$$

$$0,954 = Log(t+1)$$

$$10^{0,954} = t+1$$

$$t = 8$$

A las 8 horas aproximadamente se alcanzaría una concentración en la sangre de 14,77 miligramos por litro.

Problema 4. El siguiente modelo permite obtener una aproximación del largo de un pez:

$$L(t) = L_m(1 - e^{-k(t-t_0)})$$

$L(t)$ corresponde a la longitud del pez en centímetros en t años. L_m es la longitud máxima en centímetros esperada según la especie del pez, k es una constante de crecimiento y t_0 es el parámetro que indica la condición inicial. Determine la edad de un pez considerando que $k = 0,5$, que hasta ahora se sabe que ha alcanzado el 80% de la estatura máxima y que $t_0 = -0,2$.
Indicación: Aproximar la respuesta al entero más cercano.

Desarrollo:

$$L(t) = L_m(1 - e^{-k(t-t_0)})$$
$$0,8 \cdot L_m = L_m(1 - e^{-0,5(t+0,2)})$$

Dividimos ambos lados por L_m ya que esta variable no puede se nula.:

$$0,8 = 1 - e^{-0,5(t+0,2)}$$
$$-0,2 = -e^{-0,5(t+0,2)}$$
$$0,2 = e^{-0,5(t+0,2)}$$
$$\ln(0,2) = -0,5(t+0,2)$$

Dividimos por $-0,5$:

$$t + 0,2 = \frac{-1,6094}{-0,5}$$
$$t + 0,2 = 3,2188$$
$$t = 3,2188 - 0,2$$
$$t = 3,02$$

El pez tiene aproximadamente 3 años.

6. Ejercicios propuestos

6.1 Funciones lineales

Problema 1. Un veterinario prescribe un suplemento nutricional para un gato de 4,5 kg con una dosis recomendada de 10 mg por kilogramo de peso corporal. Además, el suplemento está disponible en comprimidos de 25 mg.

a) Escriba la función que relaciona la dosis total diaria (D) en miligramos con el peso del gato (P) en kilogramos.
b) Determine la dosis total diaria que debe administrarse al gato de 4,5 kg y cuántos comprimidos de 25 mg son necesarios para un día de tratamiento.
c) Si el veterinario cambia la dosis recomendada a 12 mg por kilogramo de peso corporal, determine el peso del gato que recibiría una dosis total diaria de 42 mg.

Respuesta:

a) D = 10P
b) Serán necesarios 2 comprimidos para un día de tratamiento.
c) El peso del gato es de 3,5 kilogramos.

Problema 2. En un estudio sobre la fisiología respiratoria de conejos, determinó que la Frecuencia Respiratoria (FR) en respiraciones por minuto varía linealmente con la temperatura ambiente (T) en grados Celsius (C), hasta que el conejo llega al límite de estrés térmico. En condiciones experimentales, se observó que a una temperatura de 22 °C la frecuencia respiratoria es de 40 respiraciones por minuto. A su vez, en una temperatura de 30 °C, la frecuencia respiratoria aumenta a 60 respiraciones por minuto.

a) Escribe la función lineal que relaciona la frecuencia respiratoria (FR) con la temperatura ambiente (T).

b) Utilizando la función obtenida, calcula la frecuencia respiratoria esperada para una temperatura de 25 °C.

Respuesta:

a) y = 2,5x-15

b) Serían 47,5 respiraciones por minuto.

Problema 3. En una granja, se monitorea el crecimiento de terneros alimentados con un suplemento especial de proteínas. Al inicio del estudio, cada ternero pesa 35 kg y se registra que, en promedio, aumenta su peso en 8,1 kg por semana con la alimentación proporcionada.

a) Escribe la función de aumento de peso de los terneros: P(t), en kilogramos, en función del tiempo t, considerado en semanas.

b) Si el programa de alimentación dura 12 semanas, ¿cuánto pesará un ternero al finalizar el periodo de estudio?

c) Si se desea que el ternero alcance un peso de 59,3 kg, ¿cuántos días deberán transcurrir desde el inicio del programa para lograr ese peso? **Indicación:**Suponga que el crecimiento semanal es constante y hay 7 días en una semana.

Respuesta:

a) P(t) = 35+8,1t

b) P(t) = 132,2 Kg

c) Deberán transcurrir 21 días.

6.2 Funciones cuadráticas

Problema 1. Un veterinario está investigando la dosis óptima de un nuevo fármaco para tratar una infección respiratoria en ganado vacuno. La efectividad promedio del medicamento, medida en una escala de 0 a 30, depende de la dosis administrada. Después de varios ensayos clínicos, él encontró que la efectividad (E) en función de la dosis (d) en mg/kg de peso vivo puede aproximarse con la siguiente función cuadrática:

$$E(d) = -2d^2 + 12d + 10$$

El veterinario desea saber cuál es la dosis que maximiza la efectividad del fármaco, y cuál es el valor máximo de dicha efectividad. Además, quiere asegurarse de que el ganado no reciba más medicamento del necesario, por lo que es especialmente importante encontrar ese punto óptimo.

a) Determine la dosis d (en mg/kg) que maximiza la efectividad E.

b) Halle el valor máximo de efectividad E alcanzado con esa dosis.

c) Interprete los resultados en el contexto veterinario: ¿por qué es importante encontrar esta dosis óptima y no simplemente aumentar la dosis indefinidamente?

Respuesta:

a) Una dosis de 3 mg/kg maximiza la efectividad.

b) El valor máximo de efectividad alcanzado es de 28.
c) La importancia de encontrar la dosis óptima radica en que no siempre más medicamento produce una mayor efectividad. A dosis bajas, el medicamento podría ser insuficiente, mientras que a dosis demasiado altas puede presentar toxicidad, efectos secundarios adversos o simplemente no mejorar el resultado clínico. La dosis óptima asegura un tratamiento más seguro, eficiente y rentable.

Problema 2. Un canguro realiza un salto vertical cuya altura h (en metros) en función del tiempo t (en segundos) se describe mediante la ecuación:

$$h(t) = -4,9t^2 + 8t$$

donde $h(t)$ es la altura alcanzada en el salto y t es el tiempo transcurrido desde que inició el salto.
a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el canguro durante el salto?
b) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que el canguro inicia el salto hasta que alcanza la altura máxima?
c) ¿Cuánto tiempo transcurre en total hasta que el canguro regresa al suelo?

Respuesta:
a) La altura máxima alcanzada por el canguro es de 3,3 metros.
b) Transcurren 0,8 segundos.
c) Transcurren 1,6 segundos en total.

Problema 3. Un veterinario quiere calcular la cantidad de calorías quemadas por un perro durante una actividad física en función de su velocidad de carrera. La fórmula utilizada para estimar las calorías quemadas por hora es

$$C(v) = 0,4v^2 + 1,5v$$

donde $C(v)$ es la cantidad de calorías quemadas por hora y v es la velocidad de carrera en kilómetros por hora (km/h).
a) Si el perro corre a una velocidad constante de 10 km/h durante 15 minutos, ¿cuántas calorías habrá quemado en total?
b) ¿Qué velocidad de carrera debe alcanzar el perro para quemar 70 calorías por hora?

Respuesta:
a) 13,75 calorías.
b) Debe alcanzar una velocidad de 11,5 km/h.

6.3 Funciones exponenciales

Problema 1. Un veterinario administra a un caballo un antibiótico por vía intravenosa una dosis inicial que produce una concentración sanguínea de $C_o = 20g/ml$ inmediatamente después de inyectarse. El medicamento se elimina del organismo siguiendo una cinética de primer orden, lo que significa que la concentración disminuye de manera exponencial con el tiempo según esta fórmula:

$$C(t) = C_o e^{-kt}$$

Donde
$C(t)$ es la concentración del fármaco en sangre (en µg/ml) en el tiempo t (en horas).
C_o es la concentración inicial.
k es la constante de eliminación del fármaco.

Para este medicamento, se determinó experimentalmente que k= 0.25 h^{-1}.

a) Escriba la función explícita que modela la concentración del fármaco en la sangre del caballo a lo largo del tiempo.
b) Determine la concentración aproximada del fármaco después de 4 horas.
c) Calcule el tiempo que debe pasar para que la concentración disminuya a menos de 5 g/ml, valor considerado seguro para evitar efectos secundarios.
d) Interprete los resultados en el contexto veterinario: ¿por qué es importante conocer la velocidad de eliminación y el tiempo necesario para alcanzar concentraciones seguras?

Respuesta:
a) $C(t) = 20e^{-0,25t}$
b) La concentración aproximada del fármaco después de 4 horas es de 7,36 µg/ml.
c) A partir de las 5,5 horas la concentración cae por debajo de 5 µg/ml.
d) Conocer la velocidad de eliminación del fármaco y el tiempo necesario para que las concentraciones disminuyan a niveles seguros, es esencial en Medicina Veterinaria. Esto permite programar adecuadamente la frecuencia de las dosis para mantener una efectividad terapéutica sin incurrir en toxicidad o afección a los sistemas encargados de su excreción (hígado o sistema renal, entre otros). Además, entender cuándo la concentración baja de cierto umbral ayuda a minimizar el riesgo de efectos secundarios y facilita la toma de decisiones cuando se requiere una dosis de mantenimiento, cambiar la medicación o incluso suspender el tratamiento para garantizar la seguridad y el bienestar del animal.

Problema 2. Un veterinario está investigando la dinámica de crecimiento de una bacteria patógena en una herida superficial en la piel de un bovino. Los análisis iniciales muestran que la concentración de bacterias en la lesión es de aproximadamente 500 unidades formadoras de colonia (UFC). Se determina experimentalmente que, en condiciones estables (sin intervención, ni curaciones, ni factores limitantes), la población de bacterias se incrementa a una tasa del 30 % cada 6 horas, lo que indica un crecimiento exponencial. Esto se puede modelar con la función

$$N(t) = N_o(1+r)^t$$

donde:
- N_o es la población inicial de bacterias.
- r es la tasa de crecimiento por período (en este caso, 30 % cada 6 horas).

- t es el número de períodos transcurridos (cada período son 6 horas. Por lo tanto, si han pasado 6 horas, $t = 1$; si han pasado 12 horas, $t = 2$; y así sucesivamente).

a) Exprese la función que modela el número de bacterias después de t períodos de 6 horas.
b) Determine cuántos períodos de 6 horas deben transcurrir para que la población bacteriana alcance o supere las 2000 UFC.
c) Exprese el resultado anterior en horas transcurridas.
d) Explique por qué este tipo de modelo es importante para la medicina veterinaria en la toma de decisiones de tratamiento.

Respuesta:
a) $N(t) = 5001,30^t$.
b) Deben transcurrir 6 períodos.
c) Transcurren 36 horas.
d) Este tipo de modelo es fundamental para predecir el avance de una infección y planificar acciones terapéuticas. Conociendo la rapidez del crecimiento bacteriano, el veterinario puede decidir el momento óptimo para intervenir con antibióticos u otros tratamientos, antes de que la carga microbiana sea demasiado alta y complique la recuperación del animal. Así, el modelo exponencial ayuda a ajustar dosis, tiempos de administración y a elaborar estrategias preventivas, contribuyendo a una atención más eficaz y eficiente en Medicina Veterinaria.

6.4 Funciones logarítmicas

Problema 1. La flora ruminal de una vaca lechera funciona de manera óptima cuando el pH del rumen se mantiene aproximadamente entre 6.0 y 7.0. Un veterinario realiza un análisis del líquido ruminal de una vaca y encuentra que su pH es de 5.0, lo que indica un ambiente más ácido que el deseable (posible acidosis ruminal). Como referencia, un pH considerado habitual en esta situación es de 6.5.

$$pH = -log[H^+]$$

Donde $[H^+]$ es la concentración de iones hidrógeno en moles por litro (mol/L).

a) Halle la concentración de iones hidrógeno $[H^+]$ cuando el pH es 5.0.
b) Halle la concentración de iones hidrógeno $[H^+]$ cuando el pH es 6.5.
c) Compare la concentración de $[H^+]$ a pH 5.0 con la de pH 6.5 para determinar cuántas veces mayor es la acidez en el rumen de la vaca con respecto a una condición normal.
d) Interprete el resultado en términos de salud ruminal y posibles consecuencias para el bienestar del animal.

Respuesta:
a) La concentración es de $1 \cdot 10^{-5}$ mol/L.
b) La concentración es de $3,16 \cdot 10^{-7}$ mol/L.
c) La concentración de $[H^+]$ a pH 5.0 es aproximadamente 31.6 veces mayor que a pH 6.5.

d) Un pH de 5.0 en el rumen es significativamente más ácido que el pH óptimo (alrededor de 6.5). Esta mayor acidez, más de 30 veces superior en términos de concentración de $[H^+]$, daña la microbiota beneficiosa del rumen, dificultando la digestión normal de la fibra y aumentando el riesgo de problemas metabólicos como la acidosis ruminal. La acidosis puede reducir el consumo de alimento, bajar la producción de leche, causar malestar y, en casos graves, ser fatal en pocas horas. Para evitarlo, es clave ajustar la dieta, la fibra y el manejo del ganado, asegurando un pH ruminal adecuado para su bienestar y productividad.

Problema 2. Un refugio de animales ha estado observando el crecimiento de una población de gatos ferales que rescató en una zona rural. Inicialmente, el refugio registró 20 gatos. Durante el primer año, la población crecía según un modelo logarítmico dado por la fórmula

$$P(t) = Kln(t+1)$$

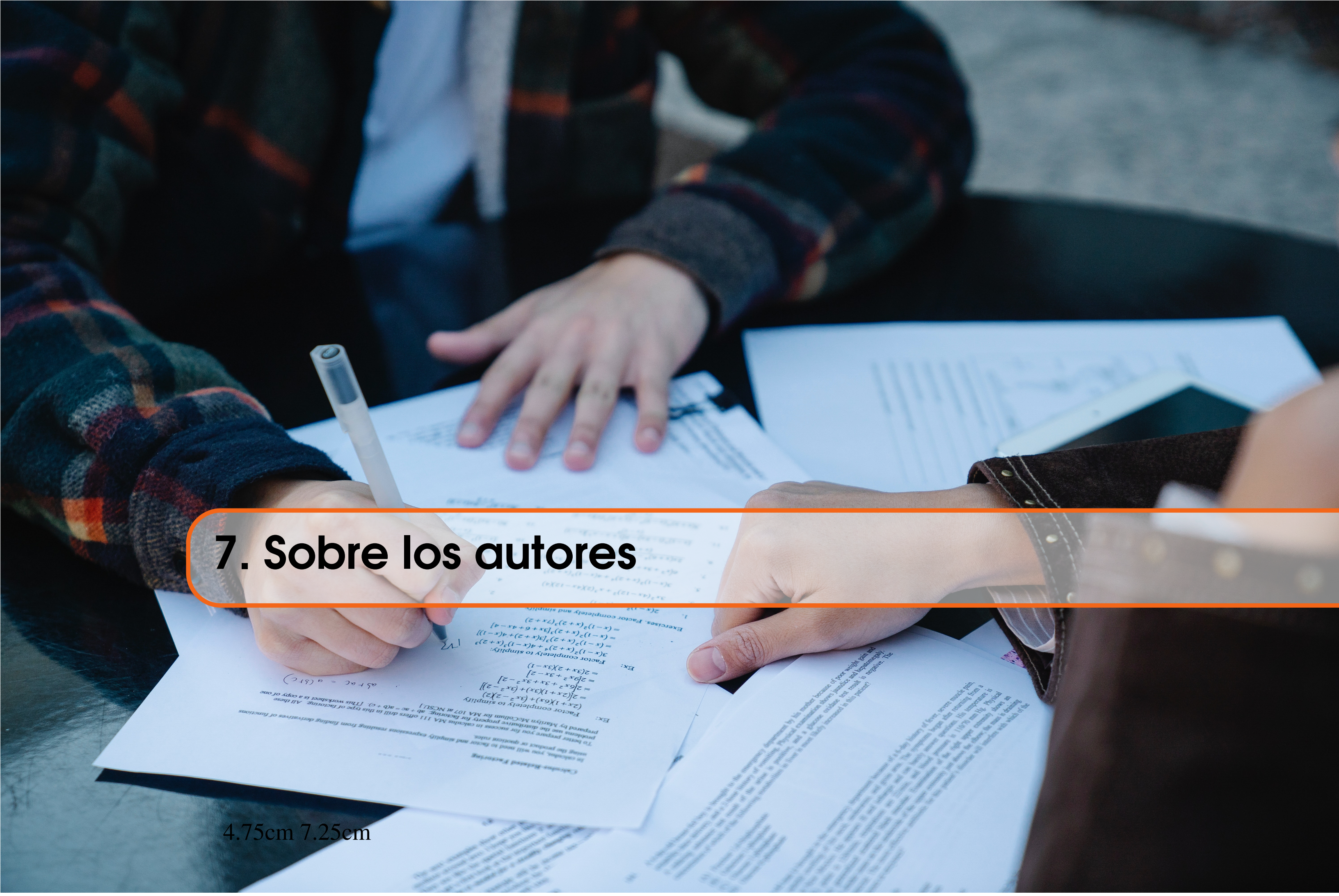
Donde:

- $P(t)$ es la población al cabo de t años.
- $k = 50$ es un factor de escala que depende del entorno y los recursos disponibles.
- t es el tiempo en años desde que comenzaron a registrar la población.

a) ¿Cuál será la población aproximada de gatos al cabo de 3 años según el modelo?
b) Si la capacidad máxima del refugio es de 150 gatos, ¿cuántos años aproximadamente pasarán antes de alcanzar esta capacidad?

Respuesta:

a) La población aproximada en 3 años será de 69 gatos.
b) Transcurrirán 19 años aproximadamente para alcanzar la capacidad máxima del refugio.



7. Sobre los autores

4.75cm 7.25cm

Cecilia Herrera Cruz

Siendo una niña inquieta y dispersa, que poco podía estar sentada en una sala de clases, su profesor la castigó con una tarea de 100 ejercicios algebraicos, sin embargo, ese castigo cambiaría por completo su vida, ya que le permitió conocer y admirar la matemática, además de motivarla en la búsqueda de nuevas estrategias para apoyar a sus compañeras que no entendían la asignatura.
Luego pensó, ¿si yo pude descubrir la belleza de los números por qué no compartirlo con los demás? Fue así que decidió seguir el camino de la Educación.

Cecilia es profesora de Estado en Matemáticas, Licenciada en Educación en Matemáticas y Magíster en Ciencias de la Educación con mención en Currículum y Evaluación. Con más de 27 años de experiencia en docencia universitaria, ha impartido clases en distintas universidades tradicionales y no tradicionales chilenas como la UTEM, USACH y UDLA y en áreas del Álgebra, Cálculo y Álgebra Lineal. Desde el año 2008 se ha desempeñado como Directora de Currículum y Evaluación del Instituto de Matemática, Física y Estadística (IMFE) en la Universidad de Las Américas, donde se ha dedicado a elaborar programas, coordinar asignaturas del ciclo básico, diseñar e implementar metodologías activas e incorpor evaluaciones presenciales y no presenciales a través de plataformas como Moodle, Blackboard y otras. Sus lineas de investigación son la Educación Matemática y el trabajo colaborativo en el aula.

René Oliva Flores

Al ser invitado a participar en este libro, de pronto surgió una convicción: Si en cada dosis exacta de un tratamiento, hay un cálculo perfecto, entonces en cada uno de nuestros pacientes que se recupera, hay una expresión matemática que lo permitió...

René Oliva Flores es médico veterinario titulado de Universidad de Las Américas. Ha ejercido profesionalmente en instituciones gubernamentales y en empresas privadas de servicios agropecuarios y de certificación en estándares internacionales de calidad, en áreas de administración y gestión de operaciones. Académicamente, se ha desempeñado como docente de asignaturas de Fisiología animal y Fisiopatología desde hace dieciocho años. Actualmente, es académico regular de la Escuela de Medicina Veterinaria UDLA, donde se ha desempeñado como Director de Carrera y en la actualidad como Líder Académico para el área de animales mayores.

Katherine Sandoval Perdomo

Desde muy pequeña, cuando me preguntaban "¿qué quieres ser cuando seas mayor?", la respuesta siempre fue la misma: "maestra". Mi juego favorito de infancia era tener mi escuelita, que construía con una sábana como techo en el patio de mi casa, junto a unas sillas y mesas pequeñas donde mis hermanos y los amiguitos del barrio se sentaban a aprender y a hacer las tareas que preparaba para ese día. Así transcurrieron los años y la visión nunca cambió. La pregunta no era si quería enseñar, sino qué quería enseñar. La respuesta llegó en tercer año de educación secundaria, cuando conocí la física y me enamoré de los números. Allí tomé una de las decisiones más bonitas de mi vida: dedicarme a enseñar matemática y física. Katherine es licenciada en Educación, mención Matemática y Física, y cuenta con un magíster en Matemática Aplicada a la Ingeniería, además de diplomados en Innovación Educativa y en Inteligencia Artificial aplicada a la educación. Actualmente cursa un Doctorado en Socioformación y Sociedad del Conocimiento. Tiene más de 17 años de experiencia docente. Ha impartido clases de matemática y física en educación básica y media, desde 7° básico hasta 4° medio, y también ha ejercido en educación superior. Ha formado parte del cuerpo académico de la Universidad del Zulia, la Universidad Autónoma y la Universidad de las Américas, donde actualmente desarrolla su labor académica impartiendo cursos de matemática general, bioestadística, biofísica, análisis de datos, álgebra y cálculo diferencial, entre otros. Asimismo, se encuentra trabajando en diversas investigaciones relacionadas con la enseñanza de la matemática en la educación superior.

Este libro tuvo gran dedicación y compromiso por parte de sus autores. Sin embargo, si ha encontrado un error matemático, le invitamos a escribir al correo cherrera@udla.cl y nos cuente más sobre lo detectado. Su comentario nos permitirá mejorar el contenido de este libro en futuras ediciones.

UDLA
UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS