FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA

Tránsito a la Generalización de Patrones con Uso de Material Concreto en Estudiantes de Quinto Básico

Trabajo de Titulación presentado en conformidad a los requisitos para obtener el título de Profesor en Educación Básica, Mención Matemática.

Profesora Guía: Dra. Gina Luci Arriagada

Autoras:

Claudia Méndez Muñoz

Paloma Valencia Riquelme

Santiago - Chile

2025

UDLA UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

ÍNDICE

Contenido

RESUMEN

El presente trabajo de titulación se propuso analizar el tránsito hacia la generalización de patrones numéricos en estudiantes de 5° básico mediante el uso de material concreto. Este proceso resulta fundamental para la comprensión de conceptos matemáticos más abstractos y el desarrollo del pensamiento algebraico temprano.

La metodología empleada se enmarca en un enfoque cualitativo de estudio de caso intrínseco, buscando una comprensión profunda del fenómeno natural. La recolección de datos se realizó a través de una entrevista semiestructurada aplicada a cuatro estudiantes, complementada con observación y registros audiovisuales. El análisis se centró en la codificación temática de las respuestas para categorizar los niveles de algebrización, según la propuesta de Godino et al. (2015).

Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes se centraron en el Nivel 0 (Aritmético) y el Nivel 1 (Proto-Algebraico incipiente). Las estrategias fueron el conteo directo, la suma reiterada y el reconocimiento verbal de regularidades, apoyados por la manipulación del material concreto. Solo un estudiante mostró un avance hacia el nivel 2 (Proto-Algebraico intermedio), logrando formular una expresión simbólica. Se concluye que el material concreto actúa como mediador efectivo para la observación y verbalización de patrones, pero la formalización simbólica requiere una mediación pedagógica sostenida que aborde la naturaleza dinámica del aprendizaje y desafíe a los estudiantes a trascender la descripción verbal para lograr la generalización funcional.

Palabras claves: Generalización de patrones, material concreto, niveles de algebrización, educación básica, pensamiento algebraico temprano.

ABSTRACT

The present thesis aimed to analyze the transition towards the generalization of numerical patterns in 5th grade students using concrete materials as a mediator for early algebraic thinking. This process is considered fundamental for understanding more abstract mathematical concepts and developing early algebraic thinking.

The methodology utilized was a qualitative intrinsic case study, seeking a deep comprehension of the phenomenon within its natural context. Data collection was carried out through a semi-structured interview applied to four students, complemented by observation and audiovisual records. The analysis focused on the thematic coding of responses to categorize the achieved levels of algebraization (Godino et al., 2015).

The results indicate a dynamic and variable process, with the transition being gradual but non-linear, as students exhibited oscillation between achieved levels. Most students concentrated on Level 0 (Arithmetic) and Level 1 (Incipient Proto-Algebraic). The predominant strategies included direct counting, repeated addition, and the verbal recognition of regularities, all supported by the manipulation of concrete materials. Only one student showed evidence of advancing to Level 2 (Intermediate Proto-Algebraic) by formulating a symbolic expression. It is concluded that the material facilitates pattern observation and verbalization, but symbolic formalization necessitates sustained pedagogical mediation that challenges students to move beyond verbal description to achieve the functional relationship.

Keywords: Pattern generalization, concrete material, levels of algebraization, elementary education, early algebraic thinking.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática en la educación básica constituye un ámbito de alta relevancia, particularmente en un contexto donde el desarrollo del pensamiento lógico-matemático se ha convertido en una prioridad educativa (MINEDUC, 2018). A medida que los estudiantes progresan en su trayectoria escolar, uno de los desafíos más significativos radica en la generalización de patrones numéricos, proceso que resulta fundamental para la comprensión de conceptos matemáticos de mayor nivel de abstracción. Además, este tipo de razonamiento constituye un indicador clave del rendimiento académico en educación básica. No obstante, los estudios hechos en base a evaluaciones estandarizadas realizadas en la última década como SIMCE (2024) y la Evaluación de Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA, 2021), evidencian que un número importante de estudiantes no alcanzan niveles adecuados de comprensión en esta área, lo que plantea interrogantes sobre la efectividad de las estrategias pedagógicas actualmente implementadas.

Estudios previos (Bautista Pérez y Bustamante, 2021; Pinto, Ayala-Altamirano, Molina, y Cañadas, 2023) han destacado las necesidades de profundizar en el análisis de los procesos de generalización desde una perspectiva didáctica, que considere no sólo los productos del razonamiento, sino también las formas en que los estudiantes construyen significados matemáticos.

Ante este escenario, la presente investigación se propone analizar el tránsito hacia la generalización de patrones numéricos de estudiantes de 5to básico mediante el uso de material concreto, así mismo su objetivo principal consiste en analizar cómo estudiantes de quinto básico llevan a cabo la generalización de patrones numéricos.

La elección de trabajar con quinto básico responde a que este nivel representa un punto de inflexión fundamental dentro de la trayectoria escolar, situándose en el límite entre las operaciones concretas y el inicio del pensamiento formal (Piaget 1968, citado en Valdés, 2014). Curricularmente, es la etapa donde se transita desde el reconocimiento de patrones simples hacia la generalización de regularidades mediante expresiones algebraicas (MINEDUC, 2018). Este escenario resulta idóneo para analizar el tránsito que busca esta investigación, utilizando como marco los niveles de algebrización propuestos por Godino et al. (2015). El estudio se enfoca en los dos niveles que caracterizan la Educación Básica, los cuales permiten observar la manifestación del razonamiento de los estudiantes y su paso progresivo desde una práctica puramente aritmética hacia las primeras formas de pensamiento algebraico. De este modo, la presente investigación busca comprender las estrategias que los estudiantes de quinto básico emplean al interactuar con material concreto y determinar fehacientemente los niveles de algebrización que logran alcanzar durante este proceso.

La metodología empleada se enmarca en un enfoque cualitativo de caso intrínseco, que permite una comprensión profunda de las experiencias educativas en su contexto natural. Para ello, se aplicará una entrevista semiestructurada a cuatro estudiantes, además de realizar observaciones y registros audiovisuales. Estas técnicas permitirán identificar las estrategias de generalización empleadas y los niveles de razonamiento alcanzados.

Este trabajo se estructura en varios capítulos. En el primero, se presenta la problemática en torno a la enseñanza de la generalización de patrones numéricos, junto con la justificación y fundamentación del problema. En el segundo capítulo, se expone en el marco teórico que sustenta la investigación, analizando estudios previos y teorías relevantes. En el capítulo tres, se detalla la metodología utilizada, describiendo el diseño cualitativo, la caracterización de los participantes y los instrumentos aplicados. El capítulo cuatro, se enfoca en el análisis de datos y los resultados, a partir de las transcripciones y codificación temática de las entrevistas semiestructuradas.

Los hallazgos principales de esta investigación, detallados en el capítulo 4, evidencian que los estudiantes transitan mayoritariamente entre el Nivel 0

(Aritmético) y el Nivel 1 (Proto-Algebraico incipiente), empleando estrategias de conteo directo y reconocimiento verbal apoyadas por el material concreto. La discusión y conclusiones argumentan que, si bien el material concreto actúa como un mediador efectivo para la observación y verbalización de patrones, el avance hacia la formalización simbólica (Nivel 2) no es automático y requiere de una mediación pedagógica sostenida que impulse a los estudiantes más allá de la descripción verbal.

Cómo último capítulo, el número 5 presenta la discusión y conclusiones finales del trabajo.

1. PRIMER CAPÍTULO

PROBLEMÁTICA

1.1 Levantamiento del Problema

La enseñanza de la matemática en la educación básica tiene como objetivo desarrollar de manera integral el pensamiento lógico-matemático en los estudiantes, siendo la generalización de patrones numéricos un componente crucial de este proceso. Al respecto, Godino et al. (2015) advierten que la falta de un consenso claro sobre cómo introducir el álgebra escolar puede derivar en decisiones instruccionales que retrasen su enseñanza hasta la educación secundaria, limitando el desarrollo de capacidades algebraicas tempranas. Esta afirmación refuerza la necesidad de analizar el tránsito desde el razonamiento aritmético, ya que postergar este enfoque impide que los estudiantes consoliden la base necesaria para niveles de abstracción superior, que es precisamente el foco de esta investigación. En el contexto chileno, esta progresión hacia la generalización está presente en los lineamientos establecidos en el Currículum Nacional (MINEDUC, 2013). Sin embargo, las evidencias provenientes de evaluaciones estandarizadas, como el PISA (2022), indican que desde el año 2006, cerca de la mitad de los estudiantes chilenos, no consiguen el nivel mínimo de competencias en matemáticas, lo que pone de manifiesto los desafíos que enfrentan muchos alumnos en el proceso de generalización de patrones. Asimismo, el Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS, 2023), permite observar que Chile se encuentra con resultados descendidos del promedio internacional, ubicándose por muy debajo de la media (Agencia de la Calidad, 2024). Es posible inferir que el bajo desempeño en estas evaluaciones se relaciona directamente con las dificultades en la generalización de patrones, dado que las pruebas estandarizadas como PISA y TIMSS no evalúan solamente el cálculo procedimental, sino la capacidad de identificar estructuras, modelar situaciones y predecir comportamientos matemáticas. La generalización de patrones es la base del pensamiento funcional, por lo tanto, si los estudiantes no logran transitar de la aritmética simple a la identificación de una regla general, se ve incapacitado para resolver problemas de mayor complejidad algebraica que son predominantes en estas mediciones internacionales. El déficit observado sugiere que los estudiantes permanecen anclados en un pensamiento concreto-aritmético, sin alcanzar los niveles de algebrización necesarios para formalizar relaciones matemáticas. Estos resultados evidencian la necesidad de investigar con mayor profundidad cómo los estudiantes articulan sus generalizaciones y qué niveles de razonamiento logran alcanzar, lo que podría ofrecer una comprensión más precisa sobre su capacidad en el ámbito de la matemática. Este estudio se enfoca en analizar cómo los estudiantes realizan dicha generalización, y en qué niveles logran avanzar en su razonamiento

1.2 Justificación del Problema

A partir de lo anterior, planteamos que es fundamental realizar un análisis que permita comprender de mejor manera cómo los estudiantes llevan a cabo el proceso de generalización de patrones numéricos, un aspecto esencial en su desarrollo matemático. Esta relevancia radica en que la generalización no es un proceso aislado, como sostiene Alsina (2020), forma parte de un itinerario de enseñanza que busca desarrollar el pensamiento algebraico desde edades tempranas a través de la identificación de regularidades. Este proceso involucra la capacidad de reconocer relaciones subyacentes en los datos, permitiendo al estudiante abstraer estructuras, predecir comportamientos y establecer reglas generales. Siguiendo a este autor, dicho ejercicio cognitivo fortalece la comprensión de las operaciones y propiedades numéricas, además de constituir la base para transitar desde contextos informales y manipulativos hacia estructuras matemáticas más complejas y abstractas.

En este sentido, la investigación se centra en explorar las dinámicas que se desarrollan al trabajar patrones numéricos y su generalización mediante material concreto, analizando cómo estos elementos facilitan o dificultan el tránsito hacia conceptos matemáticos más abstractos en quinto año básico. Tal como señalan Bautista-Pérez et al. (2021) y Pinto et al. (2023), es crucial identificar los niveles de generalización que alcanzan los estudiantes, ya que esto permite un entendimiento más profundo de su razonamiento matemático y de los obstáculos que pueden presentarse durante este proceso formativo.

Los beneficiarios de esta investigación son diversos, ya que permitirá a docentes e investigadores obtener información relevante y ejemplos de interpretación prácticos para identificar los niveles de generalización alcanzaos por los estudiantes, promoviendo así un aprendizaje más significativo en matemática

De esta forma, al proporcionar información sobre cómo los estudiantes realizan la generalización de patrones; esta investigación puede contribuir a la creación de un entorno educativo donde se puedan explorar diversas metodologías adaptadas a las características del aula y del contexto educativo, facilitando así el desarrollo del pensamiento algebraico elemental. Según Molina (2014), la capacidad de traducir entre sistemas de representación, como el simbolismo algebraico y el lenguaje verbal, es una habilidad esencial para comprender conceptos matemáticos y desarrollar competencias algebraicas.

1.3 Fundamentación del problema.

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica es fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los estudiantes, especialmente en el tránsito que comienza desde el reconocimiento de patrones hacia la generalización algebraica, uno de los principales desafíos en esta etapa formativa. Gasco y Villarroel (2014) destacan en su trabajo, que los estudiantes con un enfoque algebraico definido muestran mayor motivación y auto eficiencia, factores claves para un mejor desempeño académico. Por su parte, Bautista-Pérez et al. (2021), evidencian que el trabajo con patrones numéricos y geométricos permite avanzar en niveles de razonamiento algebraico, incluso con representaciones simbólicas iniciales. Pino et al. (2023), por otro lado, concluyen que fomentar la expresión y justificación de ideas generales en contextos aritméticos ayuda a los estudiantes a desarrollar un lenguaje matemático más preciso y abstracto, lo que refuerza la comprensión y uso de estructuras algebraicas desde edades tempranas.

En el contexto chileno, el Currículum Nacional (MINEDUC, 2013) establece que la generalización de patrones es un componente esencial en la educación matemática. Sin embargo, las evaluaciones estandarizadas nacionales, como el SIMCE (2024), indican que sólo un 27,2% de los estudiantes de 4° básico alcanza un nivel adecuado en comprensión matemática. Además, la Evaluación de Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA) del 2021 muestra que los promedios en quinto año básico son inferiores al 75%. Estos resultados evidencian la desconexión entre las expectativas del currículum y los logros reales de los estudiantes, sugiriendo que las estrategias pedagógicas actuales pueden no estar siendo efectivas para facilitar el tránsito en la generalización algebraica.

El tránsito hacia la generalización de patrones en matemática implica un proceso de abstracción que va más allá de la mera representación. Como plantea Duval (1995), la comprensión matemática se sustenta en la coordinación de diferentes registros de representación semiótica, los cuales proporcionan herramientas cognitivas para transformar y convertir representaciones, permitiendo así acceder a niveles superiores de abstracción. No obstante, la generalización es un proceso cognitivo que implica llevar un comportamiento observado a un marco más general, y aunque los registros de representación no son equivalentes a la generalización en sí, si aportan los medios para representar y operar. (Godino et al. 2016). En este sentido, el uso de material concreto constituye un punto de partida accesible para el estudiante, facilitando la percepción y manipulación de regularidades. La abstracción profunda se construye cuando el estudiante logra transformar estas experiencias en registros gráficos, verbales y simbólicos. Por ello, dicho tránsito hacia el pensamiento abstracto debe ser gradual y conceptual, evitando saltos abruptos que entorpezcan la comprensión significativa (Alsina, 2020).

Por otro lado, es relevante considerar que un entendimiento profundo de los patrones es crucial para desarrollar un pensamiento matemático más abstracto y para abordar conceptos algebraicos en niveles superiores. En el estudio de Mejías-Zamorano y Alsina, (2020) se destaca que la formación de un razonamiento algebraico sólido desde etapas tempranas puede facilitar la comprensión de conceptos más complejos en el futuro. Este proceso se puede potenciar a través de metodologías que integren el reconocimiento de patrones con la contextualización del aprendizaje, permitiendo a los estudiantes establecer conexiones significativas entre diversas áreas de la matemática.

Por último, el trabajo de Alsina (2020) subraya que la enseñanza de las matemáticas debe buscar constantemente la interrelación entre conceptos, promoviendo un aprendizaje que trascienda la mera memorización. La integración de estrategias pedagógicas que fomenten la generalización de patrones numéricos no sólo contribuirá a mejorar el rendimiento académico, sino que también facilitará el desarrollo de un pensamiento lógico-matemático más robusto. Así, la investigación sobre cómo los estudiantes articulan sus generalizaciones y los niveles de razonamiento que logran desarrollar se vuelve esencial para apoyar su aprendizaje matemático y contribuir a la formación de un entorno educativo más eficaz.

1.4 Viabilidad

La viabilidad de llevar a cabo el estudio sobre la generalización de patrones numéricos en estudiantes de quinto año básico es alta, dado que se analizará una entrevista semiestructurada compuesta por cuatro estudiantes del nivel a investigar. Esta metodología nos permitirá obtener información cualitativa rica y centrada en las experiencias de los alumnos en relación con la generalización de patrones. Además, esta propuesta se concreta, debido a que la investigación se lleva a cabo en un centro de práctica de la red de la Universidad de Las Américas, de la carrera de Pedagogía en Educación Básica, lo que facilita el acceso a los participantes y garantiza un entorno de aprendizaje adecuado. Asimismo, se obtiene el consentimiento informado de los sujetos involucrados, asegurando así los aspectos éticos del estudio.

Las contribuciones que proporcionará este conocimiento actual son significativas, ya que permitirá conocer los niveles de generalización de los estudiantes analizados, lo que a su vez facilita la exploración de diversas metodologías adaptadas al contexto del aula. Esto es esencial para favorecer el tránsito hacia conceptos abstractos del álgebra, contribuyendo al desarrollo del razonamiento algebraico elemental que es tan necesario en la educación matemática.

1.5 Pregunta de investigación

¿Cómo los estudiantes de 5° básico articulan sus procesos de generalización de patrones numéricos y qué niveles de algebrización logran evidenciar en el desarrollo de una tarea de patrones?

Tema de interés: Generalización de Patrones

1.6 Objetivos de la investigación

Objetivo general:

Identificar el tránsito hacia la generalización de patrones numéricos utilizando material concreto en estudiantes de 5to básico.

Objetivos específicos:

Identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes para generalizar patrones numéricos.
Categorizar los niveles de generalización alcanzados por los estudiantes.

2. SEGUNDO CAPÍTULO

MARCO TEÓRICO

2.1 Presentación del Marco Teórico.

La generalización matemática se define como el proceso mediante el cual, los estudiantes identifican y extienden patrones, relaciones y propiedades matemáticas en diferentes contextos, (Blanton et al., 2015). Con respecto a los patrones numéricos se considera un componente crítico para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Sin embargo, las evidencias recopiladas de diversas evaluaciones estandarizadas, como el SIMCE (2024) y la evaluación de diagnóstico integral de aprendizajes DIA (2021), indican que un porcentaje alarmantemente bajo de estudiantes de 4° y 5° básico logra alcanzar niveles adecuados de comprensión matemática. Los estudios TIMSS (2023) y PISA (2022) también proporcionan información relevante sobre el desempeño matemático de los estudiantes chilenos. Los resultados del estudio TIMSS 2023 revelan que el puntaje promedio de los estudiantes de 4° y 8° básico en Matemática se encuentra por debajo del promedio internacional (Agencia de la Calidad, 2024). Además, el informe PISA (2022) indica que solo el 41% de los estudiantes chilenos de 15 años alcanza un nivel mínimo de competencia en Matemática, en comparación con el promedio de la OCDE que es del 77%.

Todos los antecedentes anteriores ponen de manifiesto las dificultades que enfrentan muchos alumnos en desarrollo de la competencia matemática a nivel nacional e internacional. A partir de estos resultados, es posible inferir una carencia en conocimientos profundos como lo es el proceso de generalización de patrones, puesto que este constituye una de las capacidades cognitivas fundamentales para el éxito en las áreas evaluadas. Al respecto, Zapatera (2018) sostiene que el éxito en la resolución de problemas de generalización de patrones marca la transición hacia el pensamiento funcional, esto permite a los estudiantes identificar reglas generales y modelar relaciones; competencias que son transversales a los problemas de razonamiento matemático planteados en dichas pruebas. Por lo tanto, el bajo desempeño observado permite deducir que los estudiantes presentan obstáculos significativos para trascender el cálculo aritmético y alcanzar los niveles de abstracción necesarios para la resolución de problemas complejos.

Desde los estudios clásicos del desarrollo cognitivo de Piaget (1968) citado en Valdés (2014), el tránsito de patrones numéricos a su generalización algebraica se puede observar principalmente en la etapa de operaciones concretas y, más claramente, en la etapa de operaciones formales. En la etapa de operaciones concretas, que generalmente ocurre entre los 7 y los 11 años, los niños comienzan a desarrollar un pensamiento lógico basado en objetos concretos. Aunque su capacidad para generalizar patrones está presente, aún se basa en experiencias concretas y no alcanza la abstracción propia del álgebra formal. Sin embargo, esta etapa es crucial para sentar las bases del pensamiento lógico que más tarde permitirá la generalización algebraica.

Considerando lo anterior, la etapa de operaciones formales, que comienza alrededor de los 12 años, es cuando los individuos pueden realmente abordar la generalización algebraica. Aquí, desarrollan la capacidad de pensar en forma abstracta, utilizar el razonamiento hipotético deductivo y analizar esquemas de pensamiento de manera deliberada. Esta etapa es ideal para la introducción de conceptos algebraicos, ya que los adolescentes pueden comprender y manipular símbolos y patrones de manera abstracta, lo que es esencial para la generalización algebraica.

En la Tabla que se presenta a continuación, se detallan los niveles piagetianos a los cuales se hace mención en los párrafos anteriores:

Tabla 2.1. Etapas del Desarrollo

Concepto	Estadios
Etapas del desarrollo cognitivo	Sensoriomotor (0-2 años): Aprendizaje a través de la interacción física. Preoperacional (2-7 años): Desarrollo del lenguaje e imaginación. Operaciones concretas (7-11 años): Uso de lógica para problemas concretos. Operaciones formales (11+ años): Pensamiento abstracto y lógico.

Fuente: Elaboración propia con apoyo de IA, basado en el trabajo de Valdés (2014).

Las etapas del desarrollo cognitivo propuestas por Jean Piaget son fundamentales para comprender cómo los niños construyen su conocimiento a lo largo de su desarrollo. Según Piaget, el desarrollo cognitivo se distribuye en cuatro etapas: la etapa sensoriomotora (0-2 años), donde los infantes aprenden a través de la interacción física con su entorno; la etapa preoperacional (2-7 años), caracterizada por el desarrollo del lenguaje e imaginación, aunque con un pensamiento egocéntrico que limita la abstracción; la etapa de operaciones concretas (7-11 años), donde los niños comienzan a utilizar la lógica para resolver problemas concretos y desarrollar habilidades como la clasificación y la seriación; y finalmente, la etapa de operaciones formales (a partir de los 11 años), en la que los adolescentes pueden pensar de manera abstracta, utilizando razonamiento hipotético-deductivo. Esta progresión en el desarrollo cognitivo es crucial para abordar la enseñanza de patrones numéricos, ya que cada etapa presenta diferentes capacidades y formas de pensar que impactan en cómo los estudiantes reconocen, generalizan y aplican patrones en contextos matemáticos. Así, entender en qué etapa se encuentran los estudiantes permite a los educadores adaptar su enseñanza de manera efectiva, facilitando el tránsito hacia conceptos más abstractos en álgebra.

Respecto del currículum chileno, el contenido relacionado con los patrones se incorpora desde la educación parvularia, iniciando en el nivel de transición, con el propósito de preparar a los estudiantes para el desarrollo de la abstracción necesaria para futuros aprendizajes matemáticos (MINEDUC, 2018). En el contexto de la Educación Básica, se establece que la enseñanza de patrones, que abarca modalidades sonoras, concretas, pictóricas y simbólicas, comienza desde el primer año de escolaridad. Este enfoque pedagógico se centra en la progresión de las habilidades taxonómicas, fundamentadas en la taxonomía de Bloom (1956), la cual ha sido actualizada por Lorin Anderson y David Krathwohl (2001), tal como se detalla en las bases curriculares. La implementación de este enfoque busca fomentar un aprendizaje significativo, permitiendo a los estudiantes desarrollar competencias que faciliten su tránsito hacia conceptos matemáticos más complejos en niveles posteriores.

Estudios similares al nuestro abordan la importancia del análisis de la generalización de patrones numéricos en estudiantes de quinto básico, basándose en cómo la práctica puede contribuir de manera significativa al desarrollo matemático y al fortalecimiento del razonamiento algebraico, componente fundamental para lograr aprendizajes integrales en los contenidos más abstractos abordados en los niveles superiores. Por ejemplo, el trabajo de Vergel (2014) explora las nociones del pensamiento algebraico en estudiantes de cuarto y quinto año de educación básica entre las edades de 9 a 10 años. El autor valora la importancia de las experiencias educativas que integran la generalización de patrones en las tareas matemáticas, resultando que los estudiantes que protagonizan estas instancias no sólo comprenden mejor las relaciones numéricas, sino que logran articular sus ideas de manera más coherente.

Bajo esta misma idea, el trabajo de Zapatera (2018) pone de manifiesto la importancia de incorporar tareas de generalización de patrones desde los primeros años de escolarización, destacando que estas actividades no sólo facilitan la comprensión de conceptos básicos del álgebra, sino que también proporcionan a los estudiantes herramientas para desarrollar un pensamiento más crítico y reflexivo en matemática, logrando un mejor desempeño en la resolución de problemas algebraicos simples para fortalecer su razonamiento matemático. Al respecto, en otro estudio de Zapatera (2022), el autor aborda la generalización como una herramienta para introducir el pensamiento algebraico, obteniendo como resultados argumentos que fortalecen su trabajo anterior, debido a que se observó en esta investigación más actual, que el uso de problemas de generalización de patrones permite a los estudiantes reconocer regularidades y establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos, mejorando su capacidad para resolver problemas, argumentar y justificar sus respuestas.

Por último, y relacionado con las estrategias empleadas en la generalización de patrones, Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022) examinan cómo los estudiantes utilizan diversas estrategias para abordar tareas de generalización de patrones, resultando en la categorización de diferentes niveles de éxito en la resolución de estos problemas dependiendo de las estrategias empleadas.

Los estudios revisados coinciden en que la implementación de tareas de generalización de patrones numéricos constituye una propuesta pedagógica clave para fortalecer el pensamiento algebraico desde los primeros niveles de enseñanza básica. Integrar este tipo de actividades en el aula no solo favorece la comprensión de conceptos matemáticos abstractos, sino que también promueve habilidades fundamentales como la argumentación, la justificación y la resolución de problemas. En este sentido, fomentar experiencias educativas que incorporen la generalización permite a los estudiantes desarrollar un pensamiento matemático más profundo, crítico y coherente, sentando así bases sólidas para aprendizajes futuros.

2.1 Origen del concepto matemático del patrón

Tal como lo relatan las autoras Pizarro-Canales, et al (2021a), a lo largo de la historia, distintas civilizaciones han desarrollado nociones matemáticas que sentaron las bases del razonamiento algebraico. Destacan los antiguos egipcios siendo pioneros en el desarrollo de conceptos algebraicos elementales en el siglo XVI a.C., con el propósito de resolver problemas prácticos relacionados principalmente con la distribución de cosechas. Según las autoras, posteriormente estos conceptos fueron ampliados y generalizados para abordar diversos tipos de reparticiones. Investigaciones indican que los egipcios lograron establecer un método para resolver ecuaciones de primer grado. Dado que carecían de notación simbólica, emplearon un jeroglífico para representar la incógnita, lo que proporcionó un importante grado de formalización matemática a dicho método. Esta capacidad de abstraer y formalizar procedimientos matemáticos sentó las bases para el desarrollo posterior del álgebra, destacando la relevancia de su contribución en la historia de las matemáticas.

2.2 Categorización del concepto de patrón numérico desde la matemática.

Los patrones numéricos son una construcción matemática que se basa en secuencias de números generadas por una regla específica. Estas reglas pueden involucrar operaciones aritméticas como suma, resta, multiplicación o división, y permiten extender la secuencia de manera predecible. En este contexto, el estudio de patrones se vincula directamente con el álgebra, ya que ésta abarca la construcción y uso de expresiones algebraicas, fundamentadas en propiedades y definiciones propias de estructuras como el sistema de los números naturales, así como la representación de situaciones problemáticas mediante variables e incógnitas (Kieran, 2020). A continuación, se profundiza en su naturaleza matemática, su origen, utilización y progresión de complejidad.

Según los siguientes autores, Van de Walle, Karp y Bay-Williams (2020), citados en

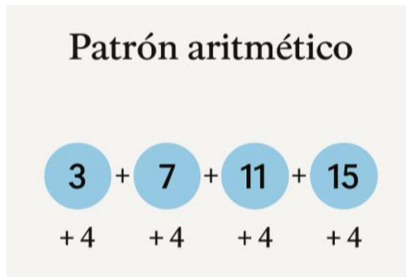
Pizarro et. al, (2021 b) los patrones numéricos pueden ser utilizados para desarrollar el razonamiento matemático, clasificándolos según las operaciones que los generan: patrones aritméticos, basados en la suma o resta de una constante; patrones geométricos, que involucran multiplicación o división por un factor constante; y patrones más complejos como los polinómicos, que integran múltiples operaciones matemáticas para modelar relaciones avanzadas.

Tabla 2.2. Categorización del patrón como concepto matemático

Categorización del patrón	**Conceptos matemáticos involucrados**
1. Patrones repetitivos	Se identifican en edades tempranas (4 a 5 años) mediante secuencias simples como ABAB o AABB, con colores, formas, sonidos o movimientos. Fomentan el reconocimiento de regularidades visibles u auditivas. Como se muestra en la imagen: 
2. Patrones ascendentes	Introducidos en niveles preescolares avanzados (5-6 años), implican aumentos sistemáticos, como contar de uno en uno (1, 2, 3, 4…) o crecer en tamaño o cantidad (una figura, luego dos, luego tres). Permiten iniciar el pensamiento funcional.
3. Patrones descendentes	Se presentan como disminuciones regulares (5, 4, 3, 2, 1) o reducción de elementos, Son menos frecuentes, pero desarrollan la noción de retroceso y comparación.

4. Patrones aritméticos

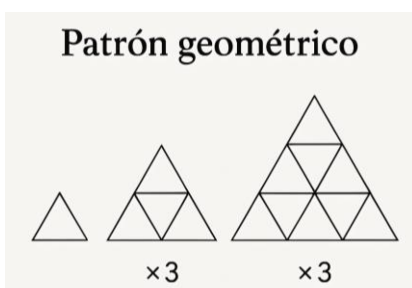
Estos patrones se originan a través de la suma o resta de una constante fija entre términos consecutivos. Un ejemplo representativo de este tipo de secuencia es la sucesión 3, 7, 11, 15, en la cual cada término se incrementa en 4, lo que refleja una progresión aritmética, como se muestra en la imagen:

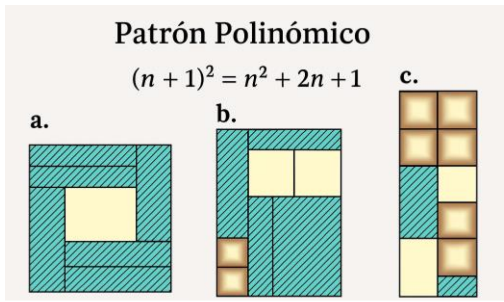


5. Patrones geométricos

Estos patrones se caracterizan por la multiplicación o división de los términos por un factor constante.

Un ejemplo representativo de este tipo de secuencia es la sucesión 1, 3, 9, en la cual cada término se obtiene multiplicando el anterior por 3, que corresponde a una progresión geométrica con razón 3.



6. Patrones polinómicos	Estos patrones son de mayor complejidad y pueden implicar la combinación de diversas operaciones matemáticas. Su estudio es fundamental en el ámbito del modelamiento matemático y en la resolución de ecuaciones algebraicas, ya que permite abordar problemas de mayor envergadura y sofisticación.  **Figura a** muestra un cuadrado inicial: puede representar $n2$. **Figura b** agrega dos rectángulos que representan $2n$, y un pequeño cuadrado adicional: eso suma $n2 + 2n + 1$. **Figura c** repite ese patrón con más bloques, reforzando visualmente que el cuadrado de un binomio se puede construir sumando áreas.

Fuente: Elaboración propia con apoyo de IA y basado en van de Walle, Karp y Bay-Williams (2020) citado en Pizarro-Canales, (2021b).

La clasificación de los patrones en aritméticos, geométricos y polinómicos no solo organiza el contenido matemático, sino que establece una jerarquía de complejidad cognitiva esencial para este estudio. Mientras que los patrones aritméticos y geométricos se sustentan en relaciones lineales y factores constantes, los patrones polinómicos introducen relaciones no lineales y factores constantes, los patrones polinómicos introducen relaciones no lineales que exigen un nivel de abstracción superior. Para esta investigación, dicha distinción es fundamental, ya que permite identificar que el tránsito hacia el pensamiento algebraico en quinto básico se inicia predominantemente en el registro aritmético, donde la constante aditiva actúa como el primer andamiaje para la generalización. Analizar estas diferencias en las operaciones involucradas permite comprender que la progresión desde la suma reiterada hacia el modelamiento de las relaciones más sofisticadas no es solo un cambio de operación, sino un avance en la capacidad del estudiante para estructurar el pensamiento funcional y resolver ecuaciones algebraicas avanzadas en etapas posteriores.

2.4 Patrones en educación básica

En las últimas décadas, la enseñanza del álgebra ha adquirido una importancia significativa en el ámbito educativo, particularmente en la educación infantil. Este cambio de enfoque se debe a la creciente comprensión de que los conceptos algebraicos, cuando se introducen de manera temprana, pueden facilitar el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales. En Freudenthal (1991) citado en Alsina (2020), se argumenta que el aprendizaje de las matemáticas debe estar centrado en la comprensión de las estructuras subyacentes, lo que incluye la identificación y generalización de patrones, un aspecto crucial para el pensamiento algebraico. Refuerza esta idea al señalar que la enseñanza del álgebra no solo debe centrarse en la aplicación de procedimientos, sino que también debe promover la exploración de relaciones y propiedades a través de patrones. Esta perspectiva ha llevado a un cambio en los currículos escolares, donde se busca integrar el álgebra de manera más efectiva desde las etapas iniciales de la educación, fomentando así una base sólida para el aprendizaje futuro de matemática.

El material concreto también cumple un rol esencial como mediador en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, debido a que permite a los estudiantes transitar desde la manipulación física hacia la abstracción simbólica. En particular, facilita las etapas iniciales de la generalización de patrones, al permitir que los alumnos identifiquen regularidades mediante representaciones figurativas o manipulativas. Este recurso didáctico opera en el plano inferior del conocimiento, según la teoría de la abstracción reflexiva de Piaget, donde los estudiantes actúan sobre objetos reales o imaginados antes de formular una regla general abstracta (Zapatera, 2022). De esta forma, el uso de materiales concretos no solo fortalece la comprensión de las estructuras numéricas y espaciales, sino que también crea un puente entre la observación empírica y el razonamiento algebraico formal, promoviendo un tránsito gradual hacia niveles superiores de generalización. (Radford, 2008, citado en Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez, 2022).

La teoría de los registros de representaciones semióticas de Duval (1995), complementa esta perspectiva al destacar la importancia de la coordinación y conversión entre distintos sistemas de representación en el aprendizaje matemático. El tránsito hacia la generalización de patrones numéricos implica un proceso de abstracción que exige articular diferentes formas de representación. Como plantea Duval (1995), lo comprensión matemática reposa en la coordinación de distintos registros de representación semiótica y en la posibilidad de convertir información de un registro a otro. En el contexto del early algebra, diversos autores han mostrado que la identificación y generalización de patrones numéricos constituye un núcleo del desarrollo del pensamiento algebraico temprano, en la medida en que los estudiantes pasan de describir regularidades con ejemplos concretos a expresarlas mediante enunciados generales y expresiones simbólicas (Blanton et al., 2015; Godino y Font, 2003; Zapatera, 2022).

En este contexto, la "early álgebra" o álgebra temprana se integra en el currículum de matemática como un enfoque educativo que propone la introducción de conceptos algebraicos desde los primeros años de escolarización, comenzando alrededor de los tres a cinco años del estudiante (Carraher y Schliemann, 2018). Este enfoque se fundamenta en la idea de que el álgebra no debe ser visto como un conjunto de habilidades aisladas, sino como un proceso de razonamiento y modelación que permite a los estudiantes explorar y generalizar patrones . El álgebra temprana busca promover el aprendizaje a través de la identificación de relaciones y estructuras matemáticas, facilitando así el tránsito hacia un razonamiento algebraico más sofisticado en etapas posteriores del aprendizaje (Blanton et. al. 2015).

El objetivo principal del álgebra temprana es, entonces, permitir que los estudiantes construyan y expresen generalizaciones matemáticas a través de experiencias que fomenten el razonamiento, la modelación y la comunicación matemática, en lugar de limitarse a la notación algebraica tradicional. Según Blanton et. al. (2015), la generalización matemática se define como el proceso mediante el cual los estudiantes identifican y extienden patrones, relaciones y propiedades matemáticas en diferentes contextos. En este sentido, este enfoque no solo se centra en la adquisición de habilidades técnicas, sino también en el desarrollo de un pensamiento relacional que capacite a los alumnos para abordar problemas matemáticos de diversas maneras, promoviendo una comprensión más profunda de las matemáticas (Carraher y Schliemann, 2018).

Para profundizar en la generalización matemática es necesario hacer la distinción entre los dos tipos que se ven involucradas en educación básica. La primera de ellas es la generalización aritmética que se puede definir como el proceso mediante el cual se extienden propiedades, patrones o relaciones que involucran números específicos a conjuntos con una mayor cantidad de números, pero dentro del marco de la aritmética, utilizando entonces números concretos o expresiones numéricas conocidas. Por otro lado, la generalización algebraica implica la introducción y manipulación de símbolos o variables que representan números no especificados, como también la formalización de relaciones generales a través de expresiones, fórmulas o ecuaciones, permitiendo trabajar con propiedades y patrones en un nivel abstracto y general. (Godino y Font, 2003).

2.5 Propuestas del currículum nacional

El propósito declarado por el currículum chileno en la unidad de patrones y álgebra es desarrollar en los estudiantes la capacidad de reconocer, describir, crear y continuar patrones repetitivos, tanto numéricos como no numéricos, y avanzar hacia la generalización de relaciones numéricas utilizando expresiones algebraicas (MINEDUC, 2013). Esta unidad busca fomentar el pensamiento algebraico desde los primeros niveles de escolarización, preparando a los estudiantes para abordar problemas matemáticos más complejos en niveles superiores. Asimismo, contiene propósitos específicos para desarrollar el pensamiento racional a través de los patrones.

Esta unidad (patrones y álgebra), busca articular el proceso de la enseñanza de patrones desde sus primeras manifestaciones en la identificación de regularidades, hasta su aplicación en la resolución de problemas mediante representaciones simbólicas (MINEDUC, 2013). Los propósitos específicos de la unidad evidencian una secuencia didáctica coherente: se inicia con el reconocimiento y la continuación de patrones simples, elemento clave para construir nociones de regularidad. Posteriormente, se avanza hacia la generalización y representación de dichas regularidades a través de expresiones algebraicas, promoviendo habilidades de abstracción. Este enfoque permite fortalecer el pensamiento algebraico desde etapas tempranas, facilitando la aplicación de reglas matemáticas en contextos concretos, y desarrollando en los estudiantes la capacidad de modelar situaciones reales mediante el lenguaje simbólico propio de la matemática.

Este tránsito del contenido de patrones en los niveles educativos chilenos tiene sustento en la estrecha relación con los estadios del desarrollo cognitivo planteados por Piaget y detallados en la Tabla 1 (sección 2.1). Para profundizar el análisis comparativo y dar mayor comprensión al aumento de complejidad del objeto matemático que se estudia en esta investigación, se incorpora en una tabla la comparación entre los Estadios Piagetianos y los niveles escolares desde educación inicial hasta educación media. Se consideran también en la misma tabla los niveles de tránsito a lo largo de la trayectoria escolar, dando detalles de los contenidos asociados y las características cognitivas de cada etapa

Tabla 2.3. Estadios Piagetianos desde educación inicial hasta educación media.

Estadio Piagetiano (edad)	**Nivel educativo chileno**	**Contenido de patrones**	**Características cognitivas**
Sensorio Motor (0 – 2 años)	Educación Parvularia Sala Cuna (0-2)	Exploración sensorial de texturas y colores Secuencias simples con objetos cotidianos	Coordinación visión-manipulación. Aprendizaje por ensayo-error.
Preoperacional (2-7 años) Transición a educación básica	Pre-Kínder (4 - 5 años) Kínder (5 - 6 años)	Creación de secuencias con material concreto (bloques, figuras) Identificación de regularidades en canciones/juegos	Pensamiento simbólico incipiente. Egocentrismo cognitivo que limita la abstracción.

	1° básico (6 - 7 años)	Reconocimiento de patrones AB-AB con elementos concretos y pictóricos.	
Operaciones concretas (7 - 11 años) 1° a 6° básico	-1°-2° básico	Patrones numéricos ascendentes/descendentes	Capacidad de clasificación y seriación. Necesidad de apoyo concreto.
	- 3°-4° básico	Generalización de secuencias	
	- 5°-6° básico	Introducción a variables simples	
Operaciones Formales (+11 años) Transición a educación Media	Educación Media 7°-8° básico	Patrones algebraicos Modelamiento matemático	Exige pensamiento hipotético-deductivo, coherente con el énfasis en "habilidades de razonamiento superior" del currículum.
	1°-2° medio	Funciones lineales y cuadráticas	

Fuente: Elaboración propia con apoyo de IA. Basado en Valdés (2014).

En síntesis, el propósito del contenido de patrones y álgebra en el currículum nacional chileno responde a una progresión intencionada que va desde la exploración concreta y visual de regularidades hasta su expresión simbólica y generalizada, articulando así el desarrollo del pensamiento algebraico desde etapas tempranas. Esta progresión se alinea con los estadios del desarrollo cognitivo propuesto por Piaget, permitiendo que los estudiantes transitan de manera coherente desde lo concreto a lo abstracto. Comprender esta secuencia es clave no solo para la planificación didáctica, sino también para diseñar experiencias de aprendizaje que respeten el ritmo de desarrollo de los estudiantes, fortalezcan su razonamiento matemático y faciliten la comprensión de conceptos algebraicos más complejos en etapas posteriores. Así, la enseñanza de patrones se consolida como un eje articulador del pensamiento lógico-matemático en la trayectoria escolar.

2.6 Problemas asociados al concepto matemático

Las dificultades asociadas al aprendizaje de patrones numéricos son variadas y pueden obstaculizar el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. En primer lugar, muchos alumnos tienden a memorizar patrones sin realmente comprender las relaciones y regularidades subyacentes. Esta falta de comprensión puede manifestarse en problemas al intentar extender secuencias o al resolver problemas que requieren la identificación de reglas específicas. Cetina-Vasquez y Cabañas-Sánchez (2022), evidencian, a través de las estrategias utilizadas por los estudiantes en su estudio, que muchos de ellos se limitan a repetir o contar los elementos de los patrones sin comprender las relaciones que los generan, lo que deriva en errores al extender la secuencia o formular la regla general. Por ejemplo, un estudiante puede ser capaz de continuar una serie de números como 2, 4, 6, 8, pero si no entiende que esta secuencia representa una relación de adición constante (suma de 2), le será difícil aplicar este conocimiento en contextos diferentes, como en la resolución de problemas que involucren patrones en situaciones de la vida real.

Un caso concreto se puede observar en una actividad del texto del estudiante del sumo primero de 5° básico (imagen 1). En esta actividad Rocío construye figuras con cuadrados. Aunque visiblemente se percibe que en cada nueva figura se agregan dos cuadrados adicionales, muchos estudiantes podrían centrarse únicamente en el conteo sin identificar la regla general que relaciona el número de la figura con la cantidad total de cuadrados (número de cuadrados = 2 x número de figura) (Wang, 2015). Está desconexión también puede evidenciarse al calcular el perímetro, ya que no basta con sumar los lados visibles, sino que se requiere comprender cómo varía el perímetro en función del número de cuadrados y cómo algunos lados se comparten.

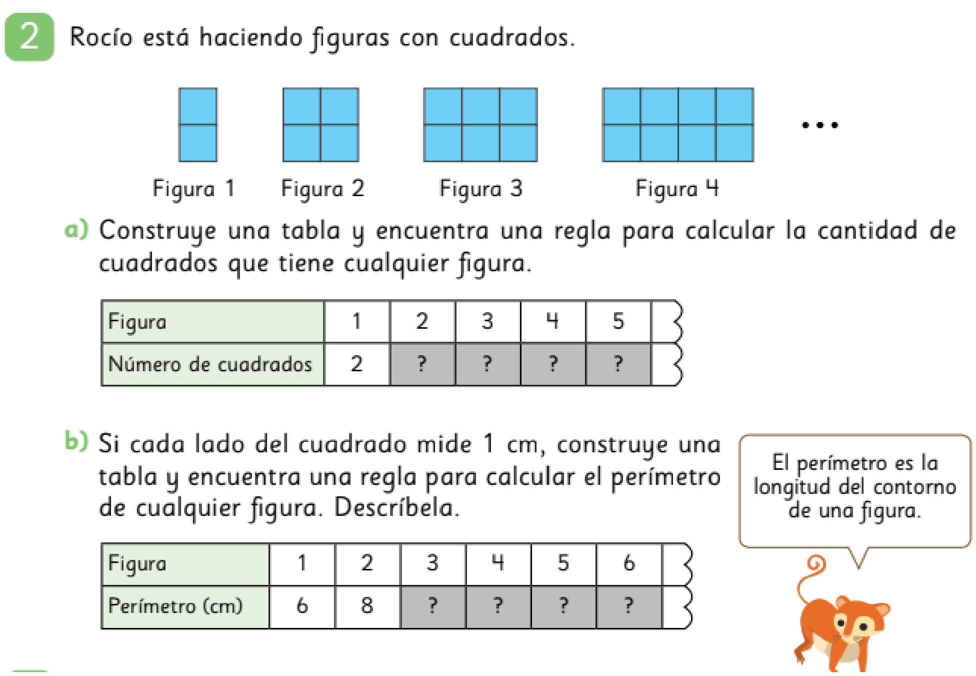

2 Rocío está haciendo figuras con cuadrados.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 ...

a) Construye una tabla y encuentra una regla para calcular la cantidad de cuadrados que tiene cualquier figura.

Figura	1	2	3	4	5
Número de cuadrados	2	?	?	?	?

b) Si cada lado del cuadrado mide 1 cm, construye una tabla y encuentra una regla para calcular el perímetro de cualquier figura. Descríbela.

Figura	1	2	3	4	5	6
Perímetro (cm)	6	8	?	?	?	?

Figura 1. Ejemplo de problemas asociados. Sumo Primero. Texto del Estudiante
Fuente: Sumo Primero Texto del Estudiante. (Isoda, 2021).

Según Wang (2015), uno de los desafíos más comunes en el aprendizaje de patrones es que los estudiantes suelen enfocarse en la repetición superficial sin establecer conexiones profundas con las reglas generales que gobiernan las secuencias, lo que limita su comprensión y aplicación en contextos más complejos.

Otro aspecto importante es el tránsito de representaciones concretas a simbólicas, que puede ser un desafío significativo para muchos estudiantes. Muchos alumnos inician su aprendizaje utilizando material concreto o gráfico, que les ayudan a visualizar patrones. Sin embargo, al pasar a representaciones algebraicas más abstractas, como expresiones y ecuaciones, pueden experimentar confusiones y dificultades. Por ejemplo, al trabajar una secuencia de figuras construidas con palitos de fósforos, que comienza con 4 palitos y aumenta de 3 en 3, muchos estudiantes comprenden el crecimiento usando material concreto, pero se confunden al escribir la expresión algebraica 3n+1, ya que no logran ver cómo se traduce el patrón visual al lenguaje simbólico. Este tránsito requiere que los estudiantes establezcan conexiones entre diferentes formas de representación, y muchos no logran hacer estas conexiones de manera efectiva. En Wang (2015), se destaca que esta dificultad está relacionada con la falta de oportunidades para traducir de manera activa entre representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, lo que afecta negativamente su capacidad para generalizar y formular reglas algebraicas. Por lo tanto, es crucial que los educadores implementen estrategias que ayuden a los estudiantes a realizar este tránsito de manera más fluida y efectiva.

Comprender los problemas asociados con los patrones numéricos en la educación básica resulta clave para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Identificar las dificultades que ellos enfrentan, tales como la memorización sin comprensión o los desafíos en el tránsito entre representaciones, permite analizar su aprendizaje desde una perspectiva más profunda. En este sentido, contribuye en el planteamiento de una enseñanza que enfrenta estos problemas asociados, permitiendo a los estudiantes avanzar en su comprensión algebraica y cómo construyen significado a partir de los patrones numéricos (Wang, 2015).

2.7 Categorización de los Niveles de algebrización

El desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes es un aspecto clave para comprender cómo se puede facilitar el tránsito desde patrones numéricos hacia conceptos algebraicos más complejos. Para que este proceso sea efectivo en esta tarea, es necesario tener en cuenta que el contenido debe seguir una progresión para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido Godino et. al. (2015) propone los niveles de algebrización, que describen un proceso gradual en el que los estudiantes van desde el reconocimiento de patrones simples hasta la utilización de representaciones algebraicas avanzadas.

A continuación, se presenta la tabla 4 que detalla los niveles de algebrización propuestos por el mismo autor, lo que permitirá comprender mejor cómo se estructura el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.

Tabla 2.4. Niveles de algebrización asociados al currículum chileno

Nivel escolar estimado	**Nivel de Algebrización**	**Características Cognitivas Principales**	**Ejemplo de tareas matemáticas**	**Registros**
1º a 3º básico	0	Utiliza números y operaciones sin generalización. Resuelve problemas de manera aritmética. Identifica patrones y relaciones numéricas. Expresa regularidades verbalmente o con tablas.	Resolver problemas de sumas y restas con número naturales sin letra ni incógnitas.	Lenguaje natural, numérico, icónico, verbal o gestual.

4º a 5º básico	1	Usa letras para representar números específicos en patrones. Inicia la transición a expresiones algebraicas.	Completar secuencias numéricas y describir patrones y progresiones. Representa una regla de sucesión con una letra como “siempre se suma 3 a n”	Lenguaje simbólico-literal, natural y numérico.
6º a 8 básico	2	Realiza operaciones con expresiones algebraicas simples sin necesidad de resolver ecuaciones. Resuelve ecuaciones de primer grado. Resolución de problemas que requieren operaciones con variables; utilización de fórmulas.	Simplificar expresiones como 2a + 3a. Resolver 2x + 3 = 7 usando propiedades algebraicas.	Representaciones algebraicas, gráficas y numéricas.
1º a 2º medio	3	Abstracción de relaciones algebraicas. Modela situaciones reales.	Plantear ecuaciones para resolver problemas como "un número más su doble es 15".	Lenguaje simbólico avanzado y representaciones gráficas complejas.

Fuente: Elaboración propia con apoyo de IA, basado en Godino et. al. (2015).

La relevancia de la Tabla 2.4 para esta investigación reside en su capacidad de establecer un puente directo entre las exigencias del Currículum Nacional y el soporte didáctico utilizado. Al contrastar los niveles de algebrización con los objetivos de aprendizaje de quinto año básico, se justifica la incorporación del material concreto como un mediador indispensable en el tránsito hacia la generalización. Esta propuesta pedagógica permite que los estudiantes, situados inicialmente en un Nivel 0 o aritmético , utilicen la manipulación física como un andamiaje para identificar regularidades y verbalizar patrones, facilitando así el ascenso hacia el Nivel 1 de algebrización que el currículum demanda para este nivel escolar. De este modo, la tabla categoriza el razonamiento esperado y fundamenta por qué la experiencia sensorial y concreta es el punto de partida necesario para que el estudiante logre desprenderse de la particularidad del número alcance la abstracción propia del lenguaje simbólico.

3. TERCER CAPÍTULO

METODOLOGÍA

3.1 Diseño Metodológico

En este estudio, se trabaja bajo el paradigma de investigación cualitativa, lo que permite explorar en profundidad las experiencias, significados y percepciones de los participantes en el contexto educativo. Este paradigma es especialmente adecuado para captar la complejidad de las interacciones humanas y las realidades sociales que influyen en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, pues privilegia el entendimiento subjetivo por sobre la medición cuantitativa. El enfoque cualitativo permite además una flexibilidad metodológica que es fundamental cuando se pretende adaptar las herramientas y procedimientos a las particularidades del entorno escolar.

Adoptamos la perspectiva de Stake (1998), quien enfatiza la importancia de entender el "cómo" y el "por qué" de los fenómenos educativos. Desde esta óptica, no se pretende establecer relaciones causales ni generalizar resultado, sino más bien interpretar los significados atribuidos por los actores educativos a sus experiencias y prácticas. Está mirada interpretativa facilita la construcción de conocimiento contextualizado y útil para enriquecer la práctica pedagógica.

Siguiendo también las orientaciones de Hernández et al (2014), consideramos que la investigación cualitativa es especialmente útil cuando el objetivo es comprender fenómenos sociales en profundidad, desde la perspectiva de los propios actores. En este sentido, la investigación se convierte en un proceso inductivo, abierto y reflexivo, que permite la incorporación de nuevas categorías durante el análisis, lo cual es crucial en entornos educativos donde las situaciones pueden ser cambiantes y complejas.

La flexibilidad del enfoque cualitativo se traduce en la posibilidad de realizar ajustes en las técnicas de recolección de datos, según las realidades emergentes del contexto investigado. En nuestro caso, este principio se manifestó en la planificación cuidadosa de la entrevista tipo, en la selección de los participantes en la adaptación del lenguaje y dinámicas a las características cognitivas y emocionales de los estudiantes de quinto básico. Está adaptabilidad metodológica es una fortaleza que permite que el proceso investigativo se mantenga fiel a los principios éticos, humanos y pedagógicos.

3.2 Definición del Tipo de Investigación

Este estudio se basa en la metodología de investigación de estudio de caso, que permite la exploración detallada de un fenómeno específico dentro de su contexto real. De esta forma, está investigación opta por un enfoque de estudio de caso intrínseco, el cual se diferencia del estudio intrínseco al caracterizarse por el interés particular del investigador en el caso mismo, sin la intención de generalizar los hallazgos a otros contextos. Según Stake (1998), “en los estudios intrínsecos de casos, la tarea principal es llegar a entender el caso”, lo que implica una inmersión en la complejidad y singularidad del fenómeno estudiado. Este tipo de estudio resulta pertinente en nuestra investigación porque buscamos profundizar en las experiencias y prácticas educativas en un contexto específico de enseñanza de la matemática. Al centrarnos en un caso particular, tenemos la oportunidad de captar las dinámicas únicas y los significados que los participantes atribuyen a su experiencia. Stake (1998) señala que “el caso es complejo, y se dispone de poco tiempo para examinar tal complejidad”, lo que refuerza la elección de un estudio de caso intrínseco como la metodología más adecuada para alcanzar nuestros objetivos de investigación. A través de este enfoque, buscamos no solo describir, sino también interpretar y comprender las realidades educativas para la enseñanza de la matemática.

3.3 Caracterización de la población y muestra

La población de este estudio, entendida como el conjunto total de individuos que comparten características comunes (Stake, 1998), está compuesta por estudiantes de quinto básico del sistema educativo chileno. Para la muestra, definida como un subgrupo intencional seleccionada para profundizar en el fenómeno de estudio, se consideró la participación de 4 a 6 estudiantes con nivel medio de desempeño en la asignatura de matemáticas, determinado en base a sus promedios semestrales y resultados en ejercicios de cálculo mental semanales, pertenecientes a un establecimiento educativo de la zona norte de la Región Metropolitana de Santiago. El criterio de selección fue intencionado y no probabilístico, coherente con los principios del enfoque cualitativo que prioriza la riqueza interpretativa sobre la representatividad estadística (Stake, 1998).

La selección también consideró criterios de equidad de género, incluyendo a igual número de niños, con el propósito de capturar distintas formas de expresión y razonamiento matemático. Además, se incluyeron estudiantes provenientes de ambos cursos del nivel quinto básico disponibles en el establecimiento, lo que permitió incorporar diversidad dentro del mismo nivel educativo. Este criterio busca representar de forma fidedigna la realidad del aula y garantizar que los hallazgos no estén sesgados por un solo grupo.

Asimismo, se tuvo especial cuidado en la selección de los niños que pudieran participar voluntariamente con comodidad en la dinámica de la entrevista, asegurando así un entorno propicio para la recolección de datos significativos.

3.4 Selección de instrumentos

En cuanto a las técnicas de recolección de datos, optamos por el uso de entrevista semiestructurada, lo que nos permite acceder a información detallada y significativa sobre las experiencias de los estudiantes con respeto a la generalización de patrones numéricos. La entrevista semiestructurada permite un equilibrio entre la conducción sistemática del investigador y la apertura al discurso espontáneo del participante. Está herramienta es especialmente útil cuando se desea indagar en los procesos de razonamiento que no siempre son evidentes en la observación directa o en la evaluación formal.

La entrevista semiestructurada se diseñó considerando sólo preguntas abiertas para mayor metacognición, y se complementa con el uso de material concreto (bloques y fichas de colores), lo que favoreció una mayor participación y comprensión por parte de los estudiantes. El uso de material manipulativo no solo sirvió como estímulo visual, sino también como facilitador para que los niños pudieran expresar sus ideas y generalizaciones a través de representaciones concretas.

Por otra parte, está técnica fue respaldada por las recomendaciones de Hernández et al. (2014), quienes destacan que este tipo de entrevistas permite una mayor comprensión del pensamiento colectivo e individual, así como de los procesos cognitivos implícitos en la resolución de problemas matemáticos. Además, al permitir que los estudiantes logren verbalizar sus ideas y expliquen sus razonamientos, se enriquece la interpretación de sus respuestas y se accede a un nivel de profundidad que no podría alcanzarse mediante otros instrumentos.

Además, es importante señalar que la técnica de la entrevista fue acompañada de registros audiovisuales con previa autorización, así como de nota de campo, lo que permitió triangulación metodología. Esto aumenta la validez de los hallazgos y garantiza una mirada más integral sobre el fenómeno investigado. En suma, el uso de entrevistas semiestructuradas complementadas por observaciones y registros escritos constituye una estrategia metodológica robusta para alcanzar los objetivos propuestos.

Todos los procedimientos relacionados con la gestión de los consentimientos informados fueron organizados y sincronizados en conformidad con lo estipulado en la Carta Gantt. Dicho instrumento de planificación constituyó una guía esencial para garantizar que las tareas se realizarán dentro de los plazos establecidos. Gracias a esta organización rigurosa, fue posible avanzar en la estructuración de los datos y en su procesamiento sin generar demoras innecesarias, lo que contribuyó a mantener la coherencia metodológica del estudio y a favorecer la validez del proceso investigativo en su conjunto.

La tarea diseñada para este estudio consistió en una situación de contextualización real, debido a que los estudiantes debían organizar las mesas de la sala para ensayar el baile. Requería entonces, que los estudiantes organizaran un total de 31 mesas de manera eficiente en una esquina de la sala. El diseño instruccional estableció una configuración inicial de tres mesas (base aritmética) y una regla de crecimiento constante que consistía en agregar una mesa a la vez en cada uno de los dos extremos de la fila, siempre manteniendo el contacto con las paredes de la habitación. Para la ejecución de esta labor, se proporcionaron bloques ensamblables como material concreto, permitiendo que los estudiantes manipularan físicamente la secuencia y exploraran las regularidades de forma táctil y visual. Esta tarea no solo buscaba la resolución numérica del problema, sino que fue estructurada específicamente para observar el tránsito del estudiante desde el conteo uno a uno hacia la identificación verbal y simbólica de la regla de formación, permitiendo así categorizar su nivel de algebrización a través del proceso de generalización.

La entrevista fue diseñada considerando las categorías de algebrización planteadas en el marco teórico, las preguntas responden entonces, a los cuatro diferentes niveles (0-3) mencionados por Godino et. al. (2015). Está entrevista fue validada por expertos, quienes revisaron la coherencia entre las preguntas y los niveles teóricos definidos. A continuación, se presenta una tabla que resume el trabajo realizado en la entrevista, asignando preguntas guías para cada etapa de la entrevista que se realizó basada en una tarea matemática de patrones numéricos. Cada una de estas preguntas está asociada a un nivel de algebrización que utilizaremos mencionados por el mismo autor.

Tabla 3.1. Preguntas asociadas a los niveles de algebrización de Godino et al. 2015.

Dimensiones	Criterios	Preguntas Guía
Niveles de Algebrización (Godino, et al. 2015): Los niveles de algebrización de Godino describen cómo evoluciona el razonamiento algebraico de los estudiantes al pasar de la aritmética al álgebra. No se aplican a la tarea en sí, sino a lo que el estudiante hace al resolverla. Se basan en el tipo de generalización que realiza, las representaciones	Nivel 0: Utiliza números y operaciones sin generalización. Resuelve problemas de manera aritmética. Identifica patrones y relaciones numéricas. Expresa regularidades verbalmente o con tablas. Nivel 1: Usa letras para representar números específicos en patrones. Inicia la transición a expresiones algebraicas. Completar secuencias	Cuando ibas poniendo las mesas, ¿cuántas agregabas cada vez? Después de poner mesas en los extremos, ¿cuántas quedaban ordenadas en la sala cada vez que ibas agregando? ¿Cuántas veces agregaste mesas hasta llegar a las 31? Si en vez de poner mesas 14 veces, las pusieras 50 veces, ¿cuántas mesas habría en total? ¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá

que usa y el nivelamiento.	numéricas y describir patrones y progresiones. Representa una regla de sucesión.	en total, según las veces que vas agregues? Si tuvieras que explicarle a un amigo cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera ¿qué le dirías?

Fuente: Elaboración Propia, basada en los Niveles de algebrización de Godino et al. 2015.

3.5 Confidencialidad y anonimato

Este estudio se rige bajo los principios éticos y legales que regulan la investigación educativa, determinadas en el acuerdo de Singapur y estipuladas por la ley chilena en los principios y normas obligatorias para investigadores de proyectos CONICYT (2013). Está declaración internacional adoptada por Chile promueve la importancia de la honestidad, la responsabilidad, la imparcialidad y la transparencia de toda la investigación, principios que han guiado nuestro trabajo desde su planificación hasta su ejecución.

Uno de los aspectos clave en esta línea es el respeto por la confidencialidad de los participantes, así como la protección del anonimato de los participantes. Para ello, los nombres de los estudiantes son reemplazados por códigos alfanuméricos en todos los registros escritos, transcripciones y documentos analizados. Este procedimiento permite resguardar su identidad sin afectar la riqueza del análisis cualitativo.

Asimismo, se obtiene el consentimiento informado tanto de los apoderados como de los propios estudiantes. Este documento, elaborado en lenguaje claro y accesible, explicita los objetivos del estudio, la voluntariedad de la participación, el derecho a retirarse en cualquier momento, y el uso académico de los datos. Los registros audiovisuales obtenidos durante las entrevistas son almacenados en una carpeta encriptada y serán eliminados una vez finalizado el análisis, de acuerdo con lo estipulado en los lineamientos éticos. De este modo, garantizamos que la investigación se desarrolló en un marco de respeto, resguardo y responsabilidad hacia las personas involucradas, resguardando no sólo su identidad, sino también su bienestar emocional y educativo. Estas prácticas éticas fortalecen la integridad del proceso investigativo y otorga validez social al conocimiento generado.

4. CUARTO CAPÍTULO

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

4.1 Análisis de datos

En el presente capítulo se aborda el procesamiento y los resultados obtenidos mediante el análisis de datos recopilados bajo el paradigma detallado en la metodología. Se llevó a cabo tributando a un diseño de estudio de caso cualitativo, en el que se analizaron los discursos y producciones generados por los estudiantes de quinto año básico durante la aplicación de la entrevista semiestructurada, cuyo propósito fue indagar en el tránsito hacía la generalización de patrones numéricos utilizando material concreto.

El análisis se realizó a partir de las transcripciones de los registros audiovisuales y producciones escritas obtenidos en las sesiones con cada estudiante. Para el tratamiento de la información se utilizó la técnica de codificación temática y categorial, inspirada en métodos de análisis del discurso aplicados al contexto educativo matemático (Cáceres. et.al., 2020). Este enfoque considera el discurso como un proceso comunicativo donde se construyen modelos de situación que activan estrategias cognitivas en los estudiantes al resolver problemas matemáticos. Además, permite analizar las interacciones discursivas en tareas matemáticas para comprender cómo se desarrollan las habilidades matemáticas y cómo se organizan los saberes desde el lenguaje y la interacción social. La técnica consistió en revisar de manera detallada las respuestas, identificar ideas claves y elementos que se repiten para seleccionar fragmentos que se relacionan con los niveles de algebrización (Godino, et al. 2015), con la intención de organizarlos en categorías que permitieran interpretar dichos niveles alcanzados.

Para interpretar que un fragmento dado es interpretativamente significativo, se utilizó como criterio los referentes propuestos en la sección de metodología, como, por ejemplo: Godino et al.(2015); Zapatera (2022); Alsina (2020); Blanton et al. (2015) y Molina (2014). Este procedimiento que implica identificar segmentos de información que tiene sentido para el estudio y asignarles un código, permite establecer conexiones entre los datos para la construcción de interpretaciones basadas en nuestro marco teórico (Hernández et al. 2014).

Asimismo, este proceso se desarrolló integrando los aportes de autores anteriormente mencionados con respecto al desarrollo del pensamiento algebraico temprano, la generalización de patrones y el uso de representaciones empleadas durante el tránsito. Se consideró la propuesta de niveles de algebrización de Godino et al. (2015) como principal referente para categorizar las respuestas observadas, diferenciando entre aquellas centradas en el conteo y manipulación directa, y las que evidencian el uso de reglas generales o expresiones algebraicas.

La recolección de los datos se llevó a cabo de manera eficaz durante este proceso investigativo, lo cual fue posible gracias a la participación inmediata de los sujetos asociados al estudio. Este nivel de respuesta permitió que la etapa inicial de obtención de información no presentara retrasos, asegurando así la continuidad de las siguientes fases. En la misma línea, se contó con la disposición y colaboración del establecimiento escolar, factor que resultó fundamental para la adecuada coordinación de las actividades planificadas.

Para optimizar el análisis se redactaron relatos que condensan las respuestas de los estudiantes ante cada pregunta guía diseñada para este estudio, planteando brevemente la diversidad en los discursos que obtuvimos durante las entrevistas. A continuación se presenta una tabla que contiene cada relato:

Tabla 4.1. Preguntas guía y respuestas de los estudiantes según niveles de algebrización.

N°	Preguntas guía	Respuesta Estudiante AA	Respuesta Estudiante AC	Respuesta Estudiante MM	Respuesta Estudiante MZ
1	Cuando ibas poniendo las mesas, ¿cuántas agregabas cada vez?	Relata que, inicialmente, agregaba una o dos mesas, ubicándolas en los extremos; a veces una a una, otras simultáneamente, e incluso más de dos en un lado antes de replicar. Explicó que primero contó, luego sumó las mesas existentes y agregó las faltantes para completar el total de 31 mesas.	Señala que comenzó con tres mesas, las iba agregando de cinco en cinco, pegadas a la pared y una a una en cada lado. La primera adición fue de cuatro en cuatro, luego continuó de dos en dos, aunque a veces añadía una extra en un extremo. Para calcular, contó de cinco en cinco hasta quince por lado o 30 en total, y luego agregó una más, completando las 31 mesas.	Señala en un inicio que comenzó con las tres mesas que ya estaban puestas en la base por la Docente. Luego, al ir agregando una en cada extremo, explica que la primera vez pensó que seguía con tres, pero después reconoce que iba sumando de dos en dos a medida que continuaba ordenando las mesas.	La estudiante responde que siempre iba agregando la misma cantidad de mesas, colocando una en un lado y otra en el otro, es decir, de a dos cada vez. Explica que a veces las ponía primero en un extremo y luego en el otro, y en otras ocasiones las agregaba juntas al mismo tiempo.

2	Después de poner mesas en los extremos, ¿cuántas quedaban ordenadas en la sala cada vez que ibas agregando?	El estudiante señala que después de ir agregando las mesas en los extremos, iba contando cuántas quedaban ordenadas cada vez. De esta forma, explica que se aseguraba de la cantidad total de mesas a medida que las iba colocando.	Inicialmente, el estudiante mostró confusión al agregar las mesas, finalizando con cinco mesas iniciales. Luego, se autocorrigió: el resultado de agregar una mesa a cada extremo de las tres iniciales era cinco. Al continuar, reconoció el patrón de crecimiento con siete y después nueve mesas.	Señala que partiendo de las tres mesas iniciales, al agregar dos más notó que quedaban cinco. Continuó sumando de dos en dos, llegando a 7, 9, 11, 13… y hasta alcanzar las 31 mesas. Explica que fue escribiendo para poder recordarlo y confirmar cuántas veces había repetido el procedimiento.	Pese a la duda inicial, MZ reconoció el patrón: partió con tres mesas, sumó dos (cinco), y siguió la secuencia ordenada (7, 9, 11, 13, 15), notando el crecimiento de dos en dos. Explicó el cálculo contando y manipulando el material concreto como estrategia final.

3	¿Cuántas veces agregaste mesas hasta llegar a las 31?	Tras una pausa para contar el material concreto, el estudiante respondió que agregó 14 veces 2 mesas a cada extremo. Explicó que primero contó cuántas mesas había puesto y luego multiplicó por tres para llegar a ese resultado, apoyándose en el conteo uno a uno y a una operación multiplicativa.	El estudiante respondió tras una breve reflexión que serían 16 veces. Luego, al ser consultado sobre cómo realizó ese cálculo señaló que lo hizo multiplicando y que el procedimiento consistió en contar la cantidad de mesas de las filas y posteriormente multip	Explica que para llegar a las 31 mesas fue sumando de dos en dos a partir de las tres iniciales. Explica que iba calculando las cantidades sumando cada vez lo que escribía, hasta concluir que necesitó hacerlo 16 veces para completar la tarea.	En un inicio, señaló que no sabría cuántas veces agregó, pero al tomar un momento para pensar, afirmó que serían 16 veces. Al preguntarle sobre el procedimiento explicó que había contado de una en una cada vez que agregaba mesas.
4	Si en vez de poner mesas 14 veces, las pusieras 50 veces,	Inicialmente propuso resolver la situación mediante una suma, pero rápidamente cambió al cálculo 3 x 50, obteniendo 150	Al inicio, el estudiante dudó sobre si la cantidad total de mesas debía sumar 50. Tras la aclaración, respondió que el resultado serían 100	Consideró resolver 50 repeticiones mediante suma o multiplicación. Reconoció que se le facilitaba sumar las cantidades,	Respondió inicialmente 50, mostrando confusión, Para el cálculo, propuso poner las mesas (tres iniciales más dos a cada extremo) y contar, sin ofrecer un

	¿cuántas mesas habría en total?	mesas. Al recordar que en cada paso se agregaban 2 mesas, reconsideró su estrategia, planteando que la forma más rápida sería sumar todos los bloques añadidos y agregarlos a las tres mesas iniciales.	mesas. Explicó que lo resolvió multiplicando, mostrando la operación x x 5 para representar las 50 veces que agregó un bloque a cada extremo, concluyendo que 100 mesas se sumarían al total inicial. Finalmente, aunque reconoció que existía una forma más sencilla que ir sumando de una en una, expresó que no la conocía.	comenzando con las tres mesas iniciales y agregando de dos dos hasta llegar a 49 y luego 51.	método abstracto. No dio respuesta a la cantidad de mesas que habría tras 50 repeticiones. Reconoció la posible existencia de un método más rápido que la suma, aunque lo desconocía. Intentó organizar el cálculo dibujando líneas (llegó a 30 veces), e indicó que se refería a 50 mesas, evidenciando su dificultad para traducir la situación al cálculo abstracto.
5	¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas	El estudiante indicó que podría llegar al resultado pese a la dificultad. Para transformar las 14	Sin tomar demasiado tiempo para el análisis, respondió que no lo calcularía sumando de 5 en 5, o multiplicando. Al	Señala que sabiendo el número de veces que iba agregando mesas y con cuántas había comenzado, podía	Su propuesta para esta pregunta fue ir completando la secuencia poniendo de dos cubos a la vez, intentando representar el

	habrá en total, según las veces que agregues?	veces de adición y las 3 mesas iniciales en un total, explicó que primero sumaría 28 mesas (los bloques agregados). Juegos, sumaría las 3 iniciales, obteniendo las 31 mesas. De esta forma, evidenció la compresión de combinar las mesas iniciales a los elementos agregados en la secuencia.	preguntarle si podría encontrar otra forma de multiplicar, propuso calcularlo como 5 por 10, mostrando que podía transformar el conteo repetitivo en un cálculo multiplicativo más rápido.	transformarlo directamente en total, indicando que serían 101 mesas.	proceso de manera concreta. Sin embargo, al continuar, expresó “no puedo”, mostrando que no lograba trasladar la estrategia a un cálculo general.
6	Si tuvieras que explicarle a un amigo cómo encontrar la regla de una secuencia	Mencionó que le recomendaría a un amigo primero sumar, luego, contar y finalmente multiplicar, abordando una	Indicó que recomendaría sumar de uno en uno y luego, calcular cuántas mesas faltan para ir de dos en dos o de cinco en cinco, de manera que	Recalca que si tuviera que explicarle a un compañero cómo encontrar la regla de una secuencia, le diría que utilizara la	Señala que le relataría como lo hizo, mencionando que en primer lugar agregó las mesas de a una o de a dos hasta completar la cantidad de mesas. También agrega

cualquiera ¿qué le dirías?	estrategia combinada de conteo y cálculo multiplicativo.	pueda llegar al total de mesas.	multiplicación o la suma. Agrega además que también podría dividir para saber las veces, y que no se limitara únicamente a la suma.	que no las agregó en cualquier posición sino según la imagen presentada en las instrucciones.

Fuente: elaboración propia.

A partir de la información sintetizada en la tabla 6, se realiza un análisis detallado de las respuestas entregadas por cada estudiante. Esta revisión busca evidenciar los niveles de algebrización alcanzados y las estrategias utilizadas por cada estudiante en la resolución de la tarea. De esta manera, se presenta un recorrido individual que permite profundizar en las particularidades del razonamiento de cada participante, contrastando sus producciones con los referentes teóricos previamente expuestos.

4.2 Revisión individual de los procesos de generalización

4.2.1 Estudiante MZ

El desempeño de MZ, se caracterizó por un razonamiento que oscila entre procedimiento de estrategias aritméticas basadas en el conteo y un reconocimiento verbal de regularidades que la sitúan en un nivel proto-algebraico incipiente (Godino et al., 2015). En un inicio, identifica que en cada paso se agregan dos mesas, lo que evidencia su capacidad de reconocer la regularidad del patrón en términos verbales. No obstante, su explicación se mantiene en un plano descriptivo, sin recurrir a la formalización simbólica de la relación. Según Godino et al. (2015), en el Nivel 1 de algebrización ocurre el primer encuentro con números particulares, cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante lenguaje natural, número, icónico o gestual.

A lo largo de la actividad, MZ recurre sistemáticamente al conteo puntual de las mesas que quedaban tras cada adición, lo que confirma una estrategia centrada en la verificación de casos particulares. Este procedimiento refleja un razonamiento propio del Nivel 0, sobre el cuál Godino et al. (2015), señala que intervienen datos desconocidos pero las estrategias empleadas para la resolución, tienden a relacionarse con el conteo, el uso de lenguaje natural y la intervención de símbolos sin generalización. MZ se sitúa en este nivel, ya que se apoya en la observación directa y no en la construcción de una regla general. De manera similar, al precisar el número de repeticiones necesarias para alcanzar las 31 mesas, su estrategias se limita a contar una a una las veces en que repitió la acción hasta completar la tarea, lo que reafirma la ausencia de generalización. Desde el inicio su razonamiento se centra en identificar las cantidades que se iban formando a medida que se agregan las mesas en los extremos, demostrando que era capaz de describir el patrón de crecimiento, aunque apoyándose siempre de la enumeración paso a paso.

Sin embargo, cuando se le plantea un escenario de mayor magnitud, como proyectar el resultado de agregar mesas 50 veces, logra aplicar la idea de "seguir sumando de dos en dos" en cada extremo. Este razonamiento muestra un reconocimiento cualitativo de la regularidad y su extensión a un caso distinto, aunque permanece anclado a un discurso verbal y no se traduce en una expresión simbólica, lo que corresponde al Nivel 1.

En la pregunta orientada a la generalización, cómo saber desde el principio cuántas mesas habría en total según las veces que se agreguen, MZ intentó representar la secuencia con la idea de ir añadiendo dos cubos a la vez. Sin embargo, al enfrentarse a la necesidad de construir un método general, manifestó abiertamente "no puedo", lo que muestra que su estrategia se mantuvo en un nivel concreto y no logró avanzar hacia una formalización simbólica. Cuando se le invita a explicar cómo calcular desde el principio el número total de mesas en función de las veces que se agreguen: su respuesta reitera la lógica de la suma reiterada, sin introducir variables que permitan construir una fórmula general.

Finalmente, al intentar explicar a un compañero cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera, MZ recurre a un discurso descriptivo, señalando que basta con observar cómo "se van sumando de una en uno a de dos en dos" para continuar la secuencia. Si bien este planteamiento evidencia la capacidad de reconocer y comunicar la regularidad, se mantiene en una plano verbal y contextual, sin alcanzar la abstracción propia del lenguaje algebraico.

4.2.2 Estudiante AA

Durante la entrevista con AA, se observa un desempeño que transita entre el nivel aritmético y proto-algebraico incipiente (Godino et al., 2015). Desde el inicio de la tarea, reconoce regularidades del patrón al señalar que en cada paso se agregan cuatro mesas, lo que muestra su capacidad para identificar verbalmente la regla de formación. No obstante, su explicación se mantiene en un plano concreto y descriptivo, sin utilizar expresiones simbólicas que permitan representar de manera general la situación.

Al continuar con la actividad, AA manifiesta su comprensión a través del conteo directo, indicando de forma puntual las cantidades de mesas que quedaban tras cada adición. Este procedimiento revela una estrategia basada en casos particulares y cálculos elementales, sin evidencia de generalización, lo que se sitúa en el Nivel 0 (aritmético). Algo similar ocurre cuando se le solicita precisar cuántas veces debió repetir la acción hasta llegar a 31 mesas, ya que su razonamiento se apoya exclusivamente en la enumeración sucesiva, manteniéndose en un nivel aritmético sin abstracción.

Sin embargo, al enfrentar una proyección mayor, como calcular el total de mesas al repetir la acción 50 veces, AA logra extender su razonamiento, explicando que el procedimiento consistiría en continuar sumando de dos en dos. Este recurso evidencia la capacidad de aplicar la regularidad en un nuevo escenario, aunque lo hace en términos verbales y no mediante una formulación simbólica, ubicándose en el Nivel 1 (Proto-Algebraico incipiente). La tendencia cambia en la siguiente pregunta, cuando se le invita a explicar cómo podría determinar desde el principio el número total de mesas según las veces que se agreguen. En este caso, AA trasciende la descripción verbal y propone una expresión matemática, escribiendo “2 • 14 + 3”, lo que constituye un claro indicio de simbolización algebraica. Este avance corresponde al Nivel 2 (Proto-algebraico intermedio), ya que introduce el uso de números en una relación explícita que representa la regla de formación del patrón. De esta forma, Godino et al. (2015), define cómo se manifiesta en la participación de indeterminadas (o incógnitas), o variables expresadas en lenguaje simbólico-literal, para referir a los intensivos de grado 2 (conjuntos de número naturales que cumplen determinadas condiciones).

Finalmente, cuando se le pide que explique a un compañero cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera, AA recurre a un discurso descriptivo, señalando que basta con observar cómo aumenta el número de mesas en cada paso y continuar la secuencia de acuerdo con esa lógica. Si bien su explicación refleja el reconocimiento de una regularidad, carece de la abstracción necesaria para aplicar la simbología matemática planteada en la respuesta anterior.

4.2.3 Estudiante MM

En el caso de MM, muestra un tránsito constante entre estrategias aritméticas y proto-algebraicas incipientes (Godino et al., 2015). Desde el inicio de la tarea, reconoce que en cada paso se agregan dos mesas, lo que refleja su comprensión de la regularidad en términos verbales. Esta identificación del patrón evidencia un acercamiento al Nivel 1 (Proto-algebraico incipiente), en tanto reconoce explícitamente la relación de crecimiento, aunque sin formalizarla mediante expresiones algebraicas.

Al avanzar en la actividad, su estrategia se centra en el conteo puntual de las mesas que iban quedando ordenadas tras cada adición, mostrando un procedimiento basado en casos particulares y cálculos aritméticos elementales. Este tipo de razonamiento corresponde al Nivel 0 (Aritmético), ya que se mantiene en la enumeración directa sin establecer relaciones generalizables. Algo similar ocurre cuando se le solicita precisar el número de repeticiones necesarias para llegar a 31 mesas, resolviendo el problema contando uno a uno, confirmando el resultado mediante verificación paso a paso. Su desempeño en este punto, continúa inscrito en un razonamiento aritmético centrado en la experiencia concreta.

No obstante, al proyectar el procedimiento hacia un mayor número de repeticiones, como en el caso de calcular el total de mesas al agregar 50 veces, MM logra extender su razonamiento, señalando que la secuencia crecería “al sumar de dos en dos”. Este reconocimiento de la regularidad y su aplicación en un contexto distinto, permite ubicar su respuesta en un Nivel 1 (Proto-algebraico incipiente), ya que, si bien anticipa el resultado, lo hace únicamente desde un discurso verbal, sin construir una expresión simbólica que generalice la situación.

Cuando se le invita a pensar en una forma de calcular desde el inicio el número total de mesas en función de las veces que se agregan, no consigue formular una regla general ni introducir una variable que exprese la relación. Su explicación se limita a la repetición de adiciones, lo que confirma que permanece en un nivel proto-algebraico incipiente, con reconocimiento de la regularidad pero sin avanzar hacia la simbolización. De manera similar, al intentar explicar a un compañero cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera, recurre a un discurso descriptivo, indicando que basta con observar el aumento en cada paso y continuar la secuencia bajo esa lógica. Aunque MM no alcanza a crear un modelo de generalización, queda una evidencia la aproximación al nivel 2 de algebrización al señalar verbalmente la estructura del modelo.

4.2.4 Estudiante AC

En el caso de AC, se aprecia un predominio de estrategias aritméticas basadas en el conteo y la verificación directa, aunque con ciertos indicios de tránsito hacia niveles proto-algebraicos (Godino et al., 2015). Desde el inicio, su razonamiento se centra en identificar las cantidades que se iban formando a medida que agregaba mesas en los extremos, mostrando que era capaz de describir el patrón de crecimiento, aunque apoyándose siempre en la enumeración paso a paso. Este procedimiento refleja un desempeño en el Nivel 0 (Aritmético), pues su explicación se construye desde la observación concreta de casos particulares y no mediante una formulación general.

Al ser consultada por la cantidad de repeticiones necesarias para alcanzar las 31 mesas, AC resolvió la situación nuevamente a través de la repetición sucesiva, verificando cada paso mediante conteo explícito. La ausencia de una regla que sintetiza la relación entre el número de repeticiones y el total de mesas confirma que su razonamiento se mantiene en un plano aritmético. No obstante, frente a preguntas que implican una proyección a un mayor número de repeticiones, como el cálculo del total de las mesas al realizar la acción 50 veces, la estudiante mostró la capacidad de reconocer la regularidad de sumar de dos en dos en cada extremo, extendiendo su razonamiento hacia un nuevo escenario. Este avance permite clasificar su actuación en el Nivel 1, ya que, aunque verbaliza la regularidad y la aplica a un caso distinto, no logra formalizarla mediante una expresión simbólica.

Algo similar ocurre cuando se le invita a reflexionar sobre cómo calcular desde el inicio la cantidad total de mesas en función de las veces que se agregan. Su explicación recurre nuevamente al conteo y a la suma reiterada, sin introducir la noción de variable ni construir una fórmula general.

Finalmente, al intentar explicar a un compañero cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera, su discurso se mantiene en un plano descriptivo, destacando la observación del crecimiento en cada paso como estrategia principal. Esta respuesta evidencia que, si bien logra comunicar la regularidad observada, lo hace en términos verbales y concretos, sin alcanzar la abstracción necesaria para su simbolización.

En conjunto, el análisis de los estudiantes muestra una coincidencia en el predominio del conteo aritmético y la suma reiterada como estrategias principales para resolver la tarea diseñada y aplicada. Todos logran identificar verbalmente la regularidad en el crecimiento del patrón, pero lo hacen desde un enfoque concreto, centrado en casos particulares, lo que los ubica entre los niveles 0 y 1 de algebrización (Godino et al., 2015). Asimismo, se observan momentos de tránsito entre dichos niveles, especialmente cuando intentan extender la regularidad a situaciones nuevas, como proyectar el número de repeticiones o explicar cómo continuaría la secuencia. Sin embargo, estas aproximaciones permanecen en un plano descriptivo y verbal, sin consolidarse en una representación simbólica.

En cuanto a las diferencias, AA muestra indicios de avance hacia el Nivel 2, mientras que MM, AC Y MZ se mantienen oscilando entre lo aritmético (Nivel 0) y lo pro-algebráico incipiente (Nivel 1). En general, los obstáculos comunes se concentran en la dificultad para formular expresiones generales y en la ausencia de variables que representan el patrón de manera abstracta, lo que limita la tránsito desde la observación concreta hacia una generalización algebraica formal.

4.3 Resultados

4.3.1 Resultados sobre las tendencias de los niveles alcanzados

Los estudiantes se ubicaron en los distintos niveles de algebrización de Godino et al. (2015) permite observar un tránsito paulatino desde los razonamientos aritméticos hasta las aproximaciones incipientes al pensamiento algebraico. En primer lugar, se evidencia que la mayor parte de las respuestas de los estudiantes se concentró en el nivel 0 (Aritmético). En este nivel, las producciones se caracterizaron por el uso de estrategias basadas en el conteo con manipulación concreta y en la reconocimiento verbal del patrón, sin formular reglas generales que abarcaran todo el patrón. Por ejemplo, frente a la tarea de extensión de la secuencia, "¿Cuántas veces agregaste mesas hasta llegar a las 31?", los 4 estudiantes procedieron a contar uno a uno los elementos de la figura siguiente o sumar el mismo valor en cada paso pero sin expresar dicha acción como una regla general. Está predominancia al nivel 0 confirma que la primera aproximación de los estudiantes se centra en lo concreto y en operaciones aritméticas inmediatas, propias de un razonamiento aún no algebraizado.

Por otro lado, en algunas preguntas, 3 de 4 estudiantes alcanzaron avanzar al nivel 1 (proto algebraico). Aquí se observó que, aunque todavía apoyados en representaciones icónicas y verbales, los estudiantes empezaron a reconocer regularidades y establecer relaciones más generales entre los términos de la sucesión. La estrategia más frecuente fue la recursiva, que consistió en que los estudiantes reconocieran verbalmente el patrón y logren agrupar con el material concreto, que se manifiesta en expresiones como “se suman dos cada vez” o “las figuras iniciales comienzan en tres”. También aparecieron intentos de aplicar la estrategia de planteamiento aditivo verbal y algorítmico al identificar la variación constante entre los términos y relacionarla con la posición. Estas respuestas, aunque aún no plenamente formales, muestran un cambio importante respecto al nivel 0, debido a que los estudiantes comenzaron a expresar la estructura del patrón y no sólo los valores particulares. La cantidad de estudiantes registrada en este nivel confirma que los estudiantes se encuentran en un proceso de tránsito, utilizando recursos más cercanos al razonamiento algebraico.

En un caso particular, durante la pregunta 5 “¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá en total, según las veces que agregues?” un estudiante alcanzó el nivel 2 (proto algebraico intermedio). Este resultado, aunque aislado, es altamente significativo, debido a que refleja el inicio de un razonamiento que incorpora el uso de variables y la formulación de expresiones generales. En este nivel, este estudiante logró establecer relaciones funcionales entre la posición de la figura y el número de elementos, utilizando un planteamiento aditivo. Se observó la construcción de la expresión “2 • 14 + 3”, lo que evidencia un salto cualitativo en el proceso de generalización.

Aunque esta producción no fue mayoritaria, muestra potencial de los estudiantes para avanzar hacia un pensamiento algebraico más abstracto cuando las tareas y la mediación docente favorecen la búsqueda de reglas generales. Desde este punto de vista, consideramos al estudiante en un nivel superior al de la escala, un resultado destacable y digno de atención en un estudio posterior.

El análisis de los niveles de algebrización alcanzados por pregunta y por estudiante se resumen en el gráfico presentado a continuación:

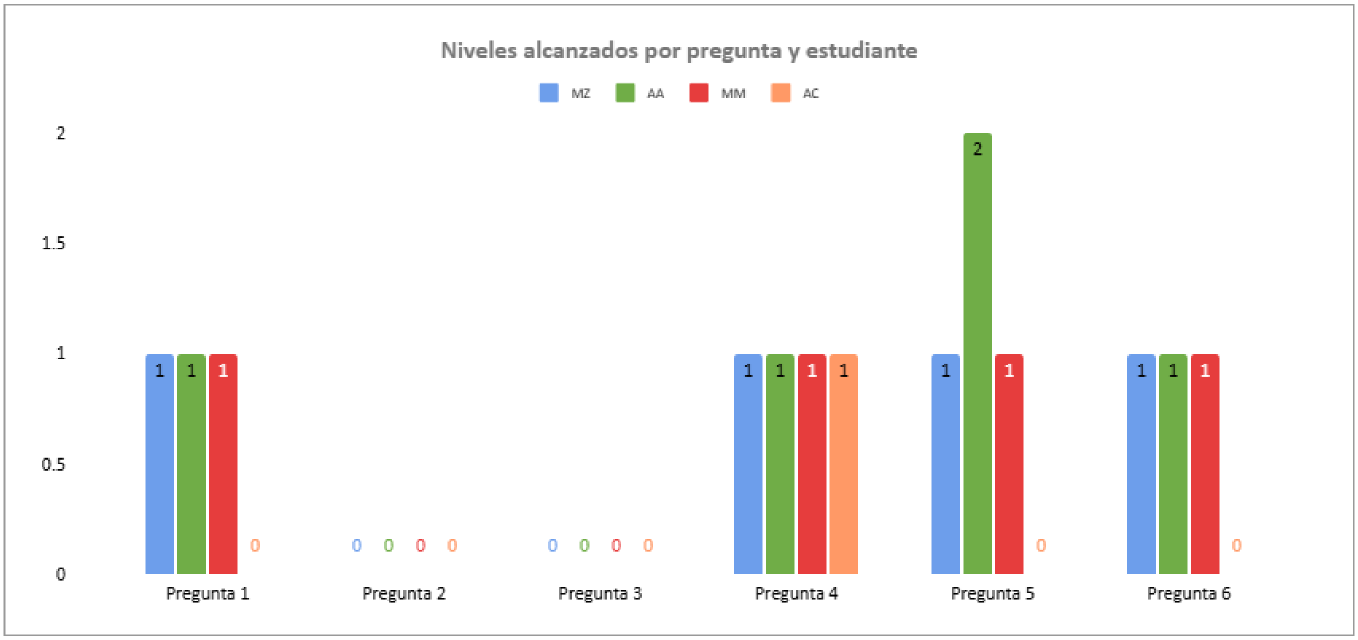


Figura 4.1. Niveles alcanzados por pregunta y estudiante.

Fuente: Elaboración propia.

El gráfico muestra las distintas formas de razonamiento y niveles de generalización de patrones evidenciados por los estudiantes durante la tarea. Se observa cómo 3 de 4 estudiantes logran avanzar hacia expresiones algebraicas simbólicas, mientras que otros permanecen en niveles más aritméticos, fundamentados en la enumeración y el conteo. Los resultados reflejan la progresión del pensamiento algebraico temprano a través del trabajo con material concreto, destacando el reconocimiento y proyección de regularidades en secuencias numéricas.

En particular, el estudiante AA muestra un progreso notable desde un razonamiento aritmético hacia un nivel proto-algebraico intermedio, dado que es capaz de expresar simbólicamente la regla de formación del patrón mediante una expresión matemática -por ejemplo, “2 • 14 + 3-, lo que evidencia una apropiación inicial del lenguaje algebraico para proyectar una secuencia a un número mayor de repeticiones.

El estudiante MM, por su parte, se mantiene en un nivel proto-algebraico incipiente, reconociendo verbalmente la regularidad de sumar de dos en dos, pero sin formalizarla en una expresión simbólica, apoyándose principalmente en el conteo y la enumeración directa de casos particulares.

Finalmente, el estudiante AC exhibe un predominio de estrategias basadas en el conteo y la verificación explícita, estando aún vinculado a un razonamiento aritmético, aunque con indicios de transitar hacia niveles superiores al detectar y expresar verbalmente la regularidad del patrón en la proyección.

En resumen, se evidencia una clara distribución desigual en los niveles alcanzados: la mayoría de los estudiantes transitan entre los niveles aritméticos y el reconocimiento de regularidades y sólo un estudiante logra formular expresiones con variables. Esta evidencia confirma que el tránsito hacia el pensamiento algebraico es gradual y requiere de oportunidades didácticas que desafíen a los estudiantes a ir más allá del conteo y el reconocimiento de patrones inmediatos, promoviendo así el desarrollo de estrategias propias de niveles avanzados de algebrización, tal como lo plantea Godino et al. (2015) al describir que el razonamiento algebraico se construye progresivamente desde niveles aritméticos hasta la formulación simbólica, siendo fundamental la mediación pedagógica para facilitar este transitar.

4.3.2 Resultados de las estrategias empleadas

En este sentido, resulta relevante considerar las estrategias utilizadas por los estudiantes en cada una de las preguntas de la entrevista, ya que estas permiten identificar con mayor precisión los recursos cognitivos que movilizan al enfrentar la tarea. Aunque en Godino et al. (2015) no describen las estrategias de resolución como categoría independiente en su propuesta, estas se encuentran implícitas en la caracterización de los niveles de algebrización, pues cada nivel se manifiesta mediante determinados modos de proceder, abordando desde el conteo directo y la suma reiterada hasta el reconocimiento verbal de regularidades o el uso incipiente de variables. Por lo tanto, al analizar las respuestas de los estudiantes, se vuelve necesario registrar las estrategias desplegadas, no solo para enriquecer la interpretación de los niveles alcanzados, sino para dar cuenta del proceso concreto mediante el cual los estudiantes realizan los tránsitos hacia el razonamiento algebraico.

Para permitir la visualización de estos tránsitos de estrategias, se presenta la siguiente tabla (4.2):

Tabla 4.2. Estrategias empleadas de cada estudiante en cada pregunta

Pregunta	Estudiante AA	Estudiante AC	Estudiante MM	Estudiante MZ
Cuando ibas poniendo las mesas, ¿cuántas agregabas cada vez?	Conteo con manipulación concreta, reconocimiento verbal del patrón, agrupamiento con material concreto.	Conteo con manipulación concreta, reconocimiento de patrón verbal, agrupamiento con material concreto.	Conteo con manipulación concreta, reconocimiento verbal del patrón	Conteo con manipulación concreta, reconocimiento verbal del patrón
Después de poner mesas en los extremos, ¿cuántas quedaban ordenadas en la sala cada vez que ibas agregando?	Conteo verbal, registro escrito, reconocimiento de patrón verbal	Conteo verbal, reconocimiento y explicación verbal del patrón	Conteo verbal, registro escrito, reconocimiento verbal de patrón	Conteo verbal, reconocimiento verbal del patrón
¿Cuántas veces agregaste mesas hasta llegar a las 31?	Conteo verbal, algoritmo multiplicativo	Conteo verbal, uso de algoritmo multiplicativo y aditivo	Conteo verbal con sumas reiteradas	Conteo verbal reiterado
Si en vez de poner	Algoritmo aditivo y	Planteamiento	Conteo verbal,	Conteo verbal

mesas 14 veces, las pusieras 50 veces, ¿cuántas mesas habría en total?	multiplicativo, formulación verbal de regla	verbal aditivo y multiplicativo	planteamiento aditivo	reiterado
¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá en total, según las veces que agregues?	Registro simbólico aditivo, síntesis verbal	Planteamiento verbal aditivo y multiplicativo	Planteamiento aditivo	Conteo con manipulación concreta
Si tuvieras que explicarle a un amigo cómo encontrar la regla de una secuencia cualquiera ¿qué le dirías?	Explicación verbal y escrita metacognitiva combinada (suma, conteo, multiplicación)	Recomendación metacognitiva verbal (suma y conteo)	Recomendación metacognitiva verbal y simbólica (suma y conteo)	Explicación verbal basada en manipulación concreta

Fuente: Elaboración propia, 2025.

En términos generales, los resultados indican que las estrategias predominantes entre los estudiantes se centraron en el conteo directo, la suma reiterada y el reconocimiento verbal de patrones, lo que evidencia un razonamiento principalmente aritmético y concreto. En la mayoría de los casos, los estudiantes recurrieron al uso del material manipulativo y al registro verbal o escrito como apoyo para organizar la información y justificar sus procedimientos, lo cual favoreció la identificación de regularidades, aunque sin llegar a la formalización simbólica. Asimismo, se observaron aplicaciones de estrategias aditivas y multiplicativas para anticipar resultados, especialmente en los casos en que se les solicitó proyectar el crecimiento del patrón o explicar la regla general. No obstante, dichas aproximaciones permanecieron en un nivel verbal y contextual, sin consolidarse el uso con variables o representaciones algebraicas generalizadoras. En conjunto, las estrategias evidencian una tránsito progresivo desde procedimientos basados en el conteo y la manipulación concreta hacia modos de razonamientos más abstractos, reflejando el carácter gradual del desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes de este nivel educativo.

5. QUINTO CAPÍTULO

5.1 DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan las principales interpretaciones derivadas de los resultados obtenidos, estableciendo vínculos con el marco teórico y con investigaciones previas sobre el desarrollo del pensamiento algebraico en la educación básica. El propósito es analizar cómo los hallazgos reflejan los niveles de algebrización y las estrategias empleadas por los estudiantes, a la luz de los aportes de Godino et al. (2015), Zapatera (2018 y 2022), Alsina (2020), Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022) y Blanton et. al. (2015), quienes han destacado la relevancia de introducir tempranamente experiencias que favorezcan la generalización y el razonamiento algebraico desde contextos significativos.

5.1.1 Diálogo entre los hallazgos y la teoría.

Los resultados obtenidos en esta investigación permiten establecer importantes coincidencias y algunas diferencias con los aportes teóricos revisados, especialmente en relación con el tránsito desde el razonamiento aritmético hacia las primeras formas de pensamiento algebraico. En coherencia con lo planteado por Godino et al. (2015), los estudiantes manifestaron niveles de algebrización iniciales, caracterizados por el uso de estrategias centradas en el conteo, la descripción verbal y la identificación empírica de regularidades. Estos resultados confirman que el paso hacia la generalización simbólica constituye un proceso gradual y que los primeros niveles de razonamiento algebraico dependen fuertemente del uso de material concreto y del lenguaje natural como medio de expresión. La evidencia recogida muestra que los participantes fueron capaces de reconocer la regla de formación de los patrones, pero sin llegar a formularla de manera general mediante el uso de variables o expresiones simbólicas. En este sentido, se observa una correspondencia directa con los expuesto por Godino et. al., quienes sostienen que los niveles 0 y 1 de algebrización se caracterizan precisamente por esta dependencia del razonamiento empírico y la ausencia de generalización formal.

De manera complementaria, los resultados dialogan con los planteamientos de Alsina (2020 y Zapatera (2022), quienes destacan que el desarrollo del pensamiento algebraico temprano requiere partir de experiencias concretas que permitan al estudiante construir significado antes de alcanzar niveles abstractos. En este estudio, los estudiantes mostraron una comprensión sólida de las regularidades numéricas cuando trabajaron con material concreto, lo que refuerza el valor del soporte manipulativo como mediador cognitivo y didáctico. No obstante, a diferencia de lo que proponen dichos autores, no se observó un tránsito sostenido hacia la representación simbólica, lo que podría explicarse por la naturaleza puntual de la experiencia investigativa y la ausencia de una secuencia didáctica prolongada que favorece la interiorización del proceso de generalización. Esta diferencia revela que, aunque el material concreto actúa como facilitador del pensamiento algebraico, su eficacia depende en gran medida del acompañamiento docente y de la articulación de múltiples registros de representación.

Por otra parte, los hallazgos se vinculan estrechamente con los resultados de Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022), quienes señalan que la elección de estrategias por parte de los estudiantes incide directamente en el nivel de éxito alcanzado al generalizar patrones. En consonancia con su estudio, nuestros participantes privilegiaron estrategias basadas en el conteo reiterado, la observación visual y la descripción verbal, evidenciando que la mayoría de ellos opera desde un nivel aritmético de generalización. Sin embargo, la particularidad observada en esta investigación es que los estudiantes lograron identificar regularidades y anticipar resultados, aunque sin formalizarlos simbólicamente. Esto sugiere que el proceso de traducción desde lo concreto hacia lo algebraico requiere una mediación pedagógica explícita que permita el estudiante comprender que las relaciones observadas pueden expresarse mediante letras, fórmulas o ecuaciones, superando así el plano concreto.

Finalmente, los resultados dialogan con los postulados de Blanton et al. (2015), quienes argumentan que el pensamiento algebraico puede y debe desarrollarse desde las primeras etapas escolares, aun antes de la enseñanza formal del álgebra.

En esta línea, los estudiantes de quinto básico demostraron capacidades incipientes para reconocer relaciones y justificar regularidades, lo que confirma la viabilidad de trabajar la generalización en la educación básica como una vía para fortalecer el razonamiento lógico y el lenguaje matemático, no obstante, el estudio también pone en evidencia que la simple exposición a tareas de patrones no es suficiente para promover la abstracción; se requiere una enseñanza intencionada y sostenida que guía a los estudiantes en la construcción progresiva del pensamiento algebraico.

5.1.2 Factores que explican los resultados.

La interpretación de los resultados permite comprender que el desempeño de los estudiantes responde a una interacción entre factores cognitivos, didácticos y contextuales. Desde el plano cognitivo, es relevante considerar la etapa de desarrollo en la que se encuentran los participantes. De acuerdo con Piaget (1952), los niños de entre 9 y 11 años se sitúan en la etapa de operaciones concretas, en la cual el razonamiento se apoya en la manipulación de objetos y situaciones tangibles. Este aspecto explica que las estrategias más utilizadas por los estudiantes sean conteo, la repetición y la verificación empírica, mientras que las representaciones simbólicas, propias de las operaciones formales, aun no se consolidan. En este sentido, el tránsito observado hacia niveles iniciales de algebrización no refleja una carencia cognitiva, sino un desarrollo coherente con la edad y la madurez de pensamiento de los participantes.

En el ámbito didáctico, la naturaleza de la tarea propuesta y del instrumento de recolección de datos influyó significativamente en los resultados. La entrevista semiestructurada, acompañada del uso de material concreto, promovió la exploración activa y la verbalización del razonamiento, pero no exige la formalización simbólica de las relaciones identificadas. Esto coincide con lo que plantea Duval (1995), al señalar que la comprensión matemática requiere la coordinación de diferentes registros de representación, sin embargo, en este estudio los estudiantes se mantuvieron principalmente en los registros icónico y verbal, sin llegar al registros algebraico. Además, la ausencia de una secuencia de tareas progresivas limitó la posibilidad de que los participantes establecieran conexiones entre distintas formas de representación, lo que probablemente restringe el desarrollo de un razonamiento más abstracto.

En cuanto a los factores contextuales, la falta de una mediación sostenida y la aplicación puntual de la experiencia investigativa también incidieron en los niveles alcanzados. Tal como señalan Zapatera (2022) y Alsina (2020), la generalización y formalización simbólica requieren de una intervención pedagógica continua que propicie el diálogo, la reflexión y la transferencia entre registros. En este estudio, la intervención se centró en una sesión de trabajo, lo que si bien permitió explorar el razonamiento inicial de los estudiantes, no generó las condiciones necesarias para observar una evaluación hacia niveles más avanzados de algebrización. En consecuencia, los resultados deben entenderse como una instantánea del proceso, no como una representación acabada de las capacidades algebraicas de las capacidades algebraicas de los participantes.

5.1.3 Limitaciones del estudio

El desarrollo de esta investigación permitió identificar diversos aspectos que condicionan el alcance de los resultados y la profundidad del análisis. Estas limitaciones se agrupan en tres dimensiones principales: metodológicas, didácticas y pedagógicas, y cumplen con el propósito de reconocer de manera explícita los factores que pudieron influir en el proceso de recolección, interpretación y planteamiento de los datos. Estas consideraciones contribuyen a delimitar su alcance y a proyectar posibles líneas de mejora para futuras investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento algebraico en la educación básica.

En el ámbito metodológico, una de las principales limitaciones se relaciona con la interpretación del lenguaje matemático presente en las preguntas de la entrevista, lo que generó cierta dificultad en algunos estudiantes para comprender completamente las consignas y expresar sus razonamientos con precisión. A ello se suma el hecho de que el estudio se sustentó en un único instrumento de recolección de datos, sin triangulación con otras fuentes, lo que restringe la amplitud del análisis y la posibilidad de contrastar las respuestas obtenidas.

Finalmente, el tiempo limitado destinado a la aplicación de la entrevista pudo incidir en la extensión y profundidad de las respuestas, dificultando la exploración de estrategias más elaboradas o la explicitación de los procesos de razonamiento.

Desde una perspectiva didáctica, la ausencia de mediación docente durante la aplicación del instrumento constituyó una restricción relevante, ya que impidió que los estudiantes recibieran orientaciones que favorecieran la revisión y argumentación de sus procedimientos. Este aspecto limitó la posibilidad de observar procesos de construcción compartida del conocimiento o de contrastar distintas formas de resolver tareas. Asimismo, el carácter individual de la entrevista, sin instancias de resolución colectiva, restringió la observación del potencial que el intercambio entre pares tiene en la generación de explicaciones y en la formulación de generalizaciones, aspectos ampliamente destacados por literatura en torno al pensamiento algebraico escolar.

En cuanto a las limitaciones pedagógicas, es importante considerar que los estudiantes poseían escasa familiaridad con actividades orientadas al razonamiento algebraico o a la generalización de patrones, lo que pudo influir en la seguridad y espontaneidad con que abordaron las tareas propuestas. Además el estudio se desarrolló en un contexto escolar particular y con un número reducido de participantes, por lo que los resultados no son generalizables a otros grupos o niveles educativos. No obstante, las observaciones realizadas ofrecen indicios valiosos sobre las formas iniciales en que los estudiantes de educación básica comienzan a movilizar estrategias de pensamiento algebraico y las condiciones didácticas que podrían potenciar su desarrollo.

5.1.4 Estudios con resultados similares.

En conexión con nuestros hallazgos, el estudio de Castro y Cuartas-Carmona (2024), también ofrece evidencia sobre los procesos de generalización de patrones producidos por niños de quinto básico, pero enfocándose en patrones lineales a partir de secuencias pictóricas. Este estudio, destaca que los estudiantes proponen sus propias maneras de generalización, dando cuenta de las diversas configuraciones que identifican.

Los resultados de Castro y Cuartas-Carmona (2024) muestran formas no estándar en las cuales los estudiantes generalizan patrones, agrupando sus generalizaciones en cinco categorías: Reconocimiento de una base, Desconfiguración, Relación numérico-figural, Verificación del cumplimiento de la regla de formación, Cierre de configuraciones, y Reversibilidad en la generalización. Este enfoque en las “maneras de hacer” de los estudiantes, entendidas como conocimiento procedimental, se alinea con el interés de nuestra investigación en comprender las estrategias y niveles de algebrización que logran evidenciar los estudiantes.

La importancia de las experiencias que integran la generalización de patrones en las tareas matemáticas resuena directamente con los hallazgos de nuestra investigación, por ejemplo, Vergel (2014) exploró nociones del pensamiento algebraico, destacando que las experiencias que integran la generalización de patrones en las tareas matemáticas permiten a los estudiantes comprender mejor las relaciones numéricas y articular sus ideas de forma coherente. De manera similar Zapatera (2022) aborda la generalización como una herramienta para introducir el pensamiento algebraico, observando que el uso de problemas de generalización de patrones mejora la capacidad de los estudiantes para reconocer regularidades, establecer conexiones entre conceptos y justificar sus respuestas.

Estos estudios apoyan nuestros registros sobre las estrategias utilizadas y niveles de algebrización alcanzados en nuestra investigación.

La convergencia de estos estudios refuerza la relevancia de nuestra investigación. Al analizar cómo los estudiantes de quinto básico articulan sus procesos de generalización de patrones numéricos y los niveles de algebrización que logran evidenciar en el desarrollo de una tarea de patrones, contribuimos a una comprensión más precisa sobre su capacidad en el ámbito de la matemática. Esto, al mismo tiempo, apoya la mejora de las prácticas pedagógicas en el aula, tal como es el objetivo de nuestro estudio.

CONCLUSIONES

La presente investigación permitió analizar los procesos involucrados en el tránsito hacia la generalización de patrones numéricos en estudiantes de quinto básico mediante el uso de material concreto como mediador del pensamiento algebraico temprano. A lo largo del estudio se observó que la manipulación de objetos facilitó la observación, verbalización y simbolización de regularidades, promoviendo la formulación de conjeturas y el tránsito gradual hacia formas más abstractas de razonamiento. Estos resultados reafirman que el aprendizaje matemático cobra sentido cuando se construye desde la acción, la reflexión y la representación, en lugar de la mera aplicación de reglas.

Un hallazgo fundamental de esta conclusión radica en el diseño de la tarea matemática contextualizada. La situación problemática planteada no funcionó meramente como un enunciado, sino como el escenario que se dio sentido a la manipulación del material. Se constató que la naturaleza de la tarea fue la que gatilló el tránsito hacia la generalización, ya que obligó a los estudiantes a pasar de una resolución intuitiva a la búsqueda de una estructura que permitiera cumplir con el desafío de las 31 mesas. De este modo, la tarea actuó como el motor que impulsó al estudiante a buscar regularidades, demostrando que el tránsito hacia el álgebra temprana depende directamente de la calidad y el contexto de la demando cognitiva que se le presenta al estudiante.

En el plano metodológico, el enfoque cualitativo y el estudio de caso intrínseco resultaron adecuados para captar la complejidad de los procesos analizados. Está metodología permitió observar en profundidad las estrategias y razonamientos individuales, ofreciendo una comprensión situada y detallada del fenómeno. La riqueza de las descripciones y la triangulación de datos aportaron validez interna al estudio, proporcionando un marco interpretativo útil para la reflexión pedagógica y la investigación en educación matemática.

Durante las entrevistas, la verbalización se consolidó como un mecanismo clave para evidenciar la construcción del pensamiento algebraico. Al explicar sus procedimientos y justificar la manera en que construían o extendían los patrones, los estudiantes transformaron la acción en razonamiento explícito, haciendo observables sus procesos de pensamiento. Esta externalización del razonamiento permitió identificar cómo las regularidades observadas en la manipulación concreta se convertían gradualmente en estructuras verbales más organizadas, que anticipaban la generalización simbólica. La verbalización, por tanto, actuó como un puente cognitivo entre la experiencia concreta y la comprensión estructural.

El uso de material manipulativo (bloques) resultó esencial para que los estudiantes pudieran explorar y representar físicamente las etapas de la secuencia de mesas. Su carácter visual permitió que los estudiantes identificaran el crecimiento de la estructura, facilitando el reconocimiento de cómo se agregaban nuevos elementos a la configuración inicial. En este sentido, el material concreto operó como un mediador cognitivo que permitió a los estudiantes visualizar la regla de formación antes de intentar verbalizarla, actuando como un soporte indispensable para reducir la carga cognitiva durante el proceso de resolución.

En cuanto al análisis de las producciones y verbalizaciones, permitió observar que los estudiantes avanzaron desde la descripción empírica de las regularidades hacia la elaboración de explicaciones que revelaban comprensión estructural. Las acciones y discursos propuestos de los estudiantes evidenciaron un proceso de generalización progresivo, en el que la manipulación, la observación y la verbalización se complementaron como elementos de una misma construcción cognitiva. Los estudiantes dieron el paso del conteo de elementos a la anticipación de regularidades, formulando predicciones sobre las figuras no observadas.

De esta manera, los resultados obtenidos permiten afirmar que se cumplió el objetivo general de i*dentificar el tránsito hacia la generalización de patrones numéricos utilizando material concreto en estudiantes de 5to básico*, al observar cómo los estudiantes avanzaron desde la descripción de patrones hacia formas iniciales de generalización simbólica. Los objetivos específicos también se concretaron, el primero de ellos: *identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes para generalizar patrones numéricos,* quedó en evidencia al analizar las estrategias que evolucionaron desde la manipulación concreta y la representación visual hasta la formulación verbal de relaciones generales. En cuanto al segundo objetivo: *categorizar los niveles de generalización alcanzados por los estudiantes*, esto fue posible gracias al análisis del tránsito entre niveles, categorizándolos a lo largo de cada una de las seis preguntas de la entrevista, evidenciándose la articulación entre el razonamiento aritmético y algebraico, característica del pensamiento algebraico emergente.

Los resultados coinciden con los planteamientos de diversos autores en el campo del álgebra temprana, expuestos en profundidad en las secciones de marco teórico y discusión, quienes destacan la relevancia de las experiencias de manipulación y representación en la construcción de pensamiento algebraico. Se constató que la manipulación concreta por sí sola no garantiza el desarrollo de la generalización funcional, pero sí constituye una base sólida para construir significados que posteriormente pueden formalizarse. En este estudio, los estudiantes lograron identificar regularidades y formular descripciones verbales de los patrones, sin llegar a consolidar una generalización funcional que expresara la relación entre las variables involucradas. Este resultado refleja el carácter progresivo, donde la comprensión estructural requiere tiempo, práctica y exposición a distintas formas de representación.

Los hallazgos confirman que la generalización de patrones es un proceso gradual y heterogéneo, influido por el nivel de compresión y las estrategias personales de cada estudiante. Aunque todos avanzaron hacia formas incipientes de pensamiento algebraico, se observaron diferencias en la profundidad con que lograron traducir sus generalizaciones a expresiones simbólicas. La principal dificultad residió en la codificación de la variable como elemento generalizador, lo que coincide con la literatura que plantea que la comprensión de la notación literal requiere maduración cognitiva y exposición progresiva a distintos registros de representación (Duval, 1995).

A partir de estos resultados, se recomienda incorporar de manera sistemática el trabajo con patrones desde los primeros niveles escolares, favoreciendo la exploración con material concreto y la articulación progresiva con representaciones pictóricas, verbales y simbólicas. Es importante que las tareas permitan a los estudiantes observar, manipular, verbalizar y justificar sus propios razonamientos, promoviendo la autonomía y la reflexión. Con el objetivo de optimizar la enseñanza-aprendizaje, sería muy beneficioso incluir en la formación docente módulos específicos sobre la didáctica del álgebra temprana y las estrategias para acompañar el tránsito entre distintos registros de representación.

Desde el punto de vista investigativo, se sugiere ampliar este tipo de estudios a otros contextos y materiales, así como analizar el impacto de herramientas digitales en la comprensión de patrones. También resulta pertinente profundizar en las condiciones que facilitan el tránsito de la generalización recursiva a la funcional, considerando el rol de la visualización, el lenguaje y la experiencia previa.

Aunque los resultados no son generalizables, la densidad del análisis y la claridad en la descripción de los procesos observados permiten establecer categorías interpretativas aplicables a contextos similares. Las fases de tránsito identificadas, desde la manipulación intuitiva hasta la formación de reglas verbales y simbólicas, constituyen un aporte teórico y práctico para comprender las rutas cognitivas hacia el pensamiento algebraico en la educación básica.

En definitiva, esta investigación evidencia que el pensamiento algebraico puede desarrollarse desde etapas tempranas cuando los estudiantes participan en experiencias que integran acción, representación y reflexión. El uso de material concreto se consolida como una herramienta efectiva para construir significados y favorecer la comprensión estructural, especialmente cuando se combina con instancias de verbalización que permiten hacer explícito el razonamiento. Enseñar matemáticas desde esta perspectiva implica promover aprendizajes activos, reflexivos y significativos, acompañando a cada estudiante en su propio camino hacia la abstracción con sensibilidad, rigor e intención didáctica.

REFERENCIAS

Agencia de Calidad de la Educación. (2021). *Resultados Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) 2021*. https://www.mineduc.cl/wpcontent/uploads/sites/19/2021/05/PresentacionDIA_26mayo.pdf

Agencia de Calidad de la Educación. (2022). *Evaluación internacional de estudiantes tras la pandemia PISA*. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/20287

Agencia de Calidad de la Educación. (2024). *Informe de Resultados TIMSS 2023*. https://s3.us-east-1.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/TIMSS_Informe+de+resultados+2023.pdf

Agencia de Calidad de la Educación. (2024). *Resultados Educativos Simce e IDPS.* https://s3.us-east1.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/Simce+PPT+EERR+Nacional+2024+-+P%C3%BAblica.pdf

Alsina, Á. (2020). Itinerario de Enseñanza para el álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *12*(1), 5–20. https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.16

Anderson, L.W., and D. Krathwohl (Eds.) (2001). *A Taxonomy foro Learning, Teaching and Assessing: a Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.* Longman, New York. https://quincycollege.edu/wp-content/uploads/Anderson-and-Krathwohl_Revised-Blooms-Taxonomy.pdf

Bautista-Pérez, J. L., Bustamante-Rosario, M. H., and de Armas, T. A. (2021). Development of elementary algebraic reasoning through numerical and geometric patterns and sequences. *Educación Matemática*, *33*(1), 125–152. https://doi.org/10.24844/EM3301.05

Blanton, M., Brizuela, B., Murphy, A., Sawrey, K. and Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-year-olds' thinking about generalizing functional relationships. *Journal for research in mathematics education, 46*(5), 511-558. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5369678

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas* (Dilma Fregona, Trans.; Vol. 1). https://archive.org/details/brousseau-g.-iniciacion-al-estudio-de-las-situaciones-didacticas/page/3/mode/2up

Cáceres Serrano, P., Donoso Osorio, E., Valdés Morales, R., y Cisternas Núñez, P. (2020). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Un análisis de correspondencias múltiples. *Diálogos sobre educación , 11*(21). https://doi.org/10.32870/dse.v0i21.629

Carraher, D. W., and Schliemann, A. D. (2018). *Cultivating early algebraic thinking 1*. 10.1007/978-3-319-68351-5_5

Cetina-Vázquez, M., y Cabañas-Sánchez, G. (2022). Pattern generalization strategies and their different forms of use in fifth grade. *Enseñanza de Las Ciencias*, *40*(1), 65–86. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096

CONICYT, Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica. (2013). *Declaración de Singapur sobre la integridad en la investigación* (Resolución Exenta N.º 157/13). Santiago, Chile. https://www.conicyt.cl/wp-content/blogs.dir/28/files/2013/05/157-13-REX_declaraci%C3%B3n-de-Singapur.pdf

Castro W., y Cuartas-Carmona, S. (2024). Maneras de generalizar patrones lineales por niños de quinto grado. *Rev. de Inv. en Mat. y su Ens. (Osorno), 1*(1), 69-95. https://doi.org/10.32735/S2810-7187202400013065

Duval, R. (1995). Registros de representación sémiotique y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Annales de Didactique et de Science Cognitives*

, 5, 37-65. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf

Escudero-Ávila, D. I., & Carrillo Y, J. C. (2020). Pedagogical content knowledge: Theoretical and methodological bases for its characterization as an element of a mathematics teacher's specialised knowledge. *Educación Matemática*, *6*(2), 8–38. https://doi.org/10.24844/EM3202.01

Gasco Txabarri, J., y Villarroel Villamor, J. D. (2014). La motivación para las matemáticas en la ESO. Un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. Números: *Revista de didáctica de las matemáticas, 86*, 39-50. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4758961

Godino, J., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S., y Lasa, A. (2015). *Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas onto semiótica y antropológica*. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5672140#

Godino, J. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.* Ed. Universidad de Granada. https://hdl.handle.net/10481/95716

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de investigación (6.° ed).* Mc Graw-Hill. https://apiperiodico.jalisco.gob.mx/api/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf

Kieran, C. (2020). Algebra Teaching and Learning. *In Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 36–44). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_6

Mejías-Zamorano, C., y Alsina, Á. (2020). La incorporación del Early Algebra en el currículo de Educación Primaria. *Revista de didáctica de las matemáticas, 50*, 81-102. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7643023

Ministerio de Educación. (2018). *Bases Curriculares - Primero a Sexto Básico* (Unidad de Currículum y Evaluación, Ed.; 1st ed.). https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Ministerio de Educación. (2013). Programa de Estudio Quinto Año Básico - Matemática. *Unidad de Currículum y Evaluación*. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-18980_programa.pdf

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil.

Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *Gaceta de la RSME, 17*(3), 559-579. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1222

Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M., y Cañadas, M. C. (2023). Development of Algebraic Thinking Through Justification in Elementary Education. *Ensenanza de Las Ciencias*, *41*(1), 149–173. https://doi.org/10.5565/REV/ENSCIENCIAS.5835

Pizarro-Canales, A., Caamaño-Espinoza, C., y Brieba-Brieba, C. (2021a). *Didáctica de la matemática para primer ciclo de educación básica: un aporte a la formación continua de profesores tomo i* (vol. 1). Https://www.euv.cl/archivos_pdf/ddm_1.pdf

Pizarro-Canales, A., Caamaño-Espinoza, C., y Brieba-Brieba, C. (2021b). *Didáctica de la matemática para primer ciclo de educación básica: un aporte a la formación continua de profesores* (1st ed., Vol. 2). https://www.curriculumnacional.cl/614/articles334318_recurso_pdf.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2011). Plan de estudios 2011. Educación Básica. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf3

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Valdés, A. (2014). *Etapas del desarrollo cognitivo de Piaget.* https://www.researchgate.net/publication/327219515_Etapas_del_desarrollo_cognitivo_de_Piaget

Vergel, R. (2014). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9-10 años). http://hdl.handle.net/11349/2608

Wang, X. (2015). The Literature Review of Algebra Learning: Focusing on the Contributions to Students' Difficulties. *Creative Education*, *06*(02), 144–153. https://doi.org/10.4236/ce.2015.62013

Warren, E. A., y Cooper, T. J. (2008). Generalising the Pattern Rule for Visual Growth Patterns: Actions That Support 8 Year Olds' Thinking. Educational Studies in Mathematics, 67, 171-185. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2

Zapatera, A. (2018). *Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria*. http://www.sinewton.org/numeros

Zapatera, A (2022). The generalization of patterns as a tool to introduce algebraic thinking in primary education. *Educación Matemática*, *34*(2), 134–152. https://doi.org/10.24844/EM3402.05

ANEXOS

ANEXO 1: Carta Gantt

CARTA GANTT PRIMER SEMESTRE 2025																																										
Proyecto		Tránsito a la generalización de patrones con uso de material concreto en estudiantes de quinto básico																																								
Pregunta de Investigación		¿Cómo los estudiantes de 5° básico articulan sus procesos de generalización de patrones numéricos y qué niveles de algebrización logran evidenciar en el desarrollo de una tarea de patrones?																																								
N°	Actividades semanales / Semanas	Marzo				Abril				Mayo				Junio				Julio					Agosto				Septiembre				Octubre				Noviembre				Diciembre			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Levantamiento del problema	x	x																																							
2	Preguntas de investigación	x	x																																							
3	Objetivo general	x	x																																							
4	Objetivo específicos		x																																							
5	Preguntas específicas		x																																							
6	Justificación del Problema		x	x																																						
7	Fundamentación del Problema		x	x																																						
8	Introducción			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x						
9	Marco Teórico			x	x	x																																				
10	Metodología						x																																			

11	Paradigma y Diseño						x																																			
12	Población y Muestra							x	x																																	
13	Consideraciones Éticas									x	x																															
14	Completación de cartas										x	x																														
15	Entrega de Cartas										x	x	x	x																												
16	Escritura de Tesis			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x						
17	Entrega Primer Semestre										x	x																														
18	Revisión Final											x	x																													
19	Preparación Examen												x	x	x																											
20	Entrega de Examen														x																											
21	Preparación Defensa Oral														x	x																										
22	Defensa Oral																x																									
23	Recogimiento de cartas																	x	x	x	x	x																				
24	Implementación de la Entrevista (tarea ática)																						x	x	x	x																
25	Análisis																										x	x	x	x												
26	Resultados																														x	x	x	x								
27	Conclusiones																																x	x	x							
28	Entrega Versión Final																																		x	x	x					
29	Preparación Defensa Oral																																			x	x	x	x			
30	Defensa Oral																																							x		

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

ANEXO 2: Cartas de Consentimiento

Estudiantes:

UDLA

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto: Pamela Reyes Santander

ASENTIMIENTO INFORMADO PIR202402

Acepto a participar en la actividad a la que me han invitado:

1. Estar en las dependencias de la escuela.
2. Estar activamente en la implementación de una actividad para aprender matemática.
3. Estar atento a las instrucciones para el logro de la actividad.
4. Recibir y completar el material que me han preparado.
5. Mi participación será grabada.
6. Mi mamá/papá/tutor me estará esperando a la salida.
7. No voy a estar solo con una persona.

Puedo decir que:

1. He leído o me han leído este documento y he entendido toda la información.
2. Cuando no entendí algo, pude preguntar, y me han contestado todas mis preguntas.
3. Sé que puedo decidir no participar o participar y que puedo retirarme si lo deseo, además, nada malo ocurrirá por ello.
4. Si tengo alguna duda en cualquier momento de la actividad, puedo preguntar todas las veces que necesite.
5. Si acepto participar en la actividad debo firmar este papel, y me entregarán una copia para guardarla si tengo cualquier duda después.
6. Las entrevistas se pasan a un Google Drive privado que es custodiado por la directora del proyecto.

Al final de todo, podré pedirle a las profesoras que me invitaron a participar, la información sobre los resultados del proyecto. Los datos de contacto son correo mendezmunozclaudia@gmail.com, paloma.valenciar@gmail.com, preyess@udla.cl.

Mi nombre es [redacted], soy estudiante del curso [redacted], de la escuela ________________. La Doctora Pamela Reyes me ha invitado por medio de mi madre/padre/tutor a participar de un proyecto que se llama **"Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente"**.

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.

[redacted]
Firma o huella del/la estudiante

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la estudiante

P. Reyes S.
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

Directora del Proyecto: Pamela Reyes Santander

ASENTIMIENTO INFORMADO PIR202402

Acepto a participar en la actividad a la que me han invitado:

1. Estar en las dependencias de la escuela.
2. Estar activamente en la implementación de una actividad para aprender matemática.
3. Estar atento a las instrucciones para el logro de la actividad.
4. Recibir y completar el material que me han preparado.
5. Mi participación será grabada.
6. Mi mamá/papá/tutor me estará esperando a la salida.
7. No voy a estar solo con una persona.

Puedo decir que:

1. He leído o me han leído este documento y he entendido toda la información.
2. Cuando no entendí algo, pude preguntar, y me han contestado todas mis preguntas.
3. Sé que puedo decidir no participar o participar y que puedo retirarme si lo deseo, además, nada malo ocurrirá por ello.
4. Si tengo alguna duda en cualquier momento de la actividad, puedo preguntar todas las veces que necesite.
5. Si acepto participar en la actividad debo firmar este papel, y me entregarán una copia para guardarla si tengo cualquier duda después.
6. Las entrevistas se pasan a un Google Drive privado que es custodiado por la directora del proyecto.

Al final de todo, podré pedirle a las profesoras que me invitaron a participar, la información sobre los resultados del proyecto. Los datos de contacto son correo mendezmunozclaudia@gmail.com, paloma.valenciar@gmail.com, preyess@udla.cl.

Mi nombre es [redacted]________________, soy estudiante del curso [redacted]________, de la escuela ______________________. La Doctora Pamela Reyes me ha invitado por medio de mi madre/padre/tutor a participar de un proyecto que se llama "**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**".

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.

[redacted]
Firma o huella del/la estudiante

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la estudiante

P. Reyes S.
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto: Pamela Reyes Santander

ASENTIMIENTO INFORMADO PIR202402

Acepto a participar en la actividad a la que me han invitado:
1. Estar en las dependencias de la escuela.
2. Estar activamente en la implementación de una actividad para aprender matemática.
3. Estar atento a las instrucciones para el logro de la actividad.
4. Recibir y completar el material que me han preparado.
5. Mi participación será grabada.
6. Mi mamá/papá/tutor me estará esperando a la salida.
7. No voy a estar solo con una persona.

Puedo decir que:
1. He leído o me han leído este documento y he entendido toda la información.
2. Cuando no entendí algo, pude preguntar, y me han contestado todas mis preguntas.
3. Sé que puedo decidir no participar o participar y que puedo retirarme si lo deseo, además, nada malo ocurrirá por ello.
4. Si tengo alguna duda en cualquier momento de la actividad, puedo preguntar todas las veces que necesite.
5. Si acepto participar en la actividad debo firmar este papel, y me entregarán una copia para guardarla si tengo cualquier duda después.
6. Las entrevistas se pasan a un Google Drive privado que es custodiado por la directora del proyecto.

Al final de todo, podré pedirle a las profesoras que me invitaron a participar, la información sobre los resultados del proyecto. Los datos de contacto son correo mendezmunozclaudia@gmail.com, paloma.valenciar@gmail.com, preyess@udla.cl.

Mi nombre es [redacted]______________________, soy estudiante del curso [redacted]______________________, de la escuela ______________________. La Doctora Pamela Reyes me ha invitado por medio de mi madre/padre/tutor a participar de un proyecto que se llama "**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**".

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.

[redacted]
Firma o huella del/la estudiante

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la estudiante

P. ReyesS
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto: Pamela Reyes Santander

ASENTIMIENTO INFORMADO PIR202402

Acepto a participar en la actividad a la que me han invitado:

1. Estar en las dependencias de la escuela.
2. Estar activamente en la implementación de una actividad para aprender matemática.
3. Estar atento a las instrucciones para el logro de la actividad.
4. Recibir y completar el material que me han preparado.
5. Mi participación será grabada.
6. Mi mamá/papá/tutor me estará esperando a la salida.
7. No voy a estar solo con una persona.

Puedo decir que:

1. He leído o me han leído este documento y he entendido toda la información.
2. Cuando no entendí algo, pude preguntar, y me han contestado todas mis preguntas.
3. Sé que puedo decidir no participar o participar y que puedo retirarme si lo deseo, además, nada malo ocurrirá por ello.
4. Si tengo alguna duda en cualquier momento de la actividad, puedo preguntar todas las veces que necesite.
5. Si acepto participar en la actividad debo firmar este papel, y me entregarán una copia para guardarla si tengo cualquier duda después.
6. Las entrevistas se pasan a un Google Drive privado que es custodiado por la directora del proyecto.

Al final de todo, podré pedirle a las profesoras que me invitaron a participar, la información sobre los resultados del proyecto. Los datos de contacto son correo mendezmunozclaudia@gmail.com, paloma.valenciar@gmail.com, preyess@udla.cl.

Mi nombre es [redacted]______________________, soy estudiante del curso [redacted]______________________, de la escuela ______________________. La Doctora Pamela Reyes me ha invitado por medio de mi madre/padre/tutor a participar de un proyecto que se llama "**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**".

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO, HACER PREGUNTAS ACERCA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, Y ACEPTO PARTICIPAR EN ESTE PROYECTO.

[redacted]
Firma o huella del/la estudiante

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la estudiante

P. Reyes S.
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

Apoderados:

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

[redacted]

Yo, [redacted] apoderado/a de [redacted], declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de [redacted] la cual fue preparada por las tesistas Claudia Méndez y Paloma Valencia, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto **PIR 202402** denominado **"Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente"**.

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos vídeos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los vídeos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto, como también a las tesistas Claudia Méndez, correo: mendezmunozclaudia@gmail.com y Paloma Valencia, correo: paloma.valenciar@gmail.com. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas: Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl Secretaria: Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrerap@udla.cl

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[redacted]
Firma o huella del/la Apoderado

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la Apoderado

P. Reyes S.
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

[redacted]

Yo, [redacted], apoderado/a de [redacted], declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de la [redacted] y la cual fue preparada por las tesistas Claudia Méndez y Paloma Valencia, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto **PIR 202402** denominado **"Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente"**.

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos vídeos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los vídeos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto, como también a las tesistas Claudia Méndez, correo: mendezmunozclaudia@gmail.com y Paloma Valencia, correo: paloma.valenciar@gmail.com. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas:
Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl Secretaria: Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrerap@udla.cl

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[redacted]

Firma o huella del/la Apoderado

[redacted]

Fecha

[redacted]

Nombre del/la Apoderado

P. Reyes S

Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]

Fecha

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

UDLA

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

[redacted]

Yo, [redacted], apoderado/a de [redacted], declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de [redacted] la cual fue preparada por las tesistas Claudia Méndez y Paloma Valencia, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto **PIR 202402** denominado "**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos vídeos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los vídeos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto, como también a las tesistas Claudia Méndez, correo: mendezmunozclaudia@gmail.com y Paloma Valencia, correo: paloma.valenciar@gmail.com. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas: Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl Secretaria: Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrerap@udla.cl

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[redacted]

Firma o huella del/la Apoderado

[redacted]

Fecha

[redacted]

Nombre del/la Apoderado

P. Reyes S.

Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]

Fecha

COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN
VICERRECTORÍA ACADÉMICA

Directora del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO

[redacted]

Yo, [redacted], apoderado/a de [redacted], declaro de manera libre y voluntariamente que acepto la participación de mi pupilo/a en la implementación de la ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE que se realizará en las dependencias de [redacted] la cual fue preparada por las tesistas Claudia Méndez y Paloma Valencia, la cual será grabada y utilizada como ejemplo de prácticas de enseñanza en el proyecto **PIR 202402** denominado "**Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente**".

He sido informado(a) sobre los objetivos de la investigación, de qué se tratará y qué tendrá que hacer mi pupilo/a en su participación. Sé que las actividades servirán de ejemplo para las asignaturas de la formación docente de educación básica de la Facultad de Educación de esta casa de estudios. Además, que esta grabación y entrevista no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio y el curso.

Las grabaciones se almacenarán en un Google-Drive privado al que acceden los investigadores con sus claves y que ellos también han firmado confidencialidad. Se elegirán de estos videos los minutos necesarios para usarlos como ejemplos y el resto de los videos se usarán para esta investigación y quedarán registrados de manera anónima para usos en reportes de esta investigación y de las que devengan de esta.

He sido informado(a) de que puedo hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y que puedo retirar a mi pupilo/a cuando lo decida, sin tener que dar explicaciones ni sufrir consecuencia alguna por tal decisión.

De tener preguntas sobre la participación en este estudio, puedo contactar en cualquier momento a preyess@udla.cl, directora del proyecto, como también a las tesistas Claudia Méndez, correo: mendezmunozclaudia@gmail.com y Paloma Valencia, correo: paloma.valenciar@gmail.com. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas:
Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl Secretaria:
Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrerap@udla.cl

Una copia de este documento de consentimiento me ha sido entregada, y puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

[redacted]
Firma o huella del/la Apoderado

[redacted]
Fecha

[redacted]
Nombre del/la Apoderado

P. Reyes S.
Firma de Directora del Proyecto / Pamela Reyes

[redacted]
Fecha

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

Establecimiento:

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICA
S VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
COMITÉ ÉTICO-CIENTÍFICO

**CARTA DE AUTORIZACIÓN DIRECTIVOS
DE INSTITUCIONES O CENTROS**

Santiago, [redacted] de 2025.

Sra.
[redacted]
Directora
[redacted]
Presente

Usted ha sido invitada a participar en el proyecto de investigación titulado: "Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente", *a cargo de la investigadora Dra. Pamela Reyes Santander, Académica de la Facultad de Educación, de la Universidad de Las Américas.* El objetivo de esta carta es ayudarle a tomar la decisión de autorizar la realización de la presente investigación en el marco de la *institución/facultad/escuela* que usted dirige.

El propósito general del estudio es observar y analizar las interacciones de docentes universitarios con sus estudiantes en formación inicial docente, específicamente en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Los resultados de esta investigación permitirán reflexionar sobre la propia práctica y ver nuevas estrategias para la implementación de las prácticas pedagógicas esenciales.

En esta ocasión, las tesistas Claudia Méndez y Paloma Valencia contribuirán en el proyecto mediante el desarrollo de su investigación para la tesis de grado, cuyo objetivo es analizar cómo los estudiantes de 5to básico transitan hacia la generalización de patrones numéricos utilizando material concreto, a través de la realización de una entrevista semiestructurada y la grabación de la misma, con el fin de identificar sus estrategias de generalización y niveles de razonamiento.

A través de la presente carta, **se le solicita la autorización** para que miembros del equipo de investigación a cargo de laDra.. Pamela Reyes establezcan contacto con el centro que usted dirige, así como con sus *funcionarios/docentes/estudiantes/apoderados*, a fin de coordinar la manera en que se puede invitar a los usuarios del centro a participar del estudio de manera voluntaria.

El procedimiento de toma de contacto y reclutamiento de los participantes del estudio es el siguiente:

- *Consultar al profesor del curso.*
- *Ponerse en contacto con los apoderados y estudiantes, directamente e invitarlos a participar.*
- *Firma de consentimientos y asentimiento.*
- *Conseguir el espacio para las entrevistas dentro del establecimiento.*
- *Establecer horarios para las entrevistas.*
- *Activar el sistema de grabación de entrevistas.*

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICA
S VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
COMITÉ ÉTICO-CIENTÍFICO

Al aceptar participar y autorizar el estudio en la institución que usted dirige, se le solicita que facilite las condiciones y el espacio físico para que los miembros del equipo de investigación puedan realizar los procedimientos antes descritos.

Asimismo, el equipo de investigación le ofrece la posibilidad de que usted y su institución reciban una retroalimentación general sobre los resultados del estudio una vez finalizado éste, y sea de tipo escrito o a través de charlas. Cabe señalar que no se entregará información individualizada sobre casos específicos, sino que las conclusiones generales del estudio, resguardando así la confidencialidad y anonimidad de los participantes.

Si tiene cualquier duda o pregunta, usted puede contactarse con la investigadora principal del estudio, Pamela Reyes al correo electrónico: preyess@udla.cl, o con las tesistas a cargo de estas actividades, Claudia Méndez, correo: mendezmunozclaudia@gmail.com y Paloma Valencia, correo: paloma.valenciar@gmail.com. Si tiene preguntas respecto de sus derechos como participante del estudio, puede contactarse con el Comité Ético-Científico de Universidad de Las Américas:
Presidenta María Mafalda Robledano, al correo electrónico: mrobledano@udla.cl
Secretaria: Marcela Cabrera, al correo electrónico: mcabrerap@udla.cl

HE TENIDO LA OPORTUNIDAD DE LEER ESTA CARTA DE AUTORIZACIÓN Y DE QUE ME EXPLIQUEN SU CONTENIDO, ASÍ COMO DE HACER PREGUNTAS ACERCA DE LA INVESTIGACION TITULADA: *""Oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente".*
HE COMPRENDIDO LA INFORMACIÓN QUE ME HAN ENTREGADO Y A TRAVÉS DE LA FIRMA DE ESTE DOCUMENTO **EXPRESO MI CONFORMIDAD Y AUTORIZACIÓN** PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE ESTUDIO EN *LA ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA DE LA UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS.*

DIRECTORA [redacted]

P. Reyes S.

PAMELA ALEJANDRA REYES SANTANDER

ANEXO 3: Estructura de la entrevista

PROTOCOLO: ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Objetivo de la Entrevista: Indagar en el tránsito a la generalización de patrones de los estudiantes de quinto año básico, utilizando material concreto y actividades prácticas.

Duración estimada: 40 minutos por cada estudiante.

Participantes: 4 estudiantes.

Lugar de implementación: Por determinar

Registro de la sesión:

- Filmación de la sesión, con previa autorización de los apoderados, estudiantes y establecimiento.
- Registro escrito de la sesión de cada respuesta entregada por los estudiantes.
- Fotografías de los registros creados por los estudiantes.

Materiales Necesarios

- Material concreto: Bloques ensamblables y base de cartón para situar bloques.
- Hojas de papel cuadriculadas y lápices de diferentes colores.

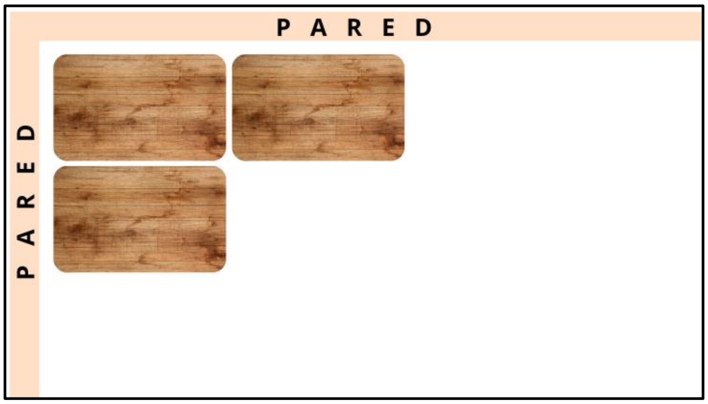
Bienvenida o introducción:

Hola ___, ¿cómo estás? mi nombre es ___ . Hoy vamos a hacer una actividad entretenida en la que vas a poder usar materiales, observar figuras y descubrir patrones. Está entrevista no es una prueba, así que no te preocupes. Lo importante es que me cuentes cómo piensas, qué observas y cómo logras tus respuestas.

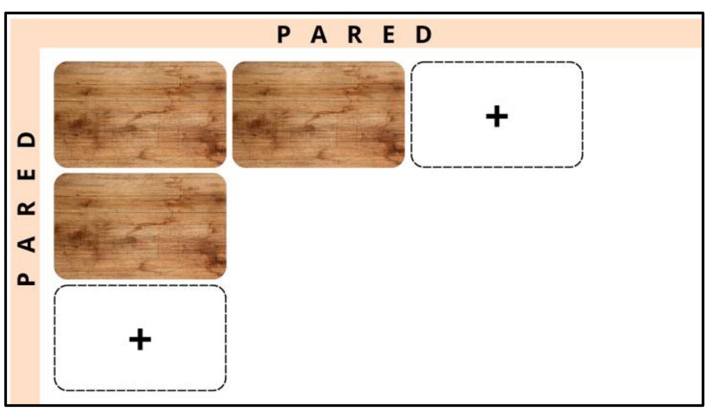
El objetivo de esta actividad es conocer cómo ustedes encuentran reglas o patrones cuando trabajas con materiales concretos. Vamos a utilizar algunos objetos, hacer preguntas y conversar sobre lo que vas descubriendo. Es importante que sepas que no hay respuestas malas, lo importante es que expliquen su forma de pensar.

Tarea de contextualización

En la sala del quinto año se realizará el ensayo del baile de fiestas patrias, por lo cual es necesario despejar el área y para hacerlo de manera eficiente se ordenarán las mesas desde una esquina, tal como aparece en la imagen:



Para aprovechar el espacio de la sala, todas las mesas que pongan deben tocar la pared, y se irá agregando una mesa a la vez a cada extremo, como se muestra en la imagen:



Utilizando los bloques, construya sobre la base de cartón el dibujo de la sala ordenada, considerando que en la sala hay 31 mesas.

UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS

Preguntas de la Entrevista Semiestructurada

Dimensiones	**Criterios**	**Preguntas Guía**	**Preguntas Subsidiarias**	**Consideraciones del experto, cambios o sugerencias.**
Niveles de Algebrización (Godino, et al. 2015): Los niveles de algebrización de Godino describen cómo evoluciona el razonamiento algebraico de los estudiantes al pasar de la aritmética al álgebra. No se aplican a la tarea en sí, sino a lo	Nivel 0: Utiliza números y operaciones sin generalización. Resuelve problemas de manera aritmética. Identifica patrones y relaciones numéricas. Expresa regularidades verbalmente o con tablas.	Cuando ibas poniendo las mesas, ¿cuántas agregabas cada vez?	¿Siempre pusiste la misma cantidad de mesas?, ¿Puedes mostrarme con los bloques lo que hiciste?	
		Después de poner mesas en los extremos, ¿cuántas quedaban ordenadas en la sala cada vez que ibas agregando?	¿Cómo calculaste la cantidad de mesas que resultaban cada vez que agregaste a los extremos?	

que el estudiante hace al resolverla. Se basan en el tipo de generalización que realiza, las representaciones que usa y el nivelamiento.		¿Cuántas veces agregaste mesas hasta llegar a las 31?	¿Cómo fuiste calculando las veces?	
	Nivel 1: Usa letras para representar números específicos en patrones. Inicia la transición a expresiones algebraicas. Completar secuencias numéricas y describir patrones y progresiones. Representa una regla de sucesión.	Si en vez de poner mesas 14 veces, las pusieras 50 veces, ¿cuántas mesas habría en total?	¿Qué harías primero para saberlo?, ¿Crees que exista una manera más sencilla que ir sumando una por una para averiguarlo?. Podrías dibujar o hacer una tabla para ayudarte.	
		¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá en total, según las veces que vas agregues?	Si supieras el número de veces que agregas, ¿Cómo lo transformarías en el total de mesas?	
		Si tuvieras que explicarle a un amigo cómo	¿Qué pasos le dirías que siga para construir la	

		encontrar la regla de una secuencia cualquiera ¿qué le dirías?	secuencia con figuras?	

ANEXO 4: Transcripciones de las entrevistas

(Estudiante AA)

Orador 1: ¿Está grabando ya?

Orador 2: Sí

Estudiante (AA): Ya.

Orador 1: ¿Cómo estás AA?

Estudiante (AA): Bien ¿usted?

Orador 1: Bien también. Mira, vamos a dar inicio a esta actividad, pero antes de eso necesitamos leerte un documento que se llama asentimiento informado de participación. Este documento es para que tú lo firmes y realmente digas; sí, yo Agustín Álvarez estoy de acuerdo en participar. ¿ya? Entonces yo te voy a leer, aunque tú ya sabes de qué tratamos más o menos, yo te voy a leer este documento y luego tú acá atrás vas a llenarlo con tu nombre, curso y tu firma. Si no tienes firma con sólo tu nombre ¿Okay?. Ya primero. La doctora Pamela Reyes está realizando un proyecto que se llama oportunidades de desarrollo, de habilidades prácticas de la formación inicial docente. Este proyecto en el que nosotros estamos participando en la Universidad y por eso necesitamos tu ayuda. Okay, el objetivo de este proyecto es observar y apoyar a un futuro profesor -que somos nosotras- de educación para que practique cómo enseñar matemáticas. Por esto se te ha invitado a participar de las actividades que se han preparado para ti. En esta ocasión, las actividades van a ser lideradas por la profesora Claudia Méndez y Paloma Valencia, quienes participan en el proyecto como tesistas, analizando cómo algunos estudiantes de quinto año trabajan en tareas de patrones. ¿Ya? La participación consiste entonces en la implementación de una actividad en la que tú vas a desarrollar y nosotras le vamos a dar las instrucciones de la actividad y el material para que lo realices. Y, durante toda la clase te vamos a grabar estas grabaciones, como te mencionaba la profesora Paloma, nadie más la va a ver más que nosotras no se van a publicar en ninguna parte, solamente la grabamos para luego recordar cuáles fueron tus respuestas. ¿Bien? Ya, entonces estas actividades se van a realizar acá en las dependencias de la escuela San Fidel y no va a estar solo, vas a estar con nosotras por si tienes alguna duda.

Bien para… todos los datos, perdón, que vamos a recoger en esta actividad. Van a ser anónimos y van a ser privados. Como te decía bien, vamos a usar estos datos para una investigación y van a quedar registrados bien para registrarlos nosotros los vamos a guardar en una carpeta que está encriptada, eso quiere decir que tiene contraseña y solo nosotros dos podemos acceder a esa carpeta. Bien, si tienes dudas sobre la actividad y en cualquier momento puedes hacer preguntas ¿Bien? Si también quieres dejar de participar, también puedes hacerlo ya si en algún momento ya no quieres seguir, está bien también. Entonces acá atrás están los datos del asentimiento informado.

Tú vas a leer qué estás aceptando a realizar, acá están los pasos. Te lo voy a leer yo para que lo veas sí. Acepta estar acá en el colegio participando con nosotros. Estar activamente haciendo la actividad para aprender matemáticas. Estar atentos a las instrucciones para lograr la actividad. Recibir y completar el material que te vamos a pasar, aceptas que te grabemos y que no vas a estar solo en ningún momento ¿bien?

¿Si aceptas todo eso? pones tu nombre acá, dice, mi nombre…, espera deja pasarte un lápiz pasta porque no podemos escribir con grafito.

Ya, dice: Soy estudiante de. Curso.

Estudiante (AA): Quinto a.

Orador 1: Quinto a.

Orador 1: De la escuela. Y ahora tu firma o sino tiene firma solamente tu nombre. Ya y acá, el no…, tú nombre. Bien y nos falta la fecha. Hoy día es, día 26 de agosto. Ya, listo vamos a comenzar entonces, ¿ya?

Bien, entonces vamos a dar inicio a la actividad para que sepas el objetivo, esto va a ser una entrevista, vamos a realizar una actividad y luego de eso nosotros te vamos a ir haciendo preguntas sobre cómo fuiste haciendo todo el proceso.

Orador 1: Bien, la duración estimada son 40 minutos, pero las que hemos hecho no nos hemos demorado más de 30 minutos, así que más o menos es ese el tiempo ¿ya? Lo vamos a realizar acá en las dependencias de la escuela San Fidel y como te dijimos vamos a filmar. Puede ser que saquemos fotos a las cosas que tú vas realizando con los materiales ¿bien?, y los materiales que vamos a utilizar son los bloques ensamblables, y además hojas de papel cuadriculada o con puntitos, y también la base de cartón. Bien.

Estudiante (AA): Yo pensé que era una pizarra de tiza.

Orador 1: Parece pizarra tiza, ¿cierto?

Ya. Entonces como…, como te decía. Lo primero que vamos a hacer es darte una tarea de contextualización, es como un problema para que nos situemos en una situación en la que tú tengas que desarrollar un…, un…, una actividad. Bien, entonces. En la siguiente, en la sala del quinto año “a” se realizará el ensayo del baile de fiestas patrias. Por lo cual, es necesario despejar el área para hacerlo más eficiente. Se van a ordenar las mesas desde una esquina tal como aparece en la imagen. Lo que necesitamos. Así es, esas son mesas. Lo que necesitamos es. Ordenar la sala y para eso vamos a ordenar, las mesas de una esquina. En primer lugar tenemos tres mesas ordenadas, el resto de mesas debemos ordenarlas de la misma forma, ¿bien? para aprovechar el espacio. Ahora, te explico; para aprovechar el espacio de la sala todas las mesas que ponga deben tocar la pared. Esta es una pared. Y esta es otra pared.

Orador 1: Entonces, todas las mesas que vamos poniendo van a tocar esta pared o esta pared. ¿Okey? Puedes escoger cualquiera de las esquinas donde comenzar a ordenar. ¿Ya? Así. Dice, y se irá agregando una mesa a la vez a cada extremo, como se muestra en la imagen, eso quiere decir que para ordenarla tenemos que ir ordenando una mesa acá y una mesa acá. Dos mesas aquí, ¿verdad? Como se muestra así, entonces ponemos dos mesas, una a cada extremo. ¿Bien?

Orador 1: Aquí viene el…, el…, el desafío para ti. Ya tenemos estas 3 mesas ordenadas con estas comenzamos, no se mueven. Utilizando los bloques, estos que están acá, los colores que tú quieras, el orden que tú quieras, eso no importa. Construya sobre la mesa el dibujo que vamos a representar de la sala ordenada, considerando que la sala tenemos 31 mesas, no más que eso, 31 mesas son las que tú tienes que ordenar, ya, entonces las reglas dijimos que era. Que íbamos a agregar.

Estudiante (AA): Una mesa a cada extremo.

Orador 1: Exacto. Una a cada extremo ya tienen que ser 31 mesas, ¿ya? Ahí eliges los bloques que quieras usar los puedes desarmar, se pueden ensamblar de distintas maneras.

Si quieres hacer rayas, lo que tú quieras, también puedes.

Por ejemplo, si quieres ordenarlo en un dibujo y luego hacerlo también está bien o si quieres simplemente hacerlo igual, la manera que tú quieras.

Orador 2: los colores del colo.

Orador 1: ¿Qué? jajaja.

Estudiante (AA): Se puede poner acá, ¿cierto?

Orador 1: Siempre tienes que tocar las paredes.

Estudiante (AA): treinta y uno, ¿cierto?

Orador 1: Treinta y uno.

Estudiante (AA): Listo.

Orador 1: ¿Listo? ¿tenemos las 31?. Ya. Ya, ahora que ya le ordenaste la mesa, nosotros te vamos a hacer algunas preguntas para que, para entender cómo fue que fuiste realizando cada… cada parte de la actividad. ¿Bien? Ya, lo primero. Cuando ibas poniendo las mesas. ¿Cuántas mesas agregabas cada vez?

Estudiante (AA): Uno.

Orador 1: ¿Uno?

Estudiante (AA): o a veces 2.

Orador 1: ¿1 o 2?, ¿Eso de qué dependía?

Estudiante (AA): Mmmm…. de la cantidad.

Orador 1: Sí, pero me refiero a…¿te refieres a que ibas poniendo una en un lado y otra en otro?

Ahh ya. entonces ponías una a cada extremo.

Estudiante (AA): Sí

Orador 1: ¿siempre lo hiciste de esa forma?

Estudiante (AA): Ehhh… No

Orador 1: ¿No? ¿de qué manera los agregaste?

Estudiante (AA): A veces iba por un lado para agregar más y luego seguía con el otro.

Orador 1: okay, y ¿Cómo sabías cuántas… ¿Cuántas mesas agregaste?, por ejemplo, cuando agregaste hartas ¿lo calculaste previamente?

Estudiante (AA):Ehh… Primero lo iba contando, después sumé las mesas y el resultado de que de que me daría la suma.

Orador 1: Perfecto, está bien. Después de poner entonces las mesas cuando digo poniendo una cada extremo, ¿cómo sabías cuántas quedaban ordenadas cada vez que iban agregando?

Estudiante (AA): ¿Cómo?

Orador 1: ¿Pusiste dos mesas, verdad? Y luego de eso ¿tú te diste cuenta cuántas habían quedado ordenadas?. ¿Ibas contándolas o ibas mirando la cantidad?

Estudiante (AA): Contándolas.

Orador 1: Ibas contándolas ¿cada vez que agregas contabas? okay. Y cómo iba a… ya ibas contándole, verdad? Entonces se iban agregando cada vez. ¿Si? ya. y ¿cuántas veces, considerando que agregaste una a cada extremo, cuántas veces tuviste que agregar para alcanzar las 31 mesas?

Estudiante (AA): 14

Orador 1: Catorce veces bien. bien, por qué coincide… ¿Cómo consideraste esos 14? ¿Cómo llegaste a ese resultado?

Estudiante (AA): Conté y después multipliqué.

Orador 1: Contaste y multiplicaste ¿qué contaste?

Estudiante (AA): ehh. cuántas mesas había puesto aquí (señala el cartón con las mesas ordenadas en los extremos) y después multipliqué por tres.

Orador 1: Muy bien, ahora otra situación no es necesario que lo haga con los bloques, solamente si quieres lo vayas escribiendo lo que sea. Aquí está tu hojita. Si en vez de poner esas 14 veces… 14 veces pusiéramos 50 veces esas mesas. ¿Qué harías primero para saber ese resultado?

Estudiante (AA): Sumar.

Orador 1: ¿Sumar? ¿qué sumarías?

Estudiante (AA): ¿tres por cincuenta?

Orador 1: ¿3 por 50? ¿por qué 3?

Estudiante (AA): ¿Por qué es la cantidad exacta que había primero?

Orador 1: Ya, a ver escríbelo como lo harías.

Orador 1: 3 + 50, entonces.

Estudiante (AA): Ósea no, Por.

Orador 1: ¿3 por 50 y cuánto resultaría eso?

Estudiante (AA): ¿150?

Orador 1: Ya escríbalo, escriba el resultado. ¿Entonces, eso nos daría el resultado de la cantidad de mesas que agregaríamos, verdad? ya ahora de nuevo ¿Cuántas mesas agregabas cada vez que agregabas?

Estudiante (AA): ¿Cómo cada vez que agregaba?

Orador 1: Cada vez que tú agregabas mesas acá ¿cuántas eran?

Estudiante (AA): Eran… dos, una a cada lado.

Orador 1: dos, agregabas una a cada lado, pero en total eran 2, considerando que eran dos extremos, ¿verdad?

Estudiante (AA): Sí

Orador 1: ¿Entonces, considerando que son dos extremos, tú crees que hay una manera que sea así de rápida como esa multiplicación para expresar cómo podrías calcularlo.

Estudiante (AA): ¿más rápido?

Orador 1: ¿Sí, cómo lo harías?

Estudiante (AA): Sumar todos los bloques que hay y sumarlo al 3.

Orador 2: Pero si no tuvieras los bloques.

Estudiante (AA): Multiplicando.

Orador 1 y 2: Ya.

Orador 2: ¿cómo lo harías? Sería una.

Estudiante (AA): Sería… 3 * 14

Orador 1: ¿3 por 14? ya, ya mi amor. Bien ahora, entonces… eso tú crees que es la manera más rápida de llegar al resultado? Bien sigamos. Dice entonces, ¿Podrías saber desde el principio cuántas mesas en total, según ese cálculo que tú hiciste? Solamente con decirte…

Estudiante (AA): ¿Cuántas me salió el total?

Orador 1: Este resultado te permite llegar al total de mesas ¿qué pondrías?

Orador 2: ¿Cuánto era el total de mesas?, ¿te acuerdas?

Estudiante (AA): 31.

Orador 1 y 2: 31

Orador 1: Y calculándolo de esa manera, sin haber puesto los bloques. ¿Tú podrías haber llegado al resultado? Sin poner los bloques.

Estudiante (AA): eh… Sí.

Orador 1: ¿Sí? ¿Podrías haberlo hecho?

Estudiante (AA): Con dificultad, pero lo podría hacer.

Orador 1: ¿Si? ¿Lo podrías hacer? bien.

Teniendo en cuenta la cantidad de veces que agregaste mesas y las mesas con las que comenzaste ¿Cómo lo transformarías en el total de mesa?

Estudiante (AA): Mmmm…

Orador 1: ¿Sabes? sí, dale.

Estudiante (AA): Sumando

Orador 1: ¿sumando? ¿qué sumarías?

Estudiante (AA): Mmm eh… 28

Orador 1: 28

Estudiante (AA): Más 3

Orador 1: escríbelo tú. Sumarías.

Estudiante (AA): ¿Pongo el resultado?

Orador 1: Sí.

Orador 1: ¿Ya entonces sumarías la cantidad de mesas que tú agregaste esos son los 28, verdad? ¿Y el 3 qué es?

Estudiante (AA): El tres es el… El que hace llegar al resultado

Orador 1: Claro. ¿Cómo?

Estudiante (AA): Sí ya hay 3 mesas.

Orador 1: Ahh, las que están en un inicio, ¿verdad?

Estudiante (AA): Y hay que agregar los 28 para qué para que diera 31.

Orador 1: ya súper ya entonces ahora. Con estas preguntas terminamos. ¿Si tú tuvieras que explicarle a un amigo cómo poder encontrar la regla de una secuencia o cómo podrías decirle que descubra cómo va a seguir una secuencia? ¿Cómo construir esta secuencia que tú hiciste? ¿Qué pasos le diría que haga primero si nosotros le pidiéramos a otro amigo construir esto? ¿Qué le dirías, qué consejo le darías?

Estudiante (AA): Le diría que sume después cuénteme y al final de todo multiplique.

Orador 1: Ya muy bien, bien Agustín, con eso terminamos ¿vez?. Así que. Excelente.

ESTUDIANTE AC

Orador 1: Te voy a leer un documento que se llama asentimiento informado de participación para el proyecto, este lo debes firmar si autorizas participar en la actividad. La doctora Pamela Reyes está realizando un proyecto que se llama oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente. El objetivo de este proyecto es observar y apoyar a un futuro profesor de educación como nosotras para que practique cómo enseñar matemáticas, para esto se te ha invitado a ti a participar en estas actividades de esta tarea matemática. En esta ocasión, las actividades serán lideradas por la profesora Claudia y la profesora Paloma, quienes participan en el proyecto como tesistas, analizando cómo algunos estudiantes de quinto año trabajan en tareas de patrones. La participación consiste en una actividad, en la que tú aprenderás y ejercitarás matemáticas. Las profesoras, te daremos las instrucciones durante la actividad y te vamos a grabar mientras la realizas. Esta actividad se realizará en las dependencias de la escuela San Fidel, nunca estarás solo, nosotras siempre estaremos contigo, así que la participación no va a presentar ningún riesgo para ti. Todos los datos que vamos a recoger en esta entrevista van a estar encriptados y van a ser anónimos y privados, las únicas personas que vamos a tener acceso a esos datos vamos a ser la profesora Claudia y yo bueno. Puedes hacer preguntas durante toda la actividad si así lo deseas y también puedes detener la actividad porque es totalmente voluntario.

En esta otra página, dice que tú aceptas participar dice acepto a participar en la actividad en la que me han invitado en las dependencias de la escuela San Fidel, estar activamente en la implementación de una actividad para aprender matemáticas, estar atento a las instrucciones, recibir y completar el material que me han preparado y que mi participación sea grabada. Mi mamá o tutor está al tanto de la actividad.

Orador 1: Ya tienes toda la información y si no entiendes algo, puedes preguntar y nosotras te contestaremos todas las preguntas que tú quieras, puedes decidir no participar en cualquier momento de la actividad y si quieres retirarte o ir al baño cualquier tú puedes decirnos.

Estudiante AC: Ya.

Orador 1: Y para aceptar esta actividad, la participación de esta actividad debes firmar aquí primero tienes que escribir tu nombre, tu curso y la escuela. Y acá si no tienes firma puedes poner tu nombre y aquí tu nombre completo.

Estudiante AC: ¿Lo escribo con apellido?

Orador 1: Sí, nombre y apellido.

Orador 2: La fecha de hoy es 26 de agosto.

Orador 1: Muy bien, muchas gracias. Ya entonces vamos a empezar con la actividad. El objetivo de esta entrevista es indagar cómo puedes transicionar desde los patrones hacia su generalización. Esta actividad va a constar de 40 minutos, pero nos hemos demorado a lo más 35 minutos haciendo la actividad, así que puede que nos demoremos menos. Durante la actividad se va a filmar, se guardará el registro que tú hagas en papel y te vamos a fotografiar al mismo tiempo. Tenemos como material para ocupar, esta base y los bloques ensamblables que están por allá, tú los puedes manipular como tú quieras.

Bien, vamos a hacer una actividad muy entretenida en la que vas a poder usar materiales, como los que te mostramos, observar figuras y descubrir patrones. Esta entrevista no es una prueba, nos va a ser evaluada, así que no te preocupes, lo importante es que me cuentes, cómo vas pensando durante la actividad, cómo logras llegar a tu respuesta y qué vas observando durante la tarea. Entonces el objetivo de esta actividad es conocer cómo encuentras reglas o patrones cuando trabajan con material concreto, vamos a utilizar algunos objetos, vamos a hacer unas preguntas y vamos a conversar sobre lo que vas a ir descubriendo. Es importante que sepas que no hay respuestas malas. Bueno, entonces vamos a empezar con la tarea.

En la sala del quinto B se realizará el ensayo de baile de fiestas patrias. Por lo cual es necesario despejar el área de la sala, y para hacerlo de manera eficiente se ordenarán las mesas desde una esquina, tal como aparece en la siguiente imagen. El cartón que te mostramos es la base de la sala, entonces aquí tú vas a ensamblar bloques imaginando que son las mesas. Vamos a comenzar igual cómo se muestra en la imagen, ¿cuántas mesas se ven en la imagen?

Estudiante AC: 3 mesas

Orador 2: Cierto, muy bien. Estas 3 mesas ya están ordenadas.

Orador 1: Entonces para aprovechar el espacio en la sala todas las mesas que se sigan ordenando deben estar tocando la pared. Y irán agregando una mesa a la vez a cada extremo.

Estudiante AC: Okay. Entonces una acá, otra acá y otra acá. (Señalando las esquinas)

Orador 1:Debe ser al extremos de cada fila.

Orador 2: Como se ve en esta imagen.

Estudiante AC: Ah ya, ya entiendo.

Orador 1: Utilizando los bloques que tenemos aquí, construye sobre la base de cartón el dibujo de la sala ordenada, considerando que en la sala hay 31 mesas en total. Entonces vamos a empezar la actividad, tú puedes manipular los bloques para ordenar las mesas. ¿Entendiste cómo tienes que ordenar las mesas?

Estudiante AC: Poniendo una en cada pared.

Orador 2: ¿Y cuántas mesas son en total?

Estudiante AC: Habían 31 mesas en la sala.

Orador 1: Exacto. Ya puedes comenzar a ordenar las mesas, utiliza los colores que tú quieras.

Estudiante AC: Cada mes es como un bloque.

Orador 1: Exactamente, cada mesa es un bloque.

Estudiante AC: Listo, terminé.

Orador 2: Listo, ¿tenemos las 31 mesas?, ¿quieres asegurarte de que estén todas?.

Estudiante AC: Si. (Cuenta de 5 en 5 las mesas).

Orador 1: Muy bien, entonces vamos a empezar con las preguntas ya. ¿Cuando ibas poniendo las mesas, cuántas agregabas cada vez.

Estudiante AC: 5.

Orador 1: De a 5 mesas agregaste cada vez. ¿y cómo te lo pedían en la instrucción?

Estudiante AC: Que pusiera una a cada lado y pegadas en la pared.

Orador 1: ¿Siempre pusiste la misma cantidad de mesas o fuiste cambiando las cantidades?

Estudiante AC: Cambie un poco, igual fui cambiando las mesas que ponía.

Orador 2: ¿Y, cómo lo hiciste, por ejemplo, la primera vez que pusiste las mesa, cuántas pusiste?

Estudiante AC: Puse 4. Las puse de a 4.

Orador 1: ¿Después de poner mesas en los extremos, cuántas mesas quedarán ordenadas en la sala cada vez que ibas agregando?

Etudiante AC: 31 mesas

Orador 1: En la instrucción salía que las mesas deberían agregarse a la vez en cada extremo, ¿una mesa a la vez en cada extremo serían de a cuántas?

Estudiante AC: 2, 2, 2 y así, se agregan dos.

Orador 1: Dos en dos, okay.

Estudiante AC: De a dos, dos, dos (señalando que agregaba 2 en cada extremo de la figura)

Orador 3: Ah ya, tú fuiste agregando en el fondo dos en cada extremo.

Estudiante AC: Si

Orador 2: En total iba agregando 4 verdad y luego agregaste más.

Estudiante AC: Si, empecé a agregar un poquito más

Orador 2: ¿Y siempre agregaste la misma cantidad a cada lado?

Estudiante AC: Si…, no, no, no. Aquí agregué uno más (Señalando uno de los extremos)

Orador 2: Y cuando ibas agregando, ¿Cómo supiste que tenías que llegar hasta ahí? ¿Ibas contando, ibas sumando en tu cabeza o cómo lo ibas haciendo?

Estudiante AC: Por qué lado tenía que poner 15 contaba 5, 5 y 5, tres veces 5 y ahí con lo mismo a los dos lados. Sumaba el 30 y después sumé otro.

Orador 1: Y desde el inicio, ¿te acuerdas cuál fue el inicio?

Estudiante AC: De 3.

Orador 1: ¿Cómo calculaste tú? O si no aún no lo haces ¿Cómo lo calcularías? La cantidad de mesas que resultaban cada vez que ibas agregando de a dos.

Estudiante AC: Eh… Ósea, ¿cómo?

Orador 1: Por ejemplo, mira empezamos de los 3, cierto, ya después agregas una en cada extremo. ¿Cuántas quedan cuatro?

Estudiante AC: Cuatro. Ah no… Si cuatro. Esperen, ahhh… serían 5, 5.

Orador 1: ¿Y si agregamos dos veces más, cuántas serían?

Estudiante AC: 7

Orador 1: ¿Y dos más?

Estudiante AC: Serían 9

Orador 1: ¿Cuántas veces agregaste mesa hasta llegar a las 31?

Estudiante AC

Serían 31

Considerando que empezamos con 3, verdad, entonces después de esas 3 tú comenzaste a agregar 2 bloques uno a cada extremo, ¿Cuántas veces agregaste las 2 para llegar a las 31?

Estudiante AC

Ah… serían 16 veces

Orador 1

¿Como fuiste calculando las veces?

Estudiante AC

Multiplicando

Orador 1

¿Cómo realizaste esa multiplicación?

Estudiante AC

Conté la cantidad de mesas de las filas

y luego multipliqué por dos.

Orador 1

Y si en vez de poner mesas esas 16 veces que tú dijiste, las pusiera 50. ¿Ya, cuantos mesas habría en total?

Estudiante AC

O sea, esto sumarlo por 50 o ¿cómo?

Orador 2

Mira, acá nosotros iniciamos con 3, ¿verdad? Y tú mencionaste que luego tú fuiste agregando 16 veces 1 en cada extremo, y ahora tenemos que agregar 50 veces un bloque a cada extremo, no 16 veces y queremos saber cuántas mesas tendríamos en total si agregamos 50 veces dos mesas, una cada extremo.

Estudiante AC

100.

Orador 1

¿Y qué harías tú como para que hacer primero?, ¿qué hiciste en tu cabeza?

Estudiante 1

Multiplicar

Orador 1

¿Podrías escribirlo en esta hoja?.

Estudiante AC

Sí, ¿dónde yo quiera? (escribe la multiplicación). Son 2 por 50.

Orador 2

¿Esas son las 50 veces que agregaste, verdad?

Estudiante AC

Si, así serían 50 veces y agrego 100 mesas.

Orador 1

¿Crees que existe una manera más sencilla de ir sumando que ir sumando 1 por 1 de las mesas?, una forma de resolverlo, más rápida.

Estudiante AC

No. O sea si pero no la conozco.

Orador 1

¿Cómo podrías saber desde el principio cuántas mesas habrán en total según las veces que vas agregando?

Estudiante AC

Porque divido por 3 digo, los 31, entonces voy dividiendo de a 3 y 3 en cada lado sabiendo cuánto es, cuántas veces tengo que ponerlos para llegar al 31.

Orador 2

¿Y de alguna otra manera?

Estudiante AC

También ir dividiendo por 5.

Orador 2

Ya te comentó la profesora Paloma que imaginamos que eran 50 veces que íbamos a agregar, pero también sabes como lo que te dijimos que empezamos con 3 figuritas, primero ¿verdad?. Entonces luego de tener esas 3 vamos a agregar 50 veces. Sabiendo estos datos, ¿podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá en total según las veces que agregues?

Estudiante AC

Si, se podría.

Orador 2

¿De qué forma lo harías?

Estudiante AC

Lo voy sumando o multiplicando, lo sumaría como 5, 5, 5, 5…

Orador 2

Y multiplicando, ¿lo harías cómo lo escribiste? ¿o podrías encontrar otra manera multiplicando?

Orador 1

Lo haría de 5 por 10.

Orador 1

Bien, ya estamos terminando. ¿Si tuvieras que explicar a un amigo cómo encontrar la regla de un patrón, qué le dirías?

Estudiante AC

Le diría que sume, que vaya sumando de uno y uno y después cuando ya calcule cuántas faltan vaya de 2 en 2 o de 5 en 5 y así. Pero le diría que sume para que llegue a todas las mesas.

ESTUDIANTE MM

Orador 1: El siguiente texto será leído en conjunto y se explica la actividad en la que te invitamos a participar. La doctora Pamela Reyes, está realizando un proyecto que se llama oportunidad de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial. El objetivo del proyecto es observar y apoyar a un futuro profesor de educación básica para que practique cómo enseñar matemáticas ya y por esto se te ha invitado a participar de estas actividades. En esta ocasión, las actividades serán lideradas por la profesora Claudia y la profesora Paloma, quienes participan del proyecto como tesistas, analizando algunos estudiantes de quinto básico. Tu participación será grabada durante la actividad y recibirás las instrucciones necesarias y el material necesario para que realices la actividad. Estas actividades se realizarán en las dependencias de la escuela, nunca estarás sola y por eso tus padres firmaron un consentimiento cierto. Tú tienes derecho a dejar de participar en cualquier momento, esta actividad es totalmente voluntaria. Todos los datos que vamos a recoger en esta actividad van a ser totalmente anónimos y privados.

Ahora que leímos el documento necesitamos que firmes el asentimiento, que indica que tu aceptas participar.

Orador 2: Pones tu nombre y después tu firma.

Estudiante MM: ¿Y aquí pongo el colegio?

Orador 1: Si, aquí va escuela San Fidel. Y ahí si no tienes firma, escribes tu nombre.
Orador 2

Orador 2: La fecha de hoy es el día 25 de agosto.

Estudiante : Del cero ocho?

Orador 1: Si

Excelente, muchas gracias. Para empezar con la entrevista el objetivo de ella es Indagar la transición o a la generalización de patrones de los estudiantes de quinto año básico, utilizando material concreto y actividades prácticas. La duración estimada de esta sección son 40 minutos aproximadamente. Vamos a filmar la sesión, como tú sabes, el registro escrito lo puedes escribir acá ya y también vamos a tomar fotografías de durante la sesión.

Hoy vamos a hacer una actividad muy entretenida, vamos a ocupar esta base y estos bloques ya. Tú vas a usar estos materiales y vas a observar figuras y descubrir patrones. Esta entrevista no es una prueba, así que no te preocupes, lo importante es que me cuentes cómo piensas, que observamos y cómo logras tú llegar a tus respuestas. El objetivo de esta actividad, es conocer cómo encuentran estas reglas de patrones cuando trabajas con material concreto, vamos a utilizar algunos objetos, hacer preguntas y a conversar sobre lo que vas descubriendo. Es importante que sepas que no hay respuestas malas, ninguna respuesta que tú digas va a ser incorrecta, lo importante es que expliques por qué estás pensando de esa forma. La tarea es la siguiente:

En la sala del quinto año básico se va a realizar en ensayo del baile de fiestas patrias, por lo cual es necesario despejar el área de la sala. Y para hacerlo de manera eficiente se ordenarán las mesas desde una esquina. Bueno. Tal como aparece en la imagen. Si te fijas acá estará solo aquí hay una pared, aquí hay una pared y las mesas cierto, así empiezan ordenándose en una esquina. Para aprovechar el espacio de la sala todas las mesas que se pongan se irán agregando una mesa a la vez en cada extremo, como muestra este dibujo. Utilizando los bloques, construya sobre esta base de cartón el dibujo de la sala ordenada, considerando que en la sala hay 31 mesas.

Orador 2: Entonces debes poner los bloques por alrededor como si fuera la sala, como sale aquí en la imagen. Comenzamos hasta 3 mesas que ya estaban ordenadas, a partir de ellas debes continuar.

Orador 1: Sí claro.

Estudiante MM: Ya tengo que ponerlo.

Orador 2: si

Orador 1: Sabes usar estos bloques, tú puedes juntar todo y desarmar, entonces puedes ponerlo así, puedes ponerlo así (señalando las diferentes maneras en que se ensambla). Recuerda que la instrucción dice seguir agregando una mesa en cada extremo.

Estudiante MM: ¿Entonces, así como de 1?

Orador 1: Si.

Estudiante MM: Lo voy a hacer con cualquier color

Orador 1: Claro tú puedes ocupar todos los materiales que tú quieras.

Estudiante MM: ¿Solamente deben estar en la pared como estos?

Orador 1: Claro. Exacto.

Estudiante MM: ¿así hasta llegar a las 31 mesas?

Orador 1: ¿Cuántos mesas llevas ahí?

Estudiante MM: No sé, pero sé que llevo menos, porque 31 se verían más (cuenta las mesas que ya posicionó)

Orador 1: Bueno, siga agregando.

Estudiante MM: Listo, ahí está, ya agregué las 31

Orador 1: Entonces vamos a empezar a hacer unas preguntas. Cuando ibas poniendo las mesas ¿cuentas agregadas cada vez?

Estudiante MM: Uno, un cuadrito cada vez.

Orador 1: Ya?, uno solo?

Estudiante MM: Dos con cada dos en cada extremo.

Orador 1: ¿Siempre pusiste la misma cantidad de mesas?.

Estudiante MM: Eh… Si.

Orador 2: ¿Siempre Pusiste la misma cantidad a cada lado?

Estudiante MM: Si.

Orador 1: Después de poner mesas en los extremos. ¿Cuántas quedaban ordenadas en la sala cada vez que iba agregado?

Estudiante: ¿31?

Orador 2: Sí, pero. ¿Comenzamos verdad?, Con las 3 mesas que puso la profesora Paloma al inicio. Luego tú agregas una a cada extenso, por ejemplo, la primera vez que te agregaste una a cada extremo. ¿Con cuántas quedaste? ¿Cuántas quedaron ordenadas a la primera?

Estudiante: La primera?

Orador 1: Si

Estudiante: Eh… 3?

Orador 2: Si, y luego?

Estudiante: ¿agrego 2?

Orador 2: Pero tú podrías en tu mente pensar cómo estuviste haciéndolo, cuántas la cantidad que iba quedado agregada cada vez que tú ibas ordenando las mesas.

Estudiante: Eh….

Orador 2: Por eso comenzamos con 3 y luego ¿tú cuantas agregaste?

Estudiante MM: dos

Orador 1: Y luego agregaste dos. ¿Cuantas quedaron ordenadas si tu agregaste dos a las 3 que ya estaban?

Estudiante MM: Eh… 3. Ah no 5.

Orador:1 ¿Y después?

Estudiante MM: ¿Cuántas quedan?, eh… ¿7?

Orador 1: ¿Y después de agregar dos más?

Estudiante MM: 9 y después, 11, 13, 15, 17, 19, 21…

Orador 1: ¿Te gustaría escribirlo para que luego lo recuerdes? Porque quizás te pueda servir en un futuro.

Estudiante: Si, en esta hoja?

Orador 2: Si, puedes usar esa.

Estudiante: ¿cómo lo estaba diciendo?

Orador 1: Tal cuál como lo estabas diciendo.

Estudiante MM: Ya. Hasta llegar al 31 cierto?

Orador 1: Ya entonces, cuántas veces agregaste mesas hasta llegar al 31

Estudiante MM: Eh.. 3

Orador 1: ¿Cuántas veces fueron esas? (señalando las que escribió en la hoja?

Orador 2: ¿Cuántas veces tú ibas poniendo de a dos para llegar hasta el 31?

Estudiante MM: Pero… cómo? que se me olvida. Ay!

Orador 1: ¿Cómo fuiste calculando estas cantidades?, (señalando lo que escribió)

Estudiante MM: Sumando con… Sumando. Comenzaban el 3 y luego le ibas sumando dos, cada dos.

Orador 1: ¿Cuántas veces fueron esas dos cada vez?

Estudiante: Así, ¿sumando lo que he escrito?, Así como ¿cuantas veces tuve que agregar para llegar hasta 31?

Orador 1: Exacto. Exacto.

Estudiante MM: 16 veces.

Orador 1: Ya y si en vez de poner esa16 veces las mesas las pusieras 50 veces. ¿Cuántas mesas habrían en total? ¿Qué harías primero para saberlo?

Estudiante MM: Primero. Una suma o una multiplicación, ya multiplicaría.

Orador 1: Puedes escribirlo si quieres.

Estudiante MM: Puedo rayarlo?

Orador 1: Puedes rayar todo lo que quieras en esa hoja.

Estudiante MM: ¿hasta llegar a 50?

Orador 2: Pero no hasta llegar a 50 mesas, si no a pensando que 50 veces fue la que fuiste agregando dos a cada extremo. Las veces porque ahora dijiste que agregaste dos acá 16 veces. Imaginando que en vez de 16 vas a agregar 50 veces?. ¿cómo crees tú que podrías calcularlo? ¿Existirá alguna manera? En vez de que sean 16 veces sean 50. ¿Cómo lo calcularía?

Estudiante: Piensa en una operación, ¿Qué operación utilizarías? Lo había dibujado, lo haría escribiendo números…

Orador 1: ¿Tú crees que existe una forma sencilla de saberlo?

Estudiante MM: Sumando, podría sumarlo

Orador 1: ¿Y, cómo lo harías?

Estudiante MM: Hasta 50, como en 5

Orador 1: Si quieres puedes dibujarlo.

Estudiante MM: Que no me llega nada.

Orador 2: Toma tu tiempo, no te preocupes tranquila.

Estudiante: Cómo, a ver ¿si yo tengo que hacer figuras tengo que hacer 50 figuras?

Orador 2: No, no necesariamente, porque, retomando el inicio empezamos con las 3 que puso la Profesora Paloma y luego tú cada vez agregabas. ¿Entonces la primera vez agregaste dos? La segunda vez agregaste dos, la tercera dos. ¿Así, verdad? Pero lo que te preguntamos es entonces si en vez de agregar solamente hasta las 16 veces que tú agregaste dos para obtener los 31, agregaras realmente 50, ¿cómo lo harías tú?,

Estudiante MM: Con dibujos?

Orador 1: Ya, podrías hacerlo con dibujos.

Estudiante MM: Voy a seguir, el mismo dibujo que hice. (se toma una pausa), es que se pero no…

Orador 2: No sabes cómo explicarlo.

Estudiante MM: SI

Orado 1: Trata de ordenar como los otros que tienen en tu cabeza y pensando, ¿Cuántas iban a tener cada vez que ibas agregando? o si quieres vas dibujando esas cantidades que tú escribiste?

Estudiante MM: Que si puedo dibujarlo, ¿puedo escribirlo como números para demorarme menos?

Orador1: Sí

Estudiante MM: Es que lo que voy a hacer, pero llegando a 50 y después contando cuántas veces tuve que contar? Hasta 50 ya. Hacerlo. Pero igual que esto porque siempre. Tiene que ser siguiendo lo mismo de ella, comenzando con comenzando con 3 y luego incluyendo dos, dos, dos…

Orador 2: Claro, hazlo así.

Estudiante MM: Ahora llegué al 49, pero si sigo llega al 51,

Orador 2: claro, pero cuántas veces agregaste? ¿Cuántas veces tuviste que ir agregando?

Estudiante MM: (Cuenta las veces escritas) 24 veces agregué.

Orador 1: Ya vas en el 24 veces, pero recuerda que tienen que ser 50 veces.

Estudiante MM: tengo que hacer más.

Orador 1: Claro, o pensar en una manera que sea más sencilla de calcularlo.

Estudiante MM: Estoy pensando en flores y que cuenten con el circulito del medio y los pétalos. Ya está pensando en otra forma de representarlo. Ya, pero el pétalo tiene que ser primero 3 veces y después en dos. ¿Entonces puedo hacer primero? En la parte del medio con dos flores y después. Circulito puede hacer con circulo. Y tienen que ser 50.

Orador 2: Claro, por eso, tu puedes dibujarlo o pensar si existe alguna manera que sea más sencilla en vez de ir así como agregando de a dos hasta que sean 50 veces, agregando una manera más sencilla

Estudiante MM: ¿Entonces, si yo puedo seguir con los números hasta llegar a 50?

Orador 1: sí puedes seguirlo.

Estudiante MM: Que se me hace más fácil con los números. Los números, entonces hasta aquí hay unos 24.

Orador 1: ¿Cuantas veces llevas ahora?

Estudiante MM: voy la 45

Orador 1: bueno, siga.

Estudiante MM: 101 en total

Orador 1: ¿Y cómo podría saber desde el principio cuántas mesas habrían total.

Estudiante MM: eh, las 101?

Orador 1: Si tu supieras el número de veces que vas agregando, y con cuantas mesas empezaste, ¿cómo te lo transformarías al total de las mesas?

Estudiante: serían 101.

Orador 1: Ya estamos casi. Si tuvieras que explicarle a un amigo cómo encontrar la regla de una secuencia. ¿Qué le dirías?

Estudiante: le diría que multiplicara o sumaran

Orador 1: Ya, ya muy bien.

Estudiante MM: Esos pasos le diría que hiciera. También que dividiera para saber las veces, y que la suma no sea lo único.

Orador 1: Muy bien, eso sería todo por ahí. Muchas gracias.

ESTUDIANTE MZ

Orador 1: Ya mira como esto es todo formal tenemos que contarte más, menos de qué se va a tratar y tú tienes que firmarnos para decir que si estás de acuerdo en participar. Nosotras debemos dar instrucciones para una actividad y te vamos a pasar el material que vas a usar y tú tienes que ir siguiendo los pasos y luego de que termines esa actividad, te vamos a hacer algunas preguntas de cómo fué el proceso, Cómo fue que tú fuiste realizando a cada paso. ¿Ya? esto… Vamos a estar contigo todo el rato, sí. Si tú en algún momento no quieres participar más nos avisas y llega hasta ahí de actividades, ¿bien? es todo voluntario,

Orador 2: Tú decides.

Orador 1: Tú decides todo, sí.

Orador 1

Entonces este es el consentimiento informado y te lo voy a leer ¿ya?. Dice: La doctora Pamela Reyes está realizando un proyecto que se llama oportunidades de desarrollo de habilidades prácticas de la formación inicial docente. Ella es nuestra profesora. El objetivo es observar y apoyar a un profesor, a un futuro profesor como nosotras, para que practique cómo enseñar matemáticas, por eso se te ha invitado a participar de las actividades que se prepararon para ti. La participación consiste en la implementación de una actividad en la cual tú vas a aprender matemáticas. La profesora te va a dar instrucciones de la actividad y el material necesario para que participes y durante la clase te vamos a grabar. Estas actividades se realizarán en esta escuela San Fidel. No vas a estar sola en ningún momento y también podrás hacer preguntas si lo necesitas. Por lo tanto, tu participación no va a correr ningún riesgo. Entonces vamos a dar inicio. ¿Está bien?

Orador 2: Necesitamos sí que firme ese documento para tener tu… tu consentimiento de todo lo que te hemos dicho ¿ya?

Orador 1: En esta parte muestra a qué aceptas en realidad y lo que tú puedes decidir, léelo un momentito para que lo revises.

Estudiante (MZ): Ya.

Orador 1: Sí, ¿comenzamos?

Estudiante (MZ): ¿Relleno esto? ¿Pongo aquí mi curso?

Orador 2: Soy estudiante del curso, sí.

Estudiante (MZ): Ya

Orador 2: Y pones el colegio. Bien que aquí tú firma. Si tienes firma, si no tienes firma pones sólo tu nombre.

Estudiante (MZ): ¿la fecha?

Orador 1: 22 de agosto

Orador: 22 del 08

Orador 2: Estamos listos. Muchas gracias.

Orador 1: Ya vamos empezar entonces. Mira con estos materiales vamos a trabajar. Estos son bloques tú lo sacas cuando quieras y estos se van ensamblando, puedes ponerlos así o así ¿okey?.

Orador 2: Vamos a trabajar arriba de esta base. Ya, entonces vamos a empezar a leerte la actividad.

Orador 1: Vamos a dar inicio ahora, formalmente ¿Ya?, ¿cómo estás?

Estudiante (MZ): Bien

Orador 1: ya mi nombre es Claudia y ella es Paloma tus profesoras practicantes ¿verdad?, Hoy vamos a hacer una actividad en la que vamos a poder usar material, observar figuras y descubrir patrones.Esta entrevista no es una prueba, así que no te preocupes, lo importante es que me cuentes cómo piensas, que observas y cómo logras llegar a respuestas, ¿bien?. El objetivo de esta actividad es conocer cómo tú encuentras reglas o patrones cuando trabajas con materiales concretos como estos. Bien, vamos a usar estos objetos, hacerte preguntas y conversar sobre lo que vas a realizar. Bien es importante que sepas que nunca hay malas respuestas, lo importante es que expliques tu forma de pensar.

Para… para iniciar, entonces hay una tarea de contextualización, esta es: Imagina lo siguiente, en la sala de tu curso quinto año b van a realizar el ensayo del baile de fiestas patrias. Por lo cual es necesario que despejemos el área de la sala para que no hayan mesas en el centro. Y para hacerlo de manera eficiente se ordenarán las mesas desde una esquina, tal como aparece en esta imagen. Ves cómo están acá se van a ordenar desde aquí, comenzando con 3 mesas. Sí comencemos entonces con las 3 mesas.

Orador 1: Para aprovechar todo el espacio de la sala, todas las mesas que pongas deben ir tocando la pared no se pueden poner en el centro. Siempre tocando la pared y se irá agregando una mesa a la vez en cada extremo bien. Claro, muy bien como se muestra en esta imagen, se va agregando una acá y una acá, bien. Utilizando los bloques, ahora viene la tarea que tienes que hacer solita y si necesitas ayuda me preguntas. Utilizando los bloques, construye sobre la base del cartón el dibujo de la sala ordenada pensando que la sala hay 31 mesas.

Estudiante (MZ): Tengo que poner 31 mesas aquí.

Orador 1: Claro, considerando todas las mesas ordenadas, también con las que iniciaste bien ya ordenada. ¿Puedes usar el color? Que tú quieras como tú quieras.

Orador 2: Qué bonitos los colores.

Orador 1: Combina los que elegiste.

Orador 2: Ajá.

Estudiante (MZ): ¿Cuántas mesas eran?

Orador 1: Treinta y un mesas.

Orador 1: ¿Terminaste, pusiste las 31? ya.

Estudiante (MZ): Ah no me falta una. Listo.

Orador 1: Sí. Ya. Bien.

Orador 1: Ahora que ya terminaste de ordenar, te vamos a hacer unas preguntas de cómo tú fuiste haciendo este procedimiento ¿ya? Si quieres, mira para explicarnos puedes usar está hojita para hacer dibujos, aquí hay goma, portaminas. Hacer dibujos de cómo lo fuiste poniendo lo que necesites, si no quieres hacer dibujo, igual está bien y solo nos cuentas. Ya, primero: ¿Cuándo ibas poniendo las mesas, cuántas ibas agregando cada vez?

Estudiante (MZ): ¿Cómo, ósea, de una?

Orador 1: ¿Siempre pusiste la misma cantidad de mesas?

Estudiante (MZ): Sí. Una ahí y una ahí.

Orador 1: Ah ya, ibas agregando entonces una en un lugar y la otra en el otro lugar, sí.

Orador 2: Entonces, cada vez. Cuántas ibas agregando en cada…

Estudiante (MZ): dos.

Orador 2: de a dos, ¿cierto?

Orador 1: Bien y ¿cómo lo hiciste con los bloques? ¿ibas poniendo una y luego la otra o las dos juntitas?

Estudiante (MZ): Emm… una y después las dos.

Orador 1: Ya, okay. Después de poner las mesas en los extremos, por ejemplo, pusiste las dos primeras. ¿Cuántos quedaban ordenados cada vez que ibas agregando?

Estudiante (MZ): Como que…

Orador 2: Empezamos con 3 mesas cierto y después tú pusiste dos en cada extremo. ¿Cuántas mesas seguían ahí?, ¿cuántas mesas quedaban cuando agregaste esas dos?

Estudiante (MZ): 5

Orador 2: 5

Orador 1: ¿y luego?

Estudiante (MZ): 7

Orador 2: ¿y luego?

Estudiante (MZ): 9

Orador 2: ¿y luego?

Estudiante (MZ): 11

Orador 2: ¿y luego?

Estudiante (MZ): 13

Orador 2: ¿y luego?

Estudiante (MZ): 15

Orador 1: Y ¿cuándo tú ibas haciendo este proceso ibas calculando la cantidad de mesas que iban agregando?

Estudiante (MZ): sí

Orador 1: cada vez que agregabas tú calculabas ¿y cómo las calculabas?

Estudiante (MZ): Mmm… Las cortaba así, y, o también la hacías así.

Orador 1: Las contaba de una en una okay. ¿Ya y podrías saber cuántas veces tuviste que agregar dos mesas hasta llegar al 31?

Estudiante (MZ): No sé, yo creo.

Orador 1: ¿Crees que podrías hacerlo?

Estudiante (MZ): Dieciséis.

Orador 1: ¿Dieciséis? ya y ¿cómo fuiste calculando las veces? Ibas contando una vez o contabas luego de poner cierta cantidad. ¿Cómo lo hacías?

Estudiante (MZ): Eh… contaba de una vez.

Orador 1: Bien.

Orador 1: Ahora pensemos en otra… en la misma situación, pero la ampliamos. Si en vez de poner 14 veces o 16 veces pusiera 50 veces de a dos. ¿Cuántas mesas podría haber en total?

Estudiante (MZ): 50.

Orador 1: Pero… 50 veces vas poniendo de a dos, cómo lo hicimos ahora ¿Sí?

Estudiante (MZ): No sé.

Orador 1: ¿Qué harías primero para poder saberlo?

Estudiante (MZ): Ahhh… ponerlas y después con toda la así y así

Orador 2: Okey.

Ya bien, y si ya sabes más o menos ¿Con cuánto empezaste y cuántas vas poniendo en cada esquina? ¿No sabías cuántas podrían ser en 50?

Estudiante (MZ): No

Orador 1: ¿Crees que podrá existir? aunque no lo sepas ¿Crees que pueda existir una forma? Más fácil de… de ir sumando en vez de ir sumando una en una para averiguar cuántos vamos a tener en total. ¿sí? ¿se te ocurre alguna manera?

Estudiante (MZ): No, pero yo creo que sí.

Orador 2: Muy bien.

Orador 1: ¿Quieres intentar hacerlo, dibujarlo o hacer una tabla? Pero aquí en el papel si quieres.

Orador 2: En el papel.

Orador 1: Puedes hacerlo con números, con dibujos, lo que tú quieras, pero imagina que ahora vamos a agregar 50 veces de a dos en dos.

Orador 2: Marti perdona que te interrumpa, pero, ¿me puedes ir explicando qué estás haciendo?

Estudiante (MZ): Poniendo líneas cómo si fueran una, como acá para que sean las 50 veces.

Orador 2: Ya muy bien, muchas gracias.

¿Cuántas veces llevas?

Estudiante (MZ): 39

Orador 2: 39

Estudiante (MZ): Listo.

Orador 1: Sí ¿agregaste 50 veces o 50 mesas?

Estudiante (MZ): 50 mesas.

Orador 1: Nosotras nos referíamos a poner 50 veces de a dos. ¿Sí existirá, crees tú que podrías saber desde el principio cuántas mesas habrá en total sin hacer sin hacer un dibujo, quizás como calculándolo?

Orador 2: Mira si quieres, nos devolvemos a acá. ¿Mira cuántas mesas hay aquí?

Estudiante (MZ): 31

Orador 2: 31. ¿Y de cuántas veces tú estás agregando?

Estudiante (MZ): de a 1

Orador 2: ya, pero de ¿cuántas veces?

Estudiante (MZ): Ah… de tres?

Orador 2: ¿Cuántas veces contaste tú?

Estudiante (MZ): Ah!... de a dos.

Orador 2: ¿Cierto? y ¿cuántas veces fueron esas dos veces que fuiste agregando los cubitos?

Estudiante (MZ): Mmm…

Orador 2: ¿Tú los contaste te acuerdas tú nos dijiste un número, qué número era?

Estudiante (MZ): Eran 16

Orador 2: 16, ¿cierto? ya esa…, ese…, ese valor nosotras queremos, lo queremos en 50.

Estudiante (MZ): Ah….

Orador 2: ¿Sabes cómo podemos llegar a eso?

Estudiante (MZ): Eh.. de a dos, ósea ir poniendo aquí de dos cubitos, dos cubitos, dos cubitos, y así.

Orador 1 y 2: Ajá. Sí

Orador 1: Está bien.

Estudiante (MZ): No puedo.

Orador 1: Tranquila, no te preocupes, ya.

Orador 2: Tranquila, no te preocupes.

Orador 1: La última pregunta con esto terminamos. ¿Si tú tienes que explicarle a uno de tus compañeros, de tus amigos, cómo fuiste descubriendo cómo ordenar las 31 mesas? ¿Qué le dirías, qué pasos hiciste? ¿Qué le contarías?

Estudiante (MZ): Que primero iba poniendo de a uno así, después, o de a dos y así.

Orador 1: Te fuiste poniendo o de 1 o de 2 mesas hasta completarla. Sí, ya XXXX.

Orador 2: ¿Y la pusiste en cualquier parte de la tabla.

Estudiante (MZ): No así

Orador 2: ¿Ya y por qué lo pusiste así?

Estudiante (MZ): Por qué la imagen salía así entonces, seguí la instrucción

Orador 1 y 2: Seguiste la instrucción que había, okey.

Orador 1: Ya XXXX, con eso terminamos.

Orador 2: Con eso es todo, muchas gracias.

Estudiante (MZ): ¿Me puedo ir?

Orador 1: Espéranos un poquito, nos vamos contigo.